

ISSN 2074-272X

науково-практичний  
журнал 2020/1



# **EIE** електротехніка і електромеханіка

**Electrical Engineering**

**& Electromechanics**

**Електричні машини та апарати**

**Теоретична електротехніка та електрофізика**

**Техніка сильних електричних та магнітних полів.**

**Кабельна техніка**

**Електричні станції, мережі і системи**

**Електричний транспорт**

**З 2015 р. журнал індексується у міжнародній**

**наукометричній базі Web of Science**

**Core Collection: Emerging Sources**

**Citation Index**



# «ЕЛЕКТРОТЕХНІКА І ЕЛЕКТРОМЕХАНІКА»

НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ

Видання засновано Національним технічним університетом «Харківський політехнічний інститут» (НТУ «ХПІ») та Державною установою «Інститут технічних проблем магнетизму Національної академії наук України» (ДУ «ІТПМ НАНУ»)

Журнал засновано у 2002 р.

Свідоцтво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації  
Серія КВ № 21021-10821ПР від 07.10.2014 р.



## «ELECTRICAL ENGINEERING & ELECTROMECHANICS»

### INTERNATIONAL EDITORIAL BOARD

<b>Klymenko B.V.</b>	<b>Editor-in-Chief</b> , Professor, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute" (NTU "KhPI"), Ukraine
<b>Sokol Ye.I.</b>	<b>Deputy Editor</b> , Professor, Corresponding member of NAS of Ukraine, Rector of NTU "KhPI", Ukraine
<b>Rozov V.Yu.</b>	<b>Deputy Editor</b> , Professor, Corresponding member of NAS of Ukraine, Director of State Institution "Institute of Technical Problems of Magnetism of the NAS of Ukraine" (SI "ITPM NASU"), Kharkiv, Ukraine
<b>Batygin Yu.V.</b>	Professor, Kharkiv National Automobile and Highway University, Ukraine
<b>Bíró O.</b>	Professor, Institute for Fundamentals and Theory in Electrical Engineering, Graz, Austria
<b>Bolyukh V.F.</b>	Professor, NTU "KhPI", Ukraine
<b>Colak I.</b>	Professor, Nisantasi University, Istanbul, Turkey
<b>Doležel I.</b>	Professor, University of West Bohemia, Pilsen, Czech Republic
<b>Féliachi M.</b>	Professor, Technological Institute of Saint-Nazaire, University of Nantes, France
<b>Gurevich V.I.</b>	Ph.D., Honorable Professor, Central Electrical Laboratory of Israel Electric Corporation, Haifa, Israel
<b>Ida N.</b>	Professor, The University of Akron, Ohio, USA
<b>Kildishev A.V.</b>	Associate Research Professor, Purdue University, USA
<b>Kuznetsov B.I.</b>	Professor, SI "ITPM NASU", Ukraine
<b>Kyrylenko O.V.</b>	Professor, Member of NAS of Ukraine, Institute of Electrodynamics of NAS of Ukraine (IED of NASU), Kyiv, Ukraine
<b>Nacke B.</b>	Professor, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität, Institute of Electrotechnology, Hannover, Germany
<b>Podoltsev A.D.</b>	Professor, IED of NASU, Kyiv, Ukraine
<b>Rainin V.E.</b>	Professor, Moscow Power Engineering Institute, Russia
<b>Rezynkina M.M.</b>	Professor, NTU "KhPI", Ukraine
<b>Shkolnik A.A.</b>	Ph.D., Central Electrical Laboratory of Israel Electric Corporation, member of CIGRE (SC A2 - Transformers), Haifa, Israel
<b>Trichet D.</b>	Professor, Institut de Recherche en Energie Electrique de Nantes Atlantique, Nantes, France
<b>Yatchev I.</b>	Professor, Technical University of Sofia, Sofia, Bulgaria
<b>Yufarov V.B.</b>	Professor, National Science Center "Kharkiv Institute of Physics and Technology", Ukraine
<b>Zagirnyak M.V.</b>	Professor, Member of NAES of Ukraine, rector of Kremenchuk M.Ostrohradskiy National University, Ukraine
<b>Zgraja J.</b>	Professor, Institute of Applied Computer Science, Lodz University of Technology, Poland

### НАЦІОНАЛЬНА РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ\*

<b>Клименко Б.В.</b>	<b>головний редактор</b> , професор, НТУ "ХПІ"
<b>Сокол Є.І.</b>	<b>заступник головного редактора</b> , член-кор. НАНУ, ректор НТУ "ХПІ"
<b>Розов В.Ю.</b>	<b>заступник головного редактора</b> , член-кор. НАНУ, директор ДУ "ІТПМ НАНУ"
<b>Гречко О.М.</b>	<b>відповідальний секретар</b> , к.т.н., НТУ "ХПІ"
<b>Баранов М.І.</b>	д.т.н., НДПКІ "Молнія" НТУ "ХПІ"
<b>Буряковський С.Г.</b>	професор, директор НДПКІ "Молнія" НТУ "ХПІ"
<b>Буткевич О.Ф.</b>	професор, Інститут електродинаміки НАНУ
<b>Василів К.М.</b>	професор, НУ "Львівська Політехніка"
<b>Васьковський Ю.М.</b>	професор, НТУУ "Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського"
<b>Гриб О.Г.</b>	професор, НТУ "ХПІ"
<b>Гурин А.Г.</b>	професор, НТУ "ХПІ"
<b>Жемеров Г.Г.</b>	професор, НТУ "ХПІ"
<b>Клепиков В.Б.</b>	професор, НТУ "ХПІ"
<b>Міліх В.І.</b>	професор, НТУ "ХПІ"
<b>Михайлов В.М.</b>	професор, НТУ "ХПІ"
<b>Омельяненко В.І.</b>	професор, НТУ "ХПІ"
<b>Петрушин В.С.</b>	професор, ОНПУ, Одеса
<b>Резинкін О.Л.</b>	професор, НТУ "ХПІ"
<b>Сосков А.Г.</b>	професор, ХНУМГ імені О.М. Бекетова
<b>Щербак Я.В.</b>	професор, НТУ "ХПІ"
<b>Ягуп В.Г.</b>	професор, ХНУМГ імені О.М. Бекетова

\* Члени національної редакційної колегії працюють у провідних українських наукових, освітніх та дослідницьких установах

### NATIONAL EDITORIAL BOARD\*

<b>Klymenko B.V.</b>	<b>Editor-in-Chief</b> , Professor, NTU "KhPI"
<b>Sokol Ye.I.</b>	<b>Deputy Editor</b> , Corresponding Member of NAS of Ukraine, Rector of NTU "KhPI"
<b>Rozov V.Yu.</b>	<b>Deputy Editor</b> , Corresponding Member of NAS of Ukraine, Director of SI "ITPM NASU"
<b>Grechko O.M.</b>	<b>Executive Managing Editor</b> , Ph.D., NTU "KhPI"
<b>Baranov M.I.</b>	Dr.Sc. (Eng.), Institute "Molniya" of NTU "KhPI"
<b>Buriakovskiy S.G.</b>	Professor, Director of Institute "Molniya" of NTU "KhPI"
<b>Butkevych O.F.</b>	Professor, IED of NASU
<b>Vasylyv K.M.</b>	Professor, Lviv Polytechnic National University
<b>Vaskovskiy Yu.M.</b>	Professor, NTUU "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
<b>Gryb O.G.</b>	Professor, NTU "KhPI"
<b>Guryn A.G.</b>	Professor, NTU "KhPI"
<b>Zhemerov G.G.</b>	Professor, NTU "KhPI"
<b>Klepikov V.B.</b>	Professor, NTU "KhPI"
<b>Milykh V.I.</b>	Professor, NTU "KhPI"
<b>Mikhaylov V.M.</b>	Professor, NTU "KhPI"
<b>Omel'yanenko V.I.</b>	Professor, NTU "KhPI"
<b>Putrushin V.S.</b>	Professor, Odessa National Polytechnic University
<b>Rezynkin O.L.</b>	Professor, NTU "KhPI"
<b>Soskov A.G.</b>	Professor, O.M. Beketov NUUE in Kharkiv
<b>Shcherbak Ya.V.</b>	Professor, NTU "KhPI"
<b>Yagup V.G.</b>	Professor, O.M. Beketov NUUE in Kharkiv

\* Members of National Editorial Board work in leading Ukrainian scientific, educational and research institutions

### Адреса редакції / Editorial office address:

Кафедра "Електричні апарати", НТУ "ХПІ", вул. Кирпичова, 2, м. Харків, 61002, Україна

Dept. of Electrical Apparatus, NTU "KhPI", Kurpychova Str., 2, Kharkiv, 61002, Ukraine

тел. / phone: +380 57 7076281, +380 67 3594696, e-mail: a.m.grechko@gmail.com (Гречко Олександр Михайлович / Grechko O.M.)

ISSN (print) 2074-272X

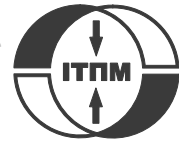
ISSN (online) 2309-3404

© Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", 2020  
© ДУ "Інститут технічних проблем магнетизму Національної академії наук України", 2020

Підписано до друку 19.02.2020 р. Формат 60 x 90 1/8. Папір – офсетний. Друк – лазерний. Друк. арк. 9,0.

Наклад 200 прим. Зам. № 66/172-01-2020. Ціна договірна.

Надруковано ТОВ "Друкарня "Мадрид", Україна, 61024, м. Харків, вул. Гуданова, 18



## **ЗМІСТ**

### **Електричні машини та апарати**

Байда Е.И., Литвиненко В.В., Чепелюк А.А. Особенности динамики быстродействующего индукционно-динамического привода с бистабильным фиксатором положения контактов выключателя на базе постоянных магнитов.....	3
Васьковський Ю.М., Гераскін О.А. Нагрів ротора турбогенератора за наявності дефектів обмотки ротора і форсуванні струму збудження.....	10
Гоман В.В., Ошурбеков С.Х., Казакбаев В.М., Прахт В.А., Дмитриевский В.А. Сравнение энергопотребления различными электродвигателями, работающими в составе насосного агрегата .....	16
Шуруб Ю.В., Цицюрський Ю.Л. Гармонійний аналіз комбінованої схеми однофазного включення асинхронного електроприводу з тиристорним керуванням .....	25

### **Теоретична електротехніка та електрофізика**

Толмачев С.Т., Бондаревский С.Л., Ильченко А.В. Магнитные свойства многокомпонентных гетерогенных сред с двоякопериодической структурой .....	29
---	----

### **Техніка сильних електричних та магнітних полів. Кабельна техніка**

Баранов М.И. Выбор допустимых сечений электрических проводов и кабелей в бортовых цепях электрооборудования летательных аппаратов .....	39
Беспрозванных А.В., Костюков И.А. Погрешность контроля электроизоляционных конструкций по параметрам диэлектрической абсорбции в соответствии с концепцией неопределенности измерений.....	47

### **Електричні станції, мережі і системи**

Коліушко Д.Г., Руденко С.С., Асмолова Л.В., Ткачова Т.І. Визначення глибини зондування ґрунту для розрахунку опору заземлювального пристрою підстанцій 35 кВ .....	52
Сивокобиленко В.Ф., Лисенко В.А. Мультичастотний метод захисту від замикань фази на землю в компенсованих електричних мережах .....	56
Dehghani M., Montazeri Z., Malik O.P., Al-Haddad K., Guerrero J. M., Dhiman G. A new methodology called dice game optimizer for capacitor placement in distribution systems .....	61

### **Електричний транспорт**

Омельяненко Г.В., Оверьянова Л.В., Маслий А.С. Геометрические и электрофизические параметры обмотки якоря электромеханического преобразователя инерционного накопителя энергии для пригородного электропоезда.....	65
--	----

## **TABLE OF CONTENTS**

### **Electrical Machines and Apparatus**

Baida E.I., Lytvynenko V.V., Chepeliuk A.A. Peculiarities of dynamics of a fast-driven induction-dynamic drive with a bistable latch of contacts position of a circuit breaker based on permanent magnets .....	3
Vaskovskiy Yu.M., Geraskin O.A. Turbogenerator rotor heating in presence of rotor winding defects and excitation current forcing .....	10
Goman V.V., Oshurbekov S.Kh., Kazakbaev V.M., Prakht V.A., Dmitrievskii V.A. Comparison of energy consumption of various electrical motors operating in a pumping unit .....	16
Shurub Yu.V., Tsitsyurskiy Yu.L. Harmonic analysis of the combined circuit of single-phase switching of induction electric drive with thyristor control .....	25

### **Theoretical Electrical Engineering and Electrophysics**

Tolmachev S.T., Bondarevskiy S.L., Il'chenko A.V. Magnetic properties of multicomponent heterogeneous media with a doubly periodic structure .....	29
--	----

### **High Electric and Magnetic Field Engineering. Cable Engineering**

Baranov M.I. A choice of acceptable sections of electric wires and cables in on-board circuits of aircraft electrical equipment .....	39
Bezprozvannykh G.V., Kostjukov I.A. Error of control of electrical insulation structures by dielectric absorption parameters according to the concept of uncertainty of measurements.....	47

## Power Stations, Grids and Systems

- Koliushko D.G., Rudenko S.S., Asmolova L.V., Tkachova T.I. Determination of the soil sounding depth for the earthing resistance calculation of substations 35 kV ..... 52
- Syvokobylenko V.F., Lysenko V.A. Multifrequency protecting method against earth-faults of phase in the compensated electric networks ..... 56
- Dehghani M., Montazeri Z., Malik O.P., Al-Haddad K., Guerrero J. M., Dhiman G. A new methodology called dice game optimizer for capacitor placement in distribution systems ..... 61

## Electric Transportation

- Omelianenko H.V., Overianova L.V., Maslii A.S. Geometric and electrophysical parameters of armature winding of electromechanical converter of inertial energy storage for suburban trains ..... 65

### ШАНОВНІ ЧИТАЧІ!

Науково-практичний журнал «Електротехніка і Електромеханіка» – передплатне видання. Вартість передплати на 2020 рік – 770,58 грн., на два місяці – 128,43 грн., на чотири місяці – 256,86 грн., на шість місяців – 385,29 грн., на вісім місяців – 513,72 грн., на десять місяців – 642,15 грн. Передплатний індекс у каталозі ПАТ «УкрПошта»: 01216.

### ШАНОВНІ АВТОРИ ЖУРНАЛУ!

Постановою президії ВАК України від 15 січня 2003 р. № 1-08/5 науково-практичний журнал «Електротехніка і Електромеханіка» внесено до Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук та перереєстровано Наказом МОН України № 1328 від 21 грудня 2015 р. Журнал зареєстровано як фаховий з № 1 2002 року.

Згідно Наказу МОН України №1412 від 18.12.2018 р. науково-практичний журнал «Електротехніка і Електромеханіка» включено до найвищої категорії «А» Переліку фахових видань України з технічних наук.

Починаючи з 2005 року згідно з договором між редакцією журналу «Електротехніка і Електромеханіка» та Всеросійським інститутом наукової та технічної інформації Російської академії наук (ВИНИТИ РАН), інформація про статті з журналу за відбором експертів ВИНИТИ розміщується у Реферативному журналі (РЖ) та Базах даних (БД) ВИНИТИ.

Починаючи з №1 за 2006 р. згідно з Наказом МОН України №688 від 01.12.2005 р. журнал надсилається до УкрІНТЕЛ.

Електронна копія журналу «Електротехніка і Електромеханіка», зареєстрованому у Міжнародній системі реєстрації періодичних видань під стандартизованим кодом ISSN 2074-272X, надсилається до Національної бібліотеки України ім. В.І. Вернадського і, починаючи з 2005 р., представлена на сайті бібліотеки (<http://nbuv.gov.ua/>) в розділі «Наукова періодика України», а також на офіційному сайті журналу (<http://eie.khpi.edu.ua/>).

Починаючи з №1 за 2016 р. усі статті на сайті доступні на двох мовах – обов'язково англійською, а також російською або українською. Також кожній статті в журналі присвоюється унікальний цифровий ідентифікатор DOI (Digital Object Identifier) від організації Crossref (<http://crossref.org/>).

Журнал «Електротехніка і Електромеханіка» включений у довідник періодичних видань Ulrich's Periodical Directory, представлений у загальнодержавній реферативній базі даних «Україніка Наукова», реферативному журналі «Джерело», індексується у наукометричній базі даних Web of Science Core Collection: Emerging Sources Citation Index (ESCI), що рекомендована МОН України, а також у таких міжнародних базах даних: Index Copernicus (ICV 2018: 100.00), Российский Индекс Научного Цитирования – РИНЦ (ELIBRARY), і входить до баз даних EBSCO, ProQuest, GALE, DOAJ тощо.



Звертаємо увагу авторів на необхідність оформлення рукописів статей відповідно до Вимог, які наведені на офіційному сайті журналу (<http://eie.khpi.edu.ua/>), розміщеному на платформі «Наукова періодика України» (<http://journals.uran.ua/>). Статті, оформлені згідно з Вимогами, будуть публікуватися у першу чергу.

Е.И. Байда, В.В. Литвиненко, А.А. Чепелюк

## ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩЕГО ИНДУКЦИОННО-ДИНАМИЧЕСКОГО ПРИВОДА С БИСТАБИЛЬНЫМ ФИКСАТОРОМ ПОЛОЖЕНИЯ КОНТАКТОВ ВЫКЛЮЧАТЕЛЯ НА БАЗЕ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ

*У статті досліджено оригінальну математичну модель швидкодіючого індукційно-динамічного приводу вимикача з бістабільним фіксатором з двома котушками на базі постійних магнітів. Індукційно-динамічні механізми, відомі в іноземній літературі як Thomson-drive, використовуються в якості приводу вимикачів постійного струму завдяки високій швидкодії, простоті і надійності конструкції. Метою статті є аналіз принципової можливості створення комутаційного апарату з індукційно-динамічним приводом на базі математичної моделі, що дозволяє підвищити надійність роботи всього механізму і істотно спростити конструкцію. Розглядається можливість створення пропонуваного комбінованого приводного механізму і визначення основних напрямків подальших досліджень з метою отримання дослідних зразків. Конструкція досліджуваного індукційно-динамічного приводу раніше в літературі не розглядалась. Вирішувана задача є мультифізичною, що включає розрахунок: статичного магнітного поля; електричного кола з урахуванням зміни напруги на конденсаторі і наведеної в котушках проти-ЕРС; динаміки руху якорів бістабільного фіксатора і приводу з урахуванням зміни маси; нестационарного електромагнітного поля в неоднорідному нелінійному середовищі з урахуванням постійних магнітів і руху струмопровідних тіл в електромагнітному полі. Напрямки подальших досліджень представляються у вигляді оптимізації геометрії, параметрів котушок приводу і конденсаторів, геометрії бістабільного фіксатора, об'єму і залишкової індукції постійних магнітів для забезпечення необхідних значень швидкодії, контактної напруги і габаритів апарату. Бібл. 11, табл. 1, рис. 13.*

**Ключові слова:** індукційно-динамічний привод, бістабільний фіксатор, постійні магніти.

*В статье исследована оригинальная математическая модель быстродействующего индукционно-динамического привода выключателя с бистабильным фиксатором с двумя катушками на базе постоянных магнитов. Индукционно-динамические механизмы, известные в иностранной литературе как Thomson-drive, применяются в качестве привода выключателей постоянного тока благодаря высокому быстродействию, простоте и надежности конструкции. Целью статьи является анализ принципиальной возможности создания коммутационного аппарата с индукционно-динамическим приводом на базе математической модели, что позволяет повысить надежность работы всего механизма и существенно упростить конструкцию. Рассматривается возможность создания предлагаемого комбинированного приводного механизма и определение основных направлений дальнейших исследований с целью получения опытных образцов. Конструкция исследуемого индукционно-динамического привода ранее в литературе не рассматривалась. Решаемая задача является мультифизической, включающей расчет: статического магнитного поля; электрической цепи с учетом изменения напряжения на конденсаторе и наведенной в катушках противо-ЭДС; динамики движения якорей бистабильного фиксатора и привода с учетом изменения массы; нестационарного электромагнитного поля в неоднородной нелинейной среде с учетом постоянных магнитов и движения проводящих тел в электромагнитном поле. Направления дальнейших исследований представляются в виде оптимизации геометрии, параметров катушек привода и конденсаторов, геометрии бистабильного механизма, объема и остаточной индукции постоянных магнитов для обеспечения требуемых значений быстродействия, контактного нажатия и габаритов аппарата. Библ. 11, табл. 1, рис. 13.*

**Ключевые слова:** индукционно-динамический привод, бистабильный фиксатор, постоянные магниты.

**Введение.** В последнее время в литературе достаточно часто исследуются и разрабатываются индукционно-динамические механизмы (ИДМ), известные в иностранной литературе как *Thomson-drive*, применяемые в качестве привода различных электротехнических устройств [1-4]. Простота и надежность конструкции, высокое быстродействие делают такие устройства незаменимыми в электрических аппаратах, установленных в сетях постоянного тока, в которых аварийные сверхтоки не ограничены реактивным сопротивлением и могут достигать десятков килоампер.

Несмотря на очевидные преимущества, такие устройства имеют ряд существенных недостатков: значительная ударная нагрузка на элементы конструкции; необходимость фиксации положения механизма в начальной и конечной точках траектории движения с возможностью возврата в исходное положение. Решение первой проблемы заключается либо в использовании демпфирующих устройств на конечном этапе движения, либо при помощи оптимального управления движением

- подключением тормозящей катушки. Вторая проблема решается за счет применения бистабильных механических фиксаторов, известных достаточно давно [3-5]. Математическая модель привода с оптимальным управлением скоростью движения якоря ИДМ и механическим бистабильным фиксатором была рассмотрена в [4] и исследована в [6], где показаны основные недостатки такой модели. В [7] рассмотрен движитель Томпсона, а в качестве фиксатора положения используется электромагнитный фиксатор. Но, по мнению авторов, наиболее перспективными конструкциями привода быстродействующих выключателей являются приводы, сочетающие быстродействие индукционно-динамических систем и надежность магнитных систем с постоянными магнитами [8, 9]. Так в [8] расчет такого привода состоит из двух частей: статического расчета потока и электромагнитной силы; расчет динамики – на основании ОДУ движения и электрической цепи. Такой подход не является новым [10] и имеет ряд существенных недостатков, связанных

© Е.И. Байда, В.В. Литвиненко, А.А. Чепелюк

с определением тормозящего действия вихревых токов в системе, особенно в быстродействующих системах. Помимо этого, система достаточно сложна: две катушки ИДМ расположены внутри двух магнитопроводов; актуатор также имеет две катушки и состоит из двух магнитопроводов с постоянными магнитами.

Недостатки конструкции ИДМ, выявленные в процессе проведенного обзора, существенно влияют на надежность работы коммутационного аппарата. Один из путей решения проблемы – возможность создания приводного механизма с бистабильным фиксатором положения на базе постоянных магнитов.

**Целью статьи** является анализ принципиальной возможности создания коммутационного аппарата с индукционно-динамическим приводом на базе математической модели, что позволяет повысить надежность работы всего механизма и существенно упростить конструкцию.

**Предмет исследования.** В данной статье проводится комплексное исследование движителя Томпсона с оптимальным управлением скоростью замыкания электрических контактов, у которого в качестве бистабильного фиксатора подвижной системы аппарата в начальном и конечном положениях используется магнитное устройство, состоящее из магнитной системы, якоря с немагнитным штоком и постоянных магнитов.

Математическая модель исследуемого механизма решается путем деформирования расчетной сетки. Деформация сетки зависит от хода и скорости якорей, которые, в свою очередь, определяют параметры системы (электромагнитные силы, воздушные зазоры и т.д.). Данная задача является мультифизической, т.е. задачей последовательно-параллельного решения нескольких различных по своей природе задач: расчет статического магнитного поля; расчет электрической цепи с учетом изменения напряжения на конденсаторе и учетом наведенной в катушках противо-ЭДС; расчет динамики движения якорей бистабильного фиксатора и привода с учетом изменения массы; расчет нестационарного электромагнитного поля в неоднородной нелинейной среде с учетом постоянных магнитов и движения проводящих тел в электромагнитном поле. Алгоритм решения поставленной задачи заключается в том, что на начальном этапе выполняется расчет стационарного поля постоянных магнитов и полученные при этом результаты используются в качестве начальных условий для остальных параллельно решаемых задач.

Данная статья может быть отнесена к разряду дискуссионных, так как в ней исследуется сама возможность создания нового типа привода.

#### Основные расчетные соотношения и допущения.

На рис. 1 приведена схема аппарата с приводной системой (в цилиндрической системе координат) и указаны габаритные размеры в мм. Катушки индукционно-динамического привода 1, 2 выполняют функцию включения и отключения устройства, а также функцию оптимального управления движением якорей привода и бистабильного фиксатора (уменьшение скорости контактов перед их замыканием).

Якорь индукционно-динамического привода 3, выполненный в виде диска, соединен с якорем бистабиль-

ного фиксатора 5 немагнитным штоком 4. Фиксация якорей 3 и 5 в крайних положениях (нижнем и верхнем) происходит за счет действия постоянных магнитов 6, закрепленных в корпусе. Такой приводной механизм потребляет энергию только во время срабатывания. Для уменьшения скорости замыкания контактов при включении, на обмотку катушки 2 подается напряжение обратной (по отношению к катушке 1) полярности, что замедляет скорость движения системы перед касанием штока с контактами 8.

При расчете принимались следующие допущения: равномерное распределение плотности тока по площади обмоточного пространства катушки (катушка намотана проводом, площадь поперечного сечения которого много меньше площади обмоточного пространства катушки); отсутствие гистерезиса у ферромагнетика.

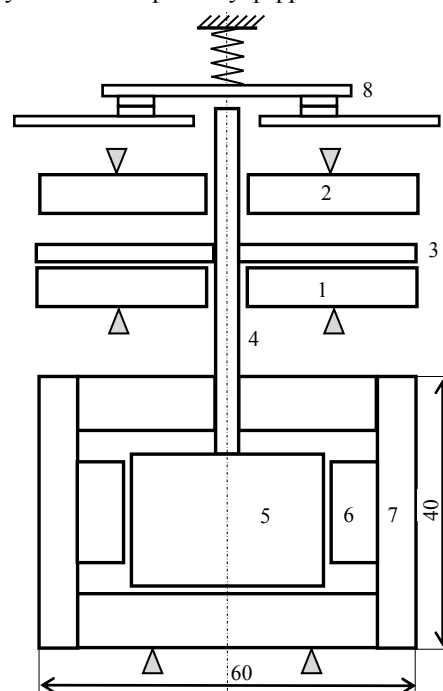


Рис. 1. Схема коммутационного аппарата с индукционно-динамическим приводом и бистабильным магнитным фиксатором: 1, 2 – катушки привода; 3 – якорь привода (токопроводящий диск); 4 – немагнитный шток; 5 – якорь фиксатора, связанный немагнитным штоком с якорем привода; 6 – постоянные магниты, расположенные по периметру якоря фиксатора; 7 – неподвижная магнитная система; 8 – контактная система коммутационного аппарата

Основным расчетным соотношением является уравнение нестационарного электромагнитного поля, записанное через векторный магнитный потенциал [11] при условии отсутствия поля на внешней границе расчетной области

$$\sigma_k \cdot \frac{dA_k}{dt} + \nabla \times \left( \frac{1}{\mu_k} \cdot (\nabla \times A_k - B_r) \right) = \delta_k, \quad (1)$$

где  $\sigma_k$  – удельная электропроводность материала;  $A_k$  – векторный магнитный потенциал;  $\mu_k$  – абсолютная магнитная проницаемость;  $B_r$  – остаточная магнитная индукция постоянного магнита;  $\delta_k = (i \cdot N/S) \cdot \mathbf{1}_\varphi$  – плотность тока стороннего источника;  $\mathbf{1}_\varphi$  – азимутальный орт – единичный вектор, направленный перпендикулярно

плоскости, в которой расположена область расчета;  $i$  – ток в обмотке катушки;  $N$  – число витков обмотки;  $S$  – площадь обмоточного пространства катушки.

Вид системы уравнений (1) определяется расчетной областью (воздух, катушки, проводящий диск, магнитопровод, постоянный магнит). В (1) указана полная производная по времени в случае расчета поля в движущейся области (якорях привода и бистабильного фиксатора).

Уравнения электрической цепи

$$\begin{aligned} L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + R_1 \cdot i_1 + E_1 &= \left( E_{C01} - \frac{1}{C_1} \cdot \int_t i_1 \cdot dt \right) \cdot \eta_1; \\ L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + (R_2 + R_d \cdot \eta_2) \cdot i_2 + E_2 &= \\ &= \left( -E_{C02} - \frac{1}{C_2} \cdot \int_t i_2 \cdot dt \right) \cdot \eta_1, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $L_1, L_2$  – индуктивности рассеяния внешней цепи;  $R_1, R_2$  – активные сопротивления обмоток катушек привода;  $E_{1,2}$  – противо-ЭДС обмоток:

$$E_{1,2} = \frac{N}{S} \cdot \int_V \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} \cdot dV, \quad (3)$$

где  $V$  – объём обмотки катушки (1 или 2);  $E_{C0}$  – начальное напряжение на емкости;  $i_1, i_2$  – токи в обмотках катушек;  $R_d$  – добавочное сопротивление;  $\eta_1, \eta_2$  – единичные функции, моделирующие апериодический разряд конденсатора и начало разряда второй емкости на обмотку тормозящей катушки.

$$\eta_1 = \begin{cases} 1, & U_c > 0 \\ 0, & U_c < 0 \end{cases}, \quad \eta_2 = \begin{cases} 1, & z(t) > z_1 \\ 0, & z(t) \leq z_1 \end{cases}. \quad (4)$$

Уравнения движения – это уравнения динамики тела с переменной массой, так как после замыкания контактов, приведенная к якорю ИДМ масса меняется

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \cdot (m(z(t)) \cdot v(t)) = [F_{em} - F_0 \cdot \eta_4 + F(z(t))] \cdot \eta_3; \\ \frac{dz(t)}{dt} = v(t) \end{cases}, \quad (5)$$

где  $m(z(t))$  – изменяющаяся масса системы;  $v(t)$  – скорость подвижной системы;  $F_{em} - F_0 \cdot \eta_4 + F(y(t))$  – суммарная сила;  $\eta_3$  – функция, запрещающая движение за допустимые пределы (упоры);  $\eta_4$  – функция, определяющая начало соударения контактов и начало действия силы контактного нажатия  $F_0$ ;  $F(z(t))$  – сила, действующая на якорь бистабильного фиксатора, приведенная к якорю привода.

Система уравнений (1) – (5) является математической моделью быстродействующего индукционно-динамического привода с бистабильным фиксатором с постоянными магнитами.

**Начальные условия и исходные данные.** В качестве исходных данных были заданы массы, движущиеся вместе с якорем привода и масса контактов. Момент удара растянут по времени на 0,3 мс, а произ-

водная массы по координате подбирались исходя из закона сохранения момента количества движения.

На основании геометрии катушек (рис. 1) и сечения намоточного провода определялись активные сопротивления обмоток и число витков с учетом коэффициента заполнения. Так как каждая из катушек может быть, как ускоряющей, так и тормозящей, то значения начального напряжения и ёмкости конденсаторов были выбраны одинаковыми – 600 В, 400 мкФ.

Графики изменения массы и ее производной в процессе включения показаны на рис. 2.

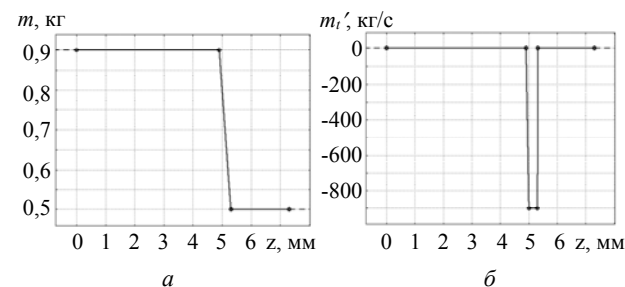


Рис. 2. График изменения массы (а) и ее производной (б)

Программа допускает оптимизационные расчеты с изменением сечения намоточного провода. Одним из основных задаваемых параметров является полный ход якорей системы равный 7 мм [6] и ход до касания контактов равный 5 мм. Сила контактного нажатия принималась постоянной и равной 200 Н, начальная масса – 0,9 кг (см. рис. 2).

**Результаты. Расчеты статики.** Эти расчеты необходимы по следующим причинам: 1) полученные результаты являются начальными значениями для расчета динамики; 2) они позволяют получить статическую силовую характеристику бистабильного фиксатора в функции индукции постоянного магнита. На рис. 3 показана картина магнитного поля в крайних положениях якоря бистабильного фиксатора.

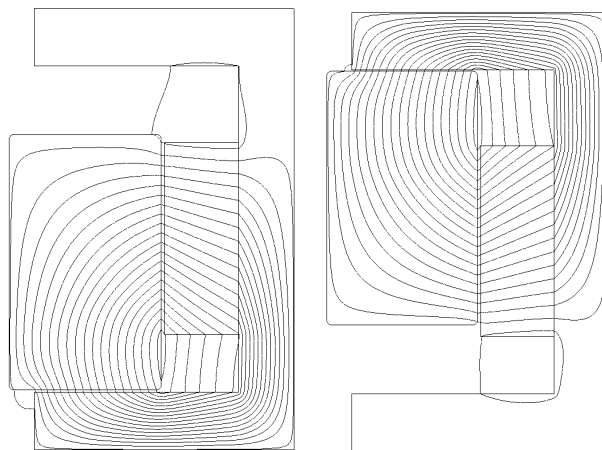


Рис. 3. Картина магнитного поля бистабильного фиксатора в крайних положениях якоря (в статике)

Очевидно, что перераспределение магнитного поля (рис. 3) приводит к изменению знака электромагнитной силы (рис. 4). Изменение знака электромагнитной силы фиксатора обеспечивает бистабильную работу привода.

Статическая тяговая характеристика бистабильного фиксатора в функции хода якоря приведена для значения остаточной индукции постоянного магнита  $B_r=0,5$  Тл. Значения начальной силы в зависимости от значения остаточной индукции постоянного магнита приведены в табл. 1. Причем, при изменении значения остаточной индукции, вид характеристики не меняется, а меняются только значения силы.

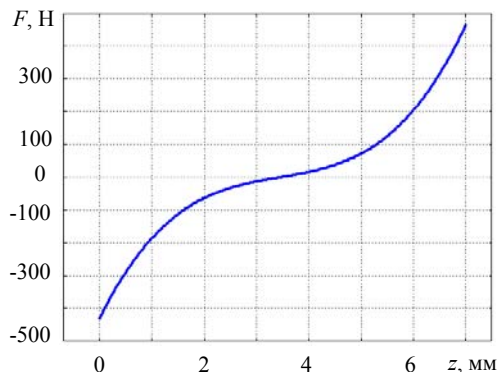


Рис. 4. Статическая тяговая характеристика бистабильного фиксатора в функции хода якоря

Табл. 1. Значения начальной силы в функции  $B_r$

$B_r$ , Тл	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$F(0)$ , Н	429	571	689	776	844	899

**Расчет динамики. Включение.** Расчеты показывают, что поля катушек привода замыкаются через магнитопровод бистабильного фиксатора, что существенно влияет на процессы в нем. На рис. 5 приведены зависимости хода якоря бистабильного фиксатора в функции времени при различных типах магнитопровода – сплошном и шихтованном. В случае сплошного магнитопровода бистабильного фиксатора за счет размагничивающего действия вихревых токов, совпадающих по направлению с токами тормозящей катушки, наблюдается значительное снижение скорости и обратное движение якорей привода и бистабильного фиксатора, т.е. срабатывание отсутствует (кривая 1). Увеличение сопротивления вихревым токам, например, за счет применения в магнитопроводе стали с большим удельным сопротивлением, шихтовки магнитопровода или выполнения радиальных прорезов в нем, обеспечивает четкое срабатывание коммутационного аппарата (кривая 2).

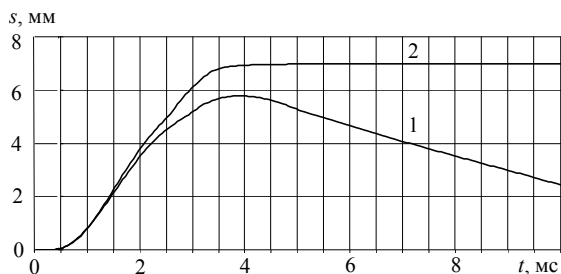


Рис. 5. Ход якоря при различных типах магнитопровода: 1 – сплошной; 2 – шихтованный

На рис. 6 показаны линии поля в момент максимума тока в «тормозящей» катушке индукционно-динамического привода. Как видно из рис. 6, при сплошном магнитопроводе поле постоянного магнита практически не проникает в верхнюю часть магнитопровода фикса-

тора (не происходит перераспределение потока и изменение знака силы) в отличие от шихтованного магнитопровода, где явно видно перераспределение потока постоянного магнита. Это подтверждается и расчетными значениями сил. В момент времени  $\approx 1$  мс (картина поля показана на рис. 6) сила, действующая на якорь бистабильного фиксатора в случае сплошного магнитопровода – минус 130 Н, шихтованного – плюс 10 Н (сила изменила знак).

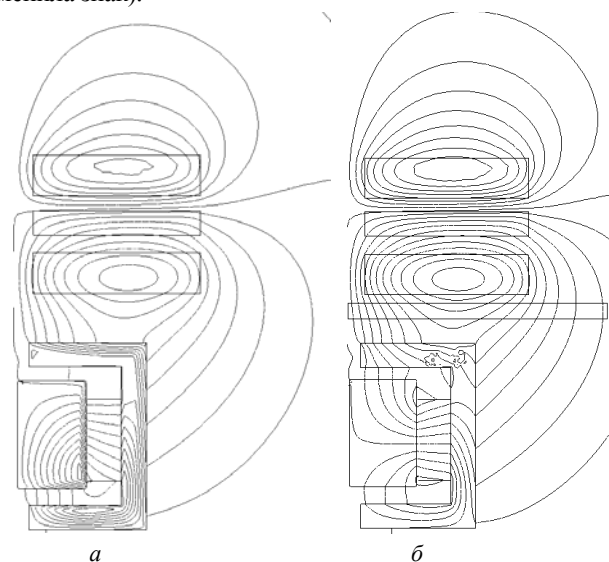


Рис. 6. Картина поля в момент максимума тока в «тормозящей» катушке: а – сплошной магнитопровод; б – шихтованный

Диаметр намоточного провода (при фиксированных размерах катушки) влияет на характер движения и в случае сплошного магнитопровода обратное движение якоря бистабильного фиксатора может отсутствовать. Однако, за счет действия вихревых токов магнитная сила бистабильного фиксатора со сплошным магнитопроводом в конечном положении якоря значительно меньше (примерно в два раза), чем у бистабильного фиксатора с шихтованным магнитопроводом.

Влияние сечения обмоточного провода катушек на скорость замыкания контактов показано на рис. 7. График скорости состоит из нескольких участков: разгон; торможение перед касанием контактов (момент касания помечен на графиках жирной точкой); увеличение скорости на провале за счет уменьшения общей движущейся массы (на значение массы контактов); останов. В рассмотренных примерах время до касания контактов отличается примерно на 30 % (от 2,3 до 3) мс.

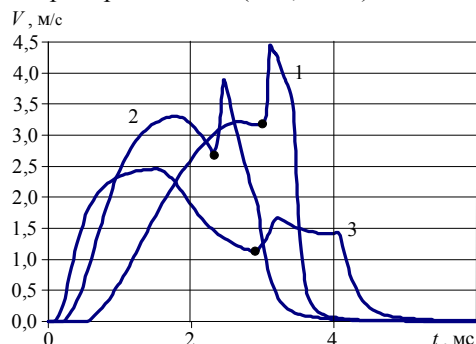


Рис. 7. Зависимость скорости замыкания контактов от сечения провода: 1 –  $0,66 \text{ мм}^2$  ( $N = 550$ ); 2 –  $1 \text{ мм}^2$  ( $N = 240$ ); 3 –  $1,5 \text{ мм}^2$  ( $N = 106$ )



В результате расчетов было установлено, что ход, при котором начинается разряд конденсатора на катушку торможения при принятом пути и провале контактов влияет на время срабатывания привода (рис. 8).

Характеристика 1 соответствует началу разряда конденсатора на тормозящую катушку при пути якоря индукционно-динамического привода равном 0,5 мм (более раннее торможение). Характеристика 2 – более позднее торможение якоря (путь 2,5 мм).

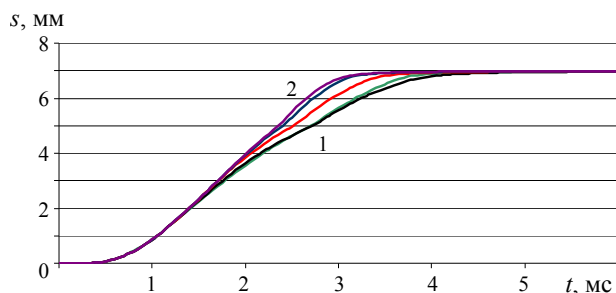


Рис. 8. Изменение значения хода якоря в функции начала подачи сигнала на тормозящую катушку (начало разряда конденсатора): 1 – при достижении якорем значения хода 0,5 мм; 2 – при достижении якорем значения хода 2,5 мм; остальные значения – промежуточные

Из графика (рис. 8) видно, что время срабатывания отличается примерно на 25 %, что свидетельствует о малом влиянии катушки торможения на движение якоря привода (влияние существенное при малых зазорах между якорем привода и катушкой).

В дальнейшем, все расчеты физических процессов рассчитаны для следующих значений: начало процесса торможения якоря привода соответствует ходу 0,5 мм при сечении провода катушки  $1,5 \text{ мм}^2$  ( $N = 106$ ).

На рис. 9 приведен график действующих сил. Как следует из рис. 9, сила, действующая на якорь привода, и магнитная сила бистабильного фиксатора меняют знак в зависимости от хода. Характеристика 1 меняет знак за счет разряда конденсатора на катушку торможения, характеристика 2 – за счет перераспределения потоков в магните.

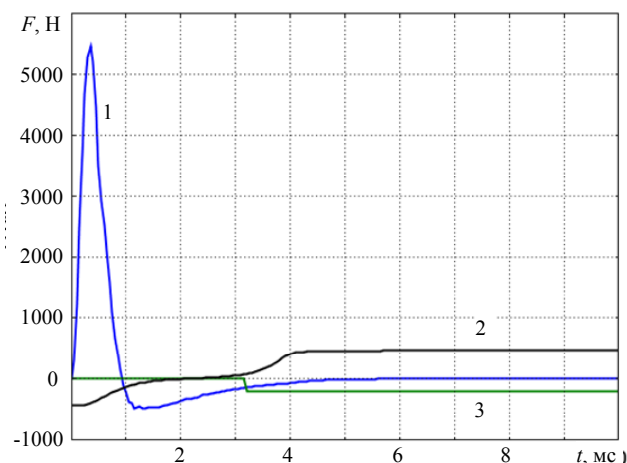


Рис. 9. График действующих сил: 1 – сила, действующая на якорь привода; 2 – магнитная сила бистабильного фиксатора; 3 – сила контактного нажатия

На рис. 10 показаны значения токов в катушках быстродействующего привода. Как показывают рас-

четы, токи катушек практически не оказывают влияния друг на друга. Апериодическая форма разряда (как наиболее оптимальная по использованию энергии емкостного накопителя и наиболее безопасная для электролитического конденсатора) обеспечивается диодами, включенными параллельно катушкам. Несмотря на идентичность параметров катушек и емкостных накопителей, токи различны по максимальным значениям и скорости спада (рис. 10), что связано с положением якоря привода в межкатушечном пространстве (различна эквивалентная индуктивность электрических цепей первой и второй катушек).

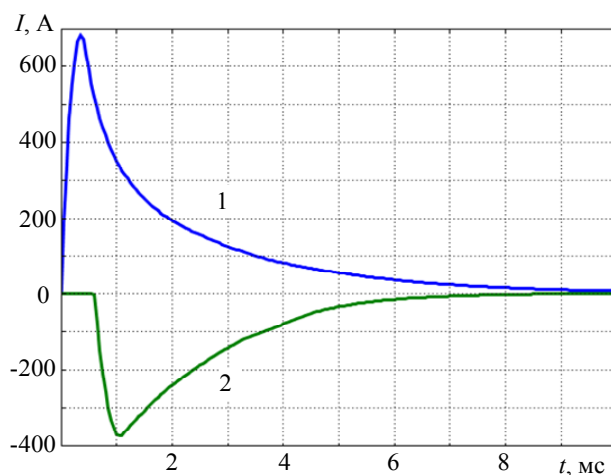


Рис. 10. Токи катушек: 1 – включения; 2 – тормозящей

На рис. 11 показаны зависимости хода и скорости якорей привода и бистабильного фиксатора в функции времени в процессе замыкания контактов.

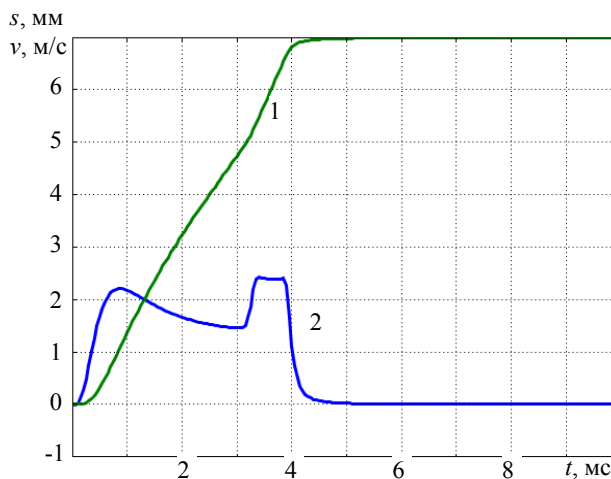


Рис. 11. Динамика привода в процессе замыкания контактов: 1 – путь; 2 – скорость

**Динамика отключения.** Для быстродействующих коммутационных устройств важным параметром является интервал времени от момента подачи сигнала на отключение до момента начала размыкания контактов. Так как катушки привода идентичны, то изменения в модели будут касаться уравнений, описывающих механику движения: – сила контактного нажатия на величине провала контактов будет не противодействующей, а движущей; – график изменения массы будет зеркальным по отношению к графику на

рис. 2,а, а производная от массы по перемещению (рис. 2,б) будет положительной.

На рис. 12 показана динамика отключения привода. Как следует из рис. 12, размыкание контактов происходит за время порядка 1 мс, что подтверждает его быстродействие.

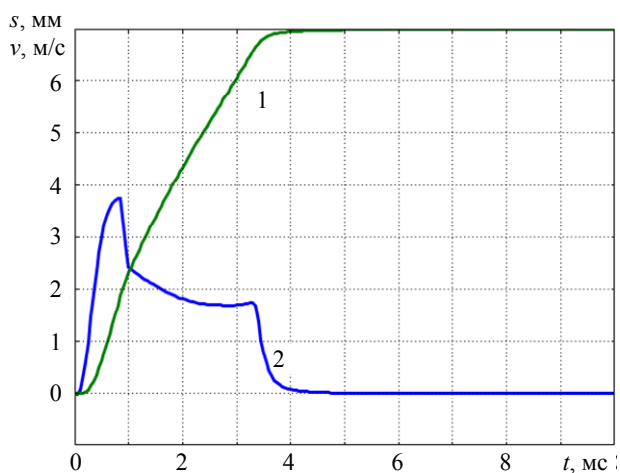


Рис. 12. Динамика отключения: 1 – путь; 2 – скорость

На рис. 13 приведен ток в якоре индукционно-динамического привода в процессе операции «отключение».

Несмотря на значение тока в 45 кА, температура якоря индукционно-динамического привода за время движения увеличивается незначительно (на 0,8 °С) за счет кратковременности его теплового действия.

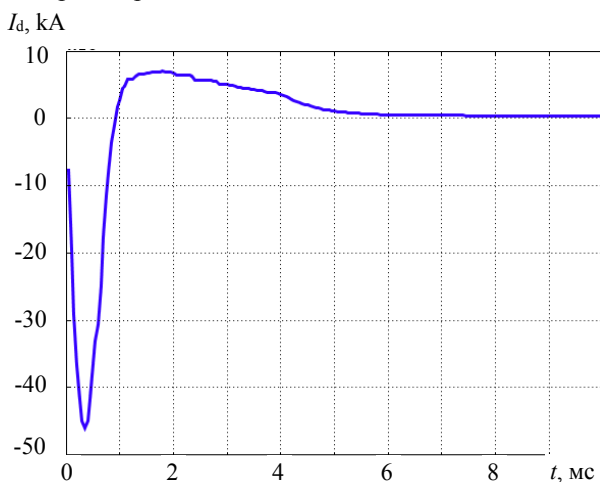


Рис. 13. Ток якоря привода в функции времени

### Выводы.

1. Разработана и частично исследована математическая модель нового быстродействующего индукционно-динамического привода с бистабильным фиксатором на базе постоянных магнитов, базирующаяся на уравнениях электромагнитного поля, электрической цепи и уравнениях движения. Модель позволяет на основании исходных данных рассчитать динамические параметры привода.

2. Показана принципиальная возможность создания быстродействующего привода такого типа.

3. Направления дальнейших исследований представляются в виде оптимизации геометрии, парамет-

ров катушек привода и конденсаторов, геометрии бистабильного фиксатора, объема и остаточной индукции постоянных магнитов для обеспечения требуемых значений быстродействия, контактного нажатия и габаритов аппарата. Дальнейшим направлением исследования также может быть исследование процессов на контактах выключателя в зависимости от параметров привода и расчеты механических сил, возникающих в приводе в процессе трогания, движения и торможения.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болух В.Ф., Шукин И.С. Исследование тепловых процессов в линейном импульсно-индукционном электромеханическом преобразователе циклического типа // *Электротехніка і електромеханіка*. – 2017. – №5. – С. 14-22. doi: 10.20998/2074-272X.2017.5.02.
2. Байда Е.И. Математическое моделирование индукционно-динамических систем // *Электротехніка і електромеханіка*. – 2009. – №5. – С. 13-16.
3. Bissal A. On the design of ultra-fast electromechanical Actuators. Licentiate thesis, monograph. – Electromagnetic Engineering School of Electrical Engineering, Stockholm, Sweden. – 2013. 68 p.
4. Wen W., Huang Y., Al-Dweikat M., Zhang Z., Cheng T., Gao S., Liu W. Research on operating mechanism for ultra-fast 40.5-kV vacuum switches // *IEEE Transactions on Power Delivery*. – 2015. – vol.30. – no.6. – pp. 2553-2560. doi: 10.1109/tpwr.2015.2409122.
5. Александров Г.Н., Борисов В.В., В Иванов.А. Теория электрических аппаратов. Учебник для вузов по спец. «Электрические аппараты». – М.: Высшая школа, 1985. 312 с.
6. Байда Е.И., Волкова О.Г. Математическая модель быстродействующего привода автоматического выключателя с индукционно-динамическим и бистабильным фиксатором // *Электротехніка та електроенергетика*. – 2018. – №1. – С. 30-39. doi: 10.15588/1607-6761-2018-1-4.
7. Meyer J.-M., Rufer A. A DC hybrid circuit breaker with ultra fast contact opening and integrated gate-commutated thyristors (IGCT) // *IEEE Transactions on Power Delivery*. – 2006. – vol.21. – no.2. – pp. 646-651. doi: 10.1109/tpwr.2006.870981.
8. Wang Z., Sun L., He S., Geng Y., Liu Z. A permanent magnetic actuator for 126 kV vacuum circuit breakers // *IEEE Transactions on Magnetics*. – 2014. – vol.50. – no.3. – pp. 129-135. doi: 10.1109/tmag.2013.2284251.
9. Young-woo Jeong, Seok-won Lee, Young-geun Kim, and Hyun-wook Lee. High-speed AC circuit breaker and high-speed OCR // *22nd International Conference and Exhibition on Electricity Distribution (CIRED 2013)*. Stockholm, 2013. pp. 1215-1218. doi: 10.1049/cp.2013.0834.
10. Клименко Б.В. Форсированные электромагнитные системы. – М.: Энергоатомиздат, 1989. 160 с.
11. Байда Е.И. Математическая модель расчета динамики двухпозиционных электромагнитных актуаторов вакуумных выключателей среднего напряжения // *Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов*. – 2013. – №1. – С. 136-141.

### REFERENCES

1. Bolyukh V.F., Schukin I.S. Investigation of thermal processes in a linear pulse-induction electromechanical converter of cyclic action. *Electrical engineering & electromechanics*, 2017, no.5, pp. 14-22. doi: 10.20998/2074-272X.2017.5.02.
2. Baida E.I. Mathematical modeling of induction-dynamic systems. *Electrical engineering & electromechanics*, 2009, no.5, pp. 13-16. (Rus).

3. Bissal A. *On the design of ultra-fast electromechanical Actuators. Licentiate thesis, monograph.* Electromagnetic Engineering School of Electrical Engineering, Stockholm, Sweden, 2013. 68 p.
4. Wen W., Huang Y., Al-Dweikat M., Zhang Z., Cheng T., Gao S., Liu W. Research on operating mechanism for ultra-fast 40.5-kV vacuum switches. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2015, vol.30, no.6, pp. 2553-2560. doi: [10.1109/tpwr.2015.2409122](https://doi.org/10.1109/tpwr.2015.2409122).
5. Aleksandrov G.N., Borisov V.V., Ivanov V.A. *Teoriia elektricheskikh apparatov* [Theory of electrical apparatus]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1985. 312 p. (Rus).
6. Baida E.I., Volkova O.G. Mathematical model of a quick-driving actuator of an automatic switch with an instant-dynamic and bistable mechanism. *Electrical Engineering and Power Engineering*, 2018, no.1, pp. 30-39. doi: [10.15588/1607-6761-2018-1-4](https://doi.org/10.15588/1607-6761-2018-1-4).
7. Meyer J.-M., Rufer A. A DC hybrid circuit breaker with ultra fast contact opening and integrated gate-commutated thyristors (IGCT). *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2006, vol.21, no.2, pp. 646-651. doi: [10.1109/tpwr.2006.870981](https://doi.org/10.1109/tpwr.2006.870981).
8. Wang Z., Sun L., He S., Geng Y., Liu Z. A permanent magnetic actuator for 126 kV vacuum circuit breakers. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2014, vol.50, no.3, pp. 129-135. doi: [10.1109/tmag.2013.2284251](https://doi.org/10.1109/tmag.2013.2284251).
9. Young-woo Jeong, Seok-won Lee, Young-geun Kim, and Hyun-wook Lee. High-speed AC circuit breaker and high-speed OCR. *22nd International Conference and Exhibition on Electricity Distribution (CIRED 2013)*. Stockholm, 2013. pp. 1215-1218. doi: [10.1049/cp.2013.0834](https://doi.org/10.1049/cp.2013.0834).
10. Klymenko B.V. *Forsirovannyye elektromagnitnyye sistemy*. [Forced electromagnetic systems]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989. 160 p. (Rus).
11. Baida E.I. A mathematical model of calculation the dynamics of two-position electromagnetic actuators of medium voltage vacuum circuit breakers. *Journal of scientific publications of graduate students and doctoral students*, 2013, no.1, pp. 136-141. (Rus).

Поступила (received) 15.04.2019

Байда Евгений Иванович<sup>1</sup>, д.т.н., доц.,  
 Литвиненко Виктория Владимировна<sup>1</sup>, ст. преподаватель,  
 Чепелюк Александр Александрович<sup>1</sup>, к.т.н., доц.,  
<sup>1</sup> Национальный технический университет  
 «Харьковский политехнический институт»,  
 61002, Харьков, ул. Кирпичева, 2,  
 e-mail: baida.kpi@gmail.com, vikalitv21082@gmail.com,  
 chep1@i.ua

E.I. Baida<sup>1</sup>, V.V. Lytvynenko<sup>1</sup>, A.A. Chepeliuk<sup>1</sup>  
<sup>1</sup> National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
 2, Kyrypchova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

**Peculiarities of dynamics of a fast-driven induction-dynamic drive with a bistable latch of contacts position of a circuit breaker based on permanent magnets.**

**Introduction.** Recently, in the literature, inductive-dynamic mechanisms (IDMs), known in foreign literature as a Thomson-drive, as a drive for various electrical devices are often researched and developed. The simplicity and reliability of the design, high speed make such devices indispensable in high-speed electrical devices standing in DC networks, in which emergency overcorrects are not limited by the reactance and can reach significant values. The novelty of the proposed work consists in the development of a mathematical model and the study of the Thomson drive, in which a bistable two-position mechanism consisting of a magnetic system with permanent magnets, is used as the final position latches. The movement of objects is carried out by deforming the computational mesh. The problem is a multiphysical one, in which a parallel solution of several tasks of different nature is considered. **Purpose.** Analysis of the fundamental possibility of creating a switching device with an induction-dynamic drive on the basis of a mathematical model which allows to increase the reliability of the entire mechanism operation and significantly simplify the design. **Methods.** The solution of the problem was carried out by the Finite Element Method in the COMSOL package in a cylindrical coordinate system. **Results.** A mathematical model of a new fast-driven induction-dynamic drive with a bistable mechanism, based on the equations of the electromagnetic field, electric circuit, equations of motion, was developed and partially studied. The model allows to calculate the dynamic parameters of the drive based on the initial data. **Conclusions.** The principal possibility of creating a high-speed actuator of switching devices based on an induction-dynamic mechanism and a polarized bistable mechanism based on permanent magnets is demonstrated. The research directions of the model were determined for the subsequent implementation of the results in experimental samples. References 11, table 1, figures 13.

**Key words:** induction-dynamic drive, bistable latch, permanent magnets.

Ю.М. Васьковський, О.А. Гераскін

## НАГРІВ РОТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА ЗА НАЯВНОСТІ ДЕФЕКТІВ ОБМОТКИ РОТОРА І ФОРСУВАННІ СТРУМУ ЗБУДЖЕННЯ

*Мета.* Дослідження нагріву ротора турбогенератора типу ТГВ-200 за наявності ушкоджень обмотки ротора, які виникають внаслідок тривалої експлуатації турбогенератора, а саме – засмічення (закупорка) вентиляційних каналів обмотки ротора і виникнення коротких замикань витків обмотки ротора. Особлива увага приділяється нагріву при короткочасному форсуванні струму збудження, яке виконується для утримання генератора в синхронному режимі роботи. *Методика.* Використовуються польові математичні моделі. *Результати.* Визначено, що засмічення вентиляційних каналів обмотки ротора в більшій мірі впливає на нагрів ротора у порівнянні з коротким замиканням окремих витків обмотки ротора. Встановлено, що форсування струму збудження в межах, які регламентовані діючими стандартами експлуатації турбогенераторів, стає неможливим при засміченні невеликої кількості вентиляційних каналів обмотки ротора, що погіршує ефективність роботи турбогенератора і потребує його виводу в ремонт. *Наукова новизна.* Розроблено математичну модель нагріву ротора при наявності типових ушкоджень обмотки ротора. *Практичне значення.* Визначено ділянки в роторі, де температури і температурні градієнти досягають найбільших значень, що дозволяє рекомендувати місця оптимального розташування датчиків температури. Бібл. 10, рис. 11.

*Ключові слова:* турбогенератор, обмотка ротора, температура, градієнт температури, коротке замикання, засмічення охолоджуючих каналів, форсування збудження.

*Цель.* Исследование нагрева ротора турбогенератора типа ТГВ-200 при наличии поврежденной обмотки ротора, которые возникают в результате длительной эксплуатации турбогенератора, а именно – засорение (закупорка) вентиляционных каналов обмотки ротора и возникновения коротких замыканий витков обмотки ротора. Основное внимание уделяется нагреву при кратковременном форсировании тока возбуждения, которое выполняется для удержания генератора в синхронном режиме работы. *Методика.* Используются полевые математические модели. *Результаты.* Установлено, что засорение вентиляционных каналов обмотки ротора в большей степени влияет на нагрев ротора по сравнению с коротким замыканием отдельных витков обмотки ротора. Установлено, что форсирование тока возбуждения в пределах, которые регламентированы действующими стандартами эксплуатации турбогенераторов, становится невозможным при засорении небольшого количества вентиляционных каналов обмотки ротора, что ухудшает эффективность работы турбогенератора и требует его вывода в ремонт. *Научная новизна.* Разработана математическая модель нагрева ротора при наличии типовых поврежденной обмотки ротора. *Практическое значение.* Определены участки в роторе, где температуры и температурные градиенты достигают наибольших значений, что позволяет рекомендовать места оптимального расположения датчиков температуры. Библи. 10, рис. 11.

*Ключевые слова:* турбогенератор, обмотка ротора, температура, градиент температуры, короткое замыкание, засорение охлаждающих каналов, форсирование возбуждения.

**Вступ.** Надійність турбогенератора (ТГ) в значній мірі визначає надійність роботи електростанції в цілому. Непередбачувані ушкодження ТГ призводять до значних економічних збитків, і тому забезпечення надійної роботи енергоблоків електростанції і, зокрема, ТГ залишається актуальною науково-технічною задачею. Її актуальність особливо збільшується останнім часом внаслідок старіння існуючого парку ТГ.

Надійність роботи ТГ в значній мірі залежить від нагріву вузлів його конструкції, і, зокрема, конструкції ротора. В процесі функціонування справного ТГ значний перегрів ротора може відбуватися з різних причин: тривала робота ТГ в асинхронному або несиметричному режимах, тривале форсування струму збудження, тощо. Такий перегрів є передбачуваним і враховується в розрахунках при проектуванні ТГ. Але в процесі тривалої експлуатації ТГ внаслідок поступової деградації конструкції виникають ушкодження, які спричиняють недопустимий перегрів. Так, значні недопустимі перегріви обмотки ротора (ОР) виникають при порушеннях в системі її охолодження, при ушкодженнях електричної ізоляції обмотки та появі коротких замикань витків, тощо. Коротке замикання витків обмотки ротора ТГ може відбуватися внаслідок перегріву або поступового механічного перетирання ізоляції витків при змінних у часі її температурних розширеннях. Суттєвий перегрів ОР відбувається

внаслідок перекриття вентиляційних каналів витків ОР через їх засмічення (появу бруду) або через зсув ізоляційних прокладок між витками при пусках і зупинках ТГ. Особливо критичним стає перегрів, коли в ушкодженій ОР виконується форсування струму збудження.

Для уникнення значних економічних збитків через ушкодження ОР на зміну планово-попереджувальним ремонтам, приходять ремонти за результатами оцінки фактичного технічного стану, які базуються на використанні систем контролю і моніторингу технічного стану елементів ротора ТГ, в тому числі за показами датчиків температури. Сучасні методи неруйнівного контролю теплового стану ротора ТГ передбачають використання приладів контролю нагріву електрообладнання із застосуванням різних методів вимірювань на основі фіксації показів: термометра, омметра, термопари і рівня інфрачервоного випромінювання. Контроль та аналіз нагріву елементів ротора ТГ в режимі реального часу виконується за допомогою датчиків температури, закладених в різних точках ТГ в процесі його виробництва.

Для підвищення ефективності інтелектуального контролю теплового стану ротора необхідні результати математичного моделювання його нагріву в різних режимах роботи ТГ і різних варіантах ушкоджень ОР.

© Ю.М. Васьковський, О.А. Гераскін

Дослідження температурного поля в ТГ здійснювалось в роботах [1 – 10]. Зокрема, в роботі [1] досліджувався вплив засмічення охолоджуючих каналів ОР на температурне поле та локальні перегріву ротора ТГ, які залежать від кількості засмічених каналів ОР. Зазначені дослідження проводилися при номінальному значенні струму збудження. Але, як вже відмічалося, неприпустимий нагрів ОР виникає при форсуванні струму збудження, яке з метою утримання ТГ в синхронізмі при виникненні коротких замикань в мережі тимчасово виконується системою збудження. Поєднання впливу цих двох факторів – наявності засмічених охолоджуючих каналів ОР і форсування струму збудження призводить до недопустимого перегріву ОР навіть при невеликій кількості засмічених каналів. Впливає також можлива наявність короткозамкнених (к.з.) витків ОР. Дослідження в такій постановці задачі дотепер не проводилися, але актуальність такого розгляду зростає з огляду на зменшення залишкового ресурсу потужних ТГ, які у даний час експлуатуються на електростанціях України.

**Мета роботи** – дослідження температурного стану ротора ТГ при появі типових ушкоджень ОР – наявності засмічених (закупорених) охолоджуючих каналів витків ОР і короткому замиканні частини витків ОР, як в номінальному режимі роботи ТГ, так і при форсуванні його струму збудження.

**Об’єкт дослідження.** Для дослідження температурного поля був вибраний турбогенератор ТГВ-200 потужністю 200 МВт з водневим охолодженням, що має наступні параметри: зовнішній діаметр бочки ротора  $D_R = 1,075$  м, довжина бочки ротора  $L_R = 5,1$  м, кількість пазів/зубцевих поділок ротора  $Z_2/Z_Z = 36/52$ , частота обертання ротора,  $n = 3000$  об/хв, напруга збудження  $U_f = 440$  В, номінальне значення коефіцієнта потужності  $\cos\phi_n = 0,85$  (перезбудження), клас нагрівостійкості ізоляції обмотки ротора – F (155 °C).

Коефіцієнти теплопровідності матеріалів ротора ТГ приймалися наступними: а) еквівалентний коефіцієнт теплопровідності пазової ізоляції обмотки ротора (з урахуванням наявності малих проміжків між ізоляцією та стінками пазів)  $\lambda_{is} = 0,25$  Вт/(м·°C); б) коефіцієнт теплопровідності дюралюмінієвих клинів ротора  $\lambda_0 = 155$  Вт/(м·°C); в) коефіцієнт теплопровідності мідних провідників ОР  $\lambda_{Cu} = 400$  Вт/(м·°C) [4].

Коефіцієнти тепловіддачі з різних конструктивних поверхонь ротора в охолоджуюче середовище  $\alpha$ , мають різні числові значення для різних поверхонь, а саме: зовнішньої поверхні бочки ротора, поверхонь вентиляційних каналів в мідних провідниках ОР. Приймалися наступні числові значення коефіцієнтів теплообміну між зазначеними поверхнями і воднем [1, 4]: а) коефіцієнт тепловіддачі між зовнішньою поверхнею бочки ротора і охолоджуючим воднем  $\alpha = 1100$  Вт/(м<sup>2</sup>·°C); б) коефіцієнт тепловіддачі між мідними провідниками витків і воднем у вентиляційних каналах ОР  $\alpha_v = 450$  Вт/(м<sup>2</sup>·°C).

**Математична модель** температурного поля ротора ТГ в сталих режимах роботи базується на стаціонарному диференціальному рівнянні теплопровідності, яке в декартових координатах в двовимірній постановці має наступний вид [4]:

$$\lambda \left[ \frac{\partial^2 \theta(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta(x, y)}{\partial y^2} \right] = Q(x, y), \quad (1)$$

де  $\theta(x, y)$  – невідома функція розподілу температури;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності;  $Q(x, y)$  – об’ємні питомі джерела теплового поля, Вт/м<sup>3</sup>, якими є втрати потужності в елементах ротора ТГ при роботі в номінальному синхронному режимі і при форсуванні збудження. Зокрема враховувалися наступні джерела тепловідлення: а) джоулеві втрати потужності в міді ОР  $Q_{RW} = i_{RW}^2 \cdot r_{RW}$ , де  $i_{RW}$  і  $r_{RW}$  – струм і активний опір ОР відповідно; б) вентиляційні втрати на поверхні ротора при його обертанні, які визначалися за відомими формулами в посібниках по проектуванню ТГ.

На зовнішній поверхні ротора і на внутрішніх поверхнях вентиляційних каналів обмотки ротора задавалися граничні умови третього роду:

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial n} = -\alpha(\theta - \theta_M), \quad (2)$$

де  $\alpha$  – зазначений вище коефіцієнт тепловіддачі;  $\theta_M$  – температура охолоджуючого холодоагенту (водню). Середня температура водню приймалася  $\theta_M = 45$  °C з урахуванням його підігріву при проходженні довгих вентиляційних каналів витків ОР.

Знайдений стаціонарний розподіл температури використовується як початковий розподіл температури при вирішенні задачі нестационарної теплопровідності в режимах форсування струму збудження, яке описується наступним рівнянням [4]:

$$\lambda \left[ \frac{\partial^2 \theta(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta(x, y, t)}{\partial y^2} \right] - c\rho \frac{\partial \theta(x, y, t)}{\partial t} = -Q(x, y, t), \quad (3)$$

де  $Q(x, y, t)$  – об’ємні питомі втрати потужності для задачі нестационарної теплопровідності, Вт/м<sup>3</sup>;  $c$  – теплоємність,  $\rho$  – питома густина матеріалу,  $t$  – час. Рівняння (3) розв’язується разом з умовами (2).

Моделювання ушкоджень ОР відбувалося наступним чином. При короткому замиканні витків ОР питомі втрати в к.з. витках дорівнюють нулю внаслідок відсутності в них струму збудження. Наявність засмічених вентиляційних каналів у витках ОР моделювалась відсутністю тепловіддачі з внутрішньої поверхні вентиляційних каналів – коефіцієнт тепловіддачі між провідниками витків в пазу ротора і засміченим вентиляційним каналом приймався  $\alpha_v = 0$ .

**Результати дослідження.** З метою порівняльного аналізу надалі наведено результати моделювання та дослідження температурного поля в роторі при різному технічному стані та режиму роботи ТГ.

**1. Нагрів неушкодженого ротора в номінальному режимі роботи ТГ.** Результати моделювання отримані в програмі Comsol Multiphysics 5.4 і відображають температурне поле ротора ТГ в номінальному режимі. Картина поля зображена на рис. 1.

За результатами аналізу можна зробити наступні висновки:

1. Максимальна температура міді ОР спостерігається в пазах ротора, які розташовані навколо осі ротора. Зокрема, максимальна температура провідни-

ків дорівнює  $87,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  і спостерігається в 3-му витку ОР від дна паза, який розташований біля осі  $q$ .

2. Найбільший нагрів в сталі ротора ТГ спостерігається в середніх зубцях на осі  $q$  і в ярмі ротора. На рис. 2. показано розподіл температури в сталі ротора вздовж діаметра по осях  $q$  і  $d$ .

3. Найменш нагрітими є дюралюмінієві клини та великі зубці ротора ( $45,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), що обумовлено умовами їх охолодження.

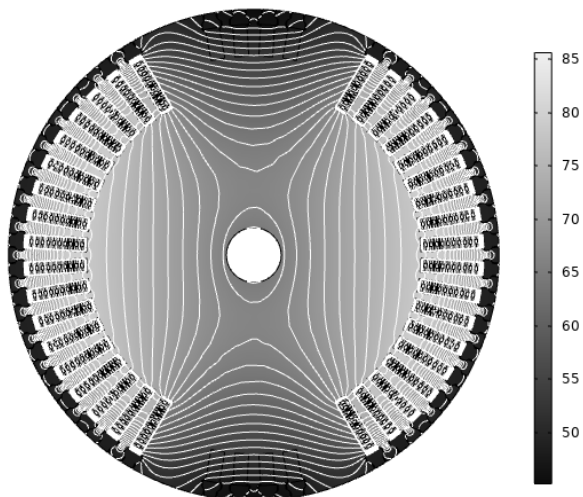


Рис. 1. Розподіл температури в роторі неушкодженого ТГ

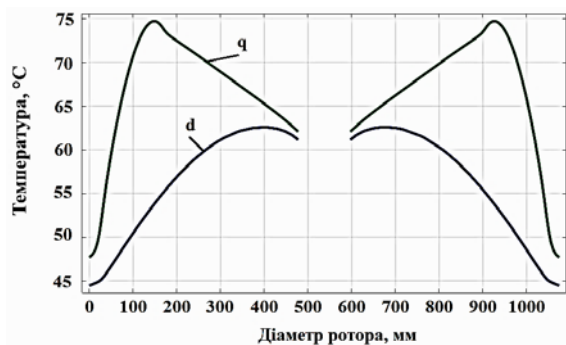


Рис. 2. Розподіл температури в сталі ротора неушкодженого ТГ вздовж радіуса по осям  $d$  і  $q$

Дослідження розподілу градієнта температури в роторі ТГ дозволяє визначити ділянки, в яких виникають найбільші термомеханічні напруження. Встановлено, що:

1. Температурні градієнти на ділянках сталі біля дна пазів, що межують з великими зубцями, є більшими ( $300\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$ ) у порівнянні з температурними градієнтами на ділянках сталі ротора, які розташовані біля дна пазів навколо осі  $q$  ( $126\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$ ).

2. Порівняно великі значення температурних градієнтів в сталі спостерігаються в верхній частині зубців біля клинів ротора ( $565\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$ ).

3. Значно більших значень досягають температурні градієнти в електричній ізоляції пазів, зокрема: в склотекстолітовій ізоляції під клинами ( $11627\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$ ); в склотекстолітовій ізоляції в основі пазів ( $9913\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$ ); в склотекстолітовій ізоляції, що примикає до стінок великого зубця ( $17006\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$ ); в склотекстолітовій ізоляції, що примикає до стінок решти пазів ( $18542\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$ ).

Це пояснюється тим, що витки ОР є найбільш нагрітими елементами, а дюралюмінієві клини і сталь

ротора – найбільш охолодженими. Тому при виборі матеріалу ізоляційних прокладок під клином та в основі паза для запобігання значних термомеханічних напружень доцільно надавати перевагу матеріалам, які мають менший коефіцієнт температурного розширення.

Окреме питання виникає при виборі теплофізичних параметрів ізоляції ОР ТГ. Були досліджені температурні поля в роторі при заміні існуючої штатної ізоляції ОР, яка має коефіцієнт теплопровідності  $\lambda_{is} = 0,25\text{ Вт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$ , на більш теплопровідну ізоляцію типу Місаdur з коефіцієнтом  $\lambda_{is} = 0,58\text{ Вт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$ , яка була запропонована в роботі [2].

За результатами проведених чисельних розрахунків встановлено, що значення градієнта температури в склотекстолітовій ізоляції, що межує зі стінками малого зубця біля осі  $q$ , зменшилось на  $16,8\%$ , а в підклиновій прокладці паза, розташованого біля великого зубця ТГ, зменшилось на  $36,2\%$ . Але у цілому максимальна температура в неушкодженому роторі зменшилась всього на  $1,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  (на  $1,7\%$ ) і становить  $85,7\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Такий результат пояснюється тим, що  $85\text{ } \dots\text{ } 90\%$  тепловиділення в ОР відводиться через вентиляційні канали у витках і лише  $10\text{ } \dots\text{ } 15\%$  тепловиділення проходить через ізоляцію і віддається з поверхні ротора.

**2. Нагрів ротора при короткому замиканні витків ОР.** При короткому замиканні частини витків ОР струм збудження оминає к.з. витки. Тому електричний опір ОР зменшується, а струм збудження зростає, що збільшує нагрів інших витків ОР. На рис. 3 показано залежності температури ОР від кількості к.з. витків, які знаходяться в одній котушці в одному пазу ротора.

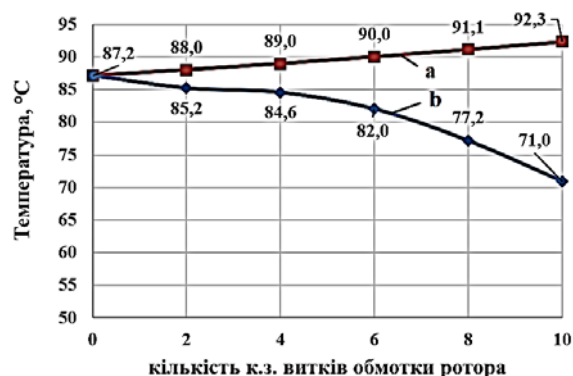


Рис. 3. Максимальна температура в залежності від кількості к.з. витків в пазу ОР: а) по всій площі ротора; б) в ушкодженому пазу ротора на осі  $q$  ротора

Наприклад, при замиканні всіх 10 витків котушки ОР, яка розташована в одному пазу, максимальна температура інших витків ОР зростає всього на  $6\%$  (рис. 3,а). При цьому температура в пазу з к.з. витками дещо зменшується, оскільки ушкоджені витки не навантажені струмом (рис. 3,б). З рис. 3 можна зробити висновок, що при короткому замиканні навіть 10 витків ОР ( $5,56\%$  від загальної кількості витків ОР) нагрів ротора збільшується в незначній мірі.

Нагрів ротора призводить до зростання градієнта температури в ізоляції ОР ТГ (рис. 4).

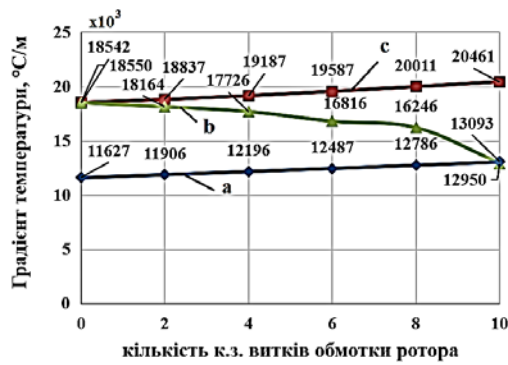


Рис. 4. Максимальні значення градієнта температури в залежності від кількості к.з. витків ОР: а) в підклиновій прокладці паза; б) в склотекстолітовій ізоляції, що примикає до стінок малого зубця; в) по всій площі ротора

**3. Нагрів ротора при засміченні охолоджуючих каналів витків ОР.** На рис. 5 показано максимальну температуру в ОР при наявності засмічених охолоджуючих каналів витків ОР, розташованих в одному пазу.



Рис. 5. Максимальна температура в пазу ротора в залежності від кількості засмічених каналів ОР

З рис. 5 видно, що при закупорці в пазу 4-х з 10-ти існуючих вентиляційних каналів максимальна температура в цьому пазу зростає на 56 % і наближається до критично допустимої температури ізоляції класу F, а при більшій кількості засмічених каналів – перевищує допустиму температуру. На рис. 6 показано зростання градієнта температури в ізоляції ОР при засміченні охолоджуючих каналів. З рис. 6 видно, що при засміченні 4-х каналів градієнт температури в ізоляції ОР зростає в 2,2 рази. Таким чином, на відміну від коротких замикань витків закупорка їх вентиляційних каналів викликає суттєво небезпечні перегриви ОР.



Рис. 6. Максимальні значення градієнта температури в склотекстолітовій ізоляції в залежності від кількості засмічених каналів ОР

**4. Нагрів ротора при форсуванні струму збудження.** Згідно з вимогами п.4.17 ГОСТ 21558-2000 системи збудження ТГ з безпосереднім охолодженням повинні витримувати дворазовий номінальний струм збудження протягом не менше 20 с. Розглядався розрахунковий нагрів ротора при наступному процесі форсування струму збудження: за час тривалістю 1 с струм збудження по лінійному закону зростає від номінального значення до форсованого значення, яке визначається коефіцієнтом форсування

$$k_f = \frac{i_{ff}}{i_{fn}}$$

де  $i_{ff}$ ,  $i_{fn}$  – відповідно форсоване і номінальне значення струму збудження (в розрахунках коефіцієнт варіюється в межах 1,25 ... 2). Надалі впродовж 19 с форсоване значення струму утримується незмінним. Далі приведено температури, набуті ротором вкінці зазначеного процесу форсування.

Залежності максимальних значень температури і градієнту температур в роторі від величини коефіцієнту форсування  $k_f$  показано, відповідно, на рис. 7 і рис. 8. Для порівняння на рис. 7 також показана лінія допустимого значення температури.



Рис. 7. Максимальна температура в пазу ротора нешкодженого ТГ в залежності від коефіцієнта форсування струму збудження

З рис. 7 видно, що вже при  $k_f = 1,75$  максимальна температура в роторі сягає гранично допустимого значення. Також виникають значні градієнти температури в ізоляції ОР (рис. 8), які в 3,1 рази перевищують їх значення в номінальному режимі, що уможливило ушкодження ізоляції ОР не тільки від перегріву, а й через значні термомеханічні деформації.

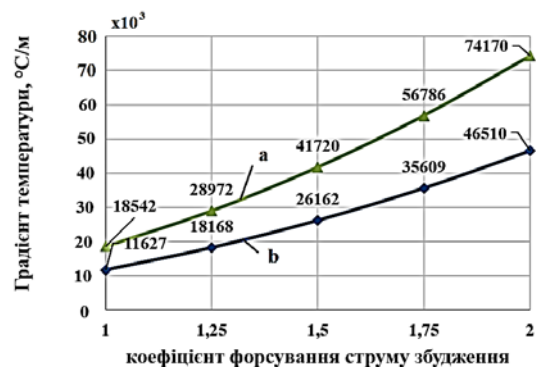


Рис. 8. Максимальні значення градієнта температури в залежності від коефіцієнта  $k_f$ : а) в склотекстолітовій пазовій ізоляції; б) в під клиновій ізоляції

**5. Нагрів ротора при засміченні вентиляційних каналів ОР, форсуванні струму збудження і коротких замиканнях витків ОР.** Недопустимим стає нагрів у разі форсування струму збудження, якщо ОР містить розглянуті вище ушкодження. На рис. 9 зображено залежності температури від коефіцієнту форсування струму збудження при різній кількості к.з. витків ОР і при відсутності закупорених вентиляційних каналів. На рис. 10 показано залежності температури ротора від коефіцієнту форсування струму збудження при різній кількості засмічених вентиляційних каналів (змінюється від 0 до 3) і при відсутності к.з. витків ОР. На рис. 9 і 10 нижній графік відповідає неушкодженому ротору, а при зростанні кількості ушкоджених витків графіки проходять вище. З рис. 9 видно в якій мірі в залежності від кількості к.з. витків зменшується допустиме значення коефіцієнта  $k_f$ .

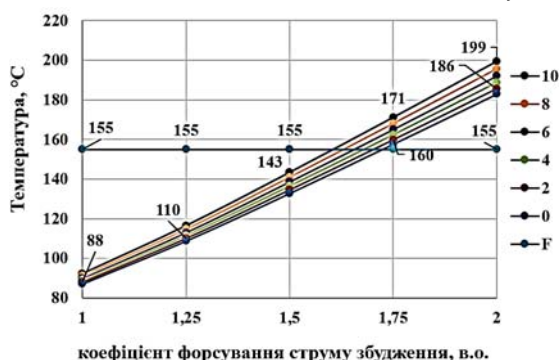


Рис. 9. Максимальна температура в роторі ТГ в залежності від коефіцієнта форсування струму збудження і різній кількості к.з. витків ОР (при відсутності засмічених каналів)

З рис. 10 видно, що при закупорці 3-х каналів при двократному форсуванні струму збудження максимальна температура зростає до 337 °С, що є неприпустимим. Таким чином, ушкодження системи охолодження ОР при засміченні вентиляційних каналів суттєво впливає на можливість форсування струму збудження за умови збереження допустимого нагріву ОР. Регламентоване форсування стає неможливим, оскільки вже при 1-му засміченому каналі допустиме значення  $k_f$  складає всього 1,35, що не задовольняє вимогам існуючих стандартів експлуатації ТГ.

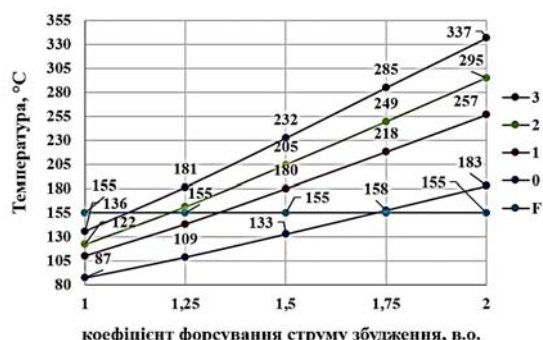


Рис. 10. Максимальна температура в роторі ТГ в залежності від коефіцієнта  $k_f$  при різній кількості засмічених каналів і відсутності к.з. витків ОР

На рис. 11 зображено аналогічні залежності для одного з вірогідних варіантів комбінованого ушкодження: при 1-му закупореному каналі і 2-х к.з. вит-

ках ОР при форсуванні збудження. З рис. 11 видно, що таке комбіноване ушкодження також є небезпечним для ТГ.

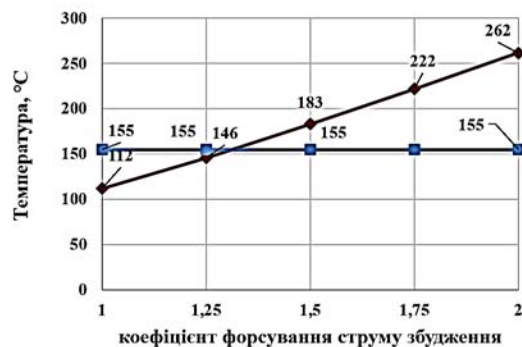


Рис. 11. Максимальна температура в роторі при 1-му засміченому каналі і 2-х к.з. витках ОР в залежності від коефіцієнта форсування струму збудження

### Висновки.

1. При тривалій експлуатації потужних ТГ в ОР виникають ушкодження – засмічення (закупорка) вентиляційних каналів і короткі замикання витків ОР, внаслідок чого суттєво збільшується нагрів ОР як в сталому номінальному режимі роботи, так і, особливо, при форсуванні струму збудження, в динамічних режимах.

2. Особливу небезпеку являє засмічення вентиляційних каналів. Навіть при 1-му закупореному каналі тривале форсування струму збудження може відбуватися з коефіцієнтом не більше 1,4, (або потрібно суттєво зменшити час форсування), а при 3-х і більше закупорених каналах форсування стає практично неможливим і ТГ потрібно виводити в ремонт. Тому важливе значення набуває розробка достовірних методів і засобів діагностування та своєчасного усунення засмічення вентиляційних каналів витків ОР ТГ.

3. Встановлено ділянки з найбільшими значеннями температури і температурного градієнта, що дозволяє обґрунтовано розміщувати датчики температури.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кучинский К.А. Анализ температурного поля ротора турбогенератора мощностью 300 МВт при асимметрии охлаждения пазовой зоны // Технічна електродинаміка. – 2013. – №4. – С. 59-66.
2. Федоренко Г.М., Колесник Г.А. Высоковольтная система изоляции с повышенной теплопроводностью для турбогенераторов // Праці інституту електродинаміки НАН України. – 2010. – №25. – С. 38-41.
3. Федоренко Г.М., Васильковський Ю.М., Саратов В.О. Розподіл температури в роторі при форсуванні струму збудження в Q-обмотці турбогенератора ТГВ-300, що модернізується // Новини енергетики. – 1998. – №4. – С. 33-39.
4. Филиппов И.В. Теплообмен в электрических машинах. – Л.: Энергоиздат, Л.О., 1986. – 256 с.
5. Шульженко Н.Г., Гонтаровский П.П., Протасова Т.В. Влияние неравномерности тепловыделения в роторе генератора на его термонапряженное состояние // Авиационно-космическая техника и технология. – 2007. – №8(44). – С. 135-139.
6. Lu Y., Li W., Ma X., Jin H.Y. Numerical simulation of temperature field in rotor of large turbogenerator with air-coolant // Proceedings of the Chinese Society of Electrical Engineering, 2007, vol.27, no.12, pp. 7-13.



7. Weili L., Xuefeng Y., Debao G., Yongli F. Calculation and analysis of fluid flow and heat transfer of air cooled turbogenerator with multipath ventilation // Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, vol.24, no.12, pp. 24-31.
8. Singh A.N., Doorsamy W., Cronje W. Thermographical analysis of turbogenerator rotor // Electric Power Systems Research, 2018, vol.163, pp. 252-260. doi: 10.1016/j.epsr.2018.06.019.
9. Irwanto B., Eckert L., Prothmann T. Thermal unbalance behaviour of turbogenerator rotors // Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics. – Springer, Cham, 2015, pp. 2231-2242. doi: 10.1007/978-3-319-06590-8\_183.
10. Weili L., Chunwei G., Ping Z. Calculation of a complex 3-D model of a turbogenerator with end region regarding electrical losses, cooling, and heating // IEEE Transactions on Energy Conversion, 2011, vol.26, no.4, pp. 1073-1080. doi: 10.1109/tec.2011.2161610.

#### REFERENCES

1. Kuchinskiy K.A. Analysis of the temperature field of the of 300 MW turbogenerator rotor with asymmetry in the cooling of the slot zone. *Technical electrodynamics*, 2013, vol.4, pp. 59-66. (Rus).
2. Fedorenko G.M., Kolesnik G.A. High-voltage insulation system with increased thermal conductivity for turbogenerators. *Works of institute of electrodynamics National Academy of Sciences of Ukraine*, 2010, no.25, pp. 38-41. (Rus).
3. Fedorenko H.M., Vaskovskiy Yu.M., Saratov V.O. Temperature distribution in the rotor in case of excitation current forcing in the Q-winding of the modernizing TGV-300 turbogenerator. *News of power engineering*, 1998, no.4, pp. 33-39. (Ukr).
4. Filippov I.V. *Teploobmen v elektrisnyh masynah* [Heat transfer in electric machines]. Leningrad, Energoizdat Publ., 1986. 256 p. (Rus).
5. Shulzhenko N.G., Gontarovskiy P.P., Protasova T.V. Influence of non-uniformity of heat dissipation in the generator rotor on its thermal stress state. *Aerospace Engineering and Technology*, 2007, no.8(44), pp. 135-139. (Rus).
6. Lu Y., Li W., Ma X., Jin H.Y. Numerical simulation of temperature field in rotor of large turbogenerator with air-coolant. *Proceedings of the Chinese Society of Electrical Engineering*, 2007, vol.27, no.12, pp. 7-13.
7. Weili L., Xuefeng Y., Debao G., Yongli F. Calculation and analysis of fluid flow and heat transfer of air cooled turbogenerator with multipath ventilation. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2009, vol.24, no.12, pp. 24-31.
8. Singh A.N., Doorsamy W., Cronje W. Thermographical analysis of turbogenerator rotor. *Electric Power Systems Research*, 2018, vol.163, pp. 252-260. doi: 10.1016/j.epsr.2018.06.019.
9. Irwanto B., Eckert L., Prothmann T. Thermal unbalance behaviour of turbogenerator rotors. *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*. Springer, Cham, 2015, pp. 2231-2242. doi: 10.1007/978-3-319-06590-8\_183.
10. Weili L., Chunwei G., Ping Z. Calculation of a complex 3-D model of a turbogenerator with end region regarding electrical losses, cooling, and heating. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2011, vol.26, no.4, pp. 1073-1080. doi: 10.1109/tec.2011.2161610.

Надійшла (received) 11.11.2019

Васьковський Юрій Миколайович<sup>1</sup>, д.т.н., проф., Гераскін Олександр Анатолійович<sup>1</sup>, к.т.н., доц.,

<sup>1</sup> Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», 03056, Київ, пр. Перемоги, 37, e-mail: vun157@gmail.com

Yu.M. Vaskovskiy<sup>1</sup>, O.A. Geraskin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», 37, Prospect Peremohy, Kyiv-56, 03056, Ukraine.

#### Turbogenerator rotor heating in presence of rotor winding defects and excitation current forcing.

**Purpose.** Research of the TGV-200 turbogenerator rotor heating in case of rotor winding damages, which occur as a result of prolonged operation of the turbogenerator, namely - clogging of the ventilation channels of the rotor winding and the occurrence of short circuits of the rotor windings. Particular attention is paid to heating during short-term increasing of the excitation current, which is performed to keep the generator in synchronous mode of operation. **Methods.** Field mathematical models are used. **Results.** It is determined that the clogging of the rotor winding ducts has a greater effect on the rotor heating compared to the short circuits of the individual windings of the rotor winding. It was defined that increasing of the excitation current within the limits regulated by the current standards of the turbogenerators operation becomes impossible with clogging of a small number of ventilation channels of the rotor winding, which impairs the efficiency of the turbogenerator and requires its output to repair. **Scientific novelty.** A mathematical model of rotor heating is developed in case of typical damages of the rotor winding. **Practical value.** The areas in the rotor where the temperatures and temperature gradients reach the highest values was determined, which allows to recommend the locations of the optimal temperature sensors placements. References 10, figures 11.

**Key words:** turbogenerator, rotor winding, temperature, temperature gradient, short circuit, clogging of cooling channels, excitation forcing.

В.В. Гоман, С.Х. Ошурбеков, В.М. Казакбаев, В.А. Прахт, В.А. Дмитриевский

## СРАВНЕНИЕ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ РАЗЛИЧНЫМИ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯМИ, РАБОТАЮЩИМИ В СОСТАВЕ НАСОСНОГО АГРЕГАТА

*Мета.* Порівняльний аналіз енергоспоживання електродвигунів різних типів і класів енергоефективності в електроприводі відцентрового насоса потужністю 2,2 кВт системи водопостачання з дросельним регулюванням. Порівнювалися синхронні електродвигуни з прямим пуском і постійними магнітами на роторі класу енергоефективності IE4 і асинхронні електродвигуни класів енергоефективності IE4 і IE3 різних виробників. *Методика.* Розрахунок енергоспоживання проводився на основі даних насоса і електродвигунів, що надаються виробниками, і включав в себе розрахунок енергоспоживання відцентровим насосом в типовому робочому циклі, який передбачає роботу зі зниженими навантаженнями протягом тривалого часу. *Результат.* Отримано розрахункові дані по добовому і річному енергоспоживанню розглянутих електродвигунів в типовому робочому циклі насоса, річна вартість електроенергії виходячи з середньоевропейського тарифу, економія в грошовому вираженні щодо найгіршого електродвигуна з розглянутих. Практичне значення. Показано, що вибір електродвигуна за КПД при найменшому навантаженні, тобто фактично на основі присвоєного відповідно до стандарту IEC 60034-30-1 класу енергоефективності IE, не призводить до мінімального енергоспоживання відцентрового насосного агрегату зі змінною подачею протягом типового робочого циклу. Також показано, що застосування в насосних агрегатах зі змінною витратою синхронних електродвигунів з прямим пуском і постійними магнітами класу IE4 в ряді випадків призводить до більшого енергоспоживання, ніж застосування асинхронних електродвигунів класу IE4, а іноді і класу IE3. Таким чином, при виборі класу енергоефективності електродвигуна як для насосного агрегату, так і для будь-якого іншого механізму, що працює значний час при знижених навантаженнях, слід проводити розрахунок енергоспоживання на підставі даних про типовий робочий цикл або з експериментальних даних. При цьому існуючий підхід, заснований на визначенні індексу енергетичної ефективності EEI, не дає інформації про економію електроенергії в натуральному і вартісному виразах, на відміну від описаного в роботі підходу. При виборі електродвигуна за принципом дії слід враховувати, крім енергоспоживання, те, що синхронні електродвигуни з постійними магнітами мають велику вартість, ніж асинхронні електродвигуни, з труднощі їх запуску при значному моменті інерції, а отримання магнітів з рідкоземельних металів пов'язане зі значним екологічним збитком. Бібл. 40, табл. 5, рис. 6.

*Ключові слова:* відцентрові насоси, асинхронні електродвигуни, синхронні електродвигуни з прямим пуском і постійними магнітами, клас енергоефективності, коефіцієнт корисної дії, дросельне регулювання.

*Цель.* Сравнительный анализ энергопотребления электродвигателей разных типов и классов энергоэффективности в электроприводе центробежного насоса мощностью 2,2 кВт системы водоснабжения с дросельным регулированием. Сравнялись синхронные электродвигатели с прямым пуском и постоянными магнитами на роторе класса энергоэффективности IE4 и асинхронные электродвигатели классов энергоэффективности IE4 и IE3 различных производителей. *Методика.* Расчет энергопотребления проводился на основе данных насоса и электродвигателей, предоставляемых производителями, и включал в себя расчет энергопотребления центробежным насосом в типовом рабочем цикле, предполагающем работу с пониженными нагрузками в течение продолжительного времени. *Результат.* Получены расчетные данные по суточному и годовому энергопотреблению рассмотренных электродвигателей в типовом рабочем цикле насоса, годовая стоимость электроэнергии исходя из средневропейского тарифа, экономия в денежном выражении относительно наихудшего электродвигателя из рассмотренных. *Практическое значение.* Показано, что выбор электродвигателя по КПД при номинальной нагрузке, то есть фактически на основе присвоенного в соответствии со стандартом IEC 60034-30-1 класса энергоэффективности IE, не приводит к минимальному энергопотреблению центробежного насосного агрегата с переменной подачей в течение типового рабочего цикла. Также показано, что применение в насосных агрегатах с переменным расходом синхронных электродвигателей с прямым пуском и постоянными магнитами класса IE4 в ряде случаев приводит к большему энергопотреблению, чем применение асинхронных электродвигателей класса IE4, а иногда и класса IE3. Таким образом, при выборе класса энергоэффективности электродвигателя как для насосного агрегата, так и для любого другого механизма, работающего значительное время при пониженных нагрузках, следует проводить расчет энергопотребления на основании данных о типовом рабочем цикле либо экспериментальных данных. При этом существующий подход, основанный на определении индекса энергетической эффективности EEI, не дает информации об экономии электроэнергии в натуральном и стоимостном выражениях, в отличие от описанного в работе подхода. При выборе электродвигателя по принципу действия следует учитывать помимо энергопотребления, то, что синхронные электродвигатели с постоянными магнитами имеют большую стоимость, чем асинхронные электродвигатели, имеются трудности их запуска при значительном моменте инерции, а получение магнитов из редкоземельных металлов сопряжено со значительным экологическим ущербом. Библ. 40, табл. 5, рис. 6.

*Ключевые слова:* центробежные насосы, асинхронные электродвигатели, синхронные электродвигатели с прямым пуском и постоянными магнитами, класс энергоэффективности, коэффициент полезного действия, дросельное регулирование.

**Введение.** Широко известные достоинства частотно-регулируемых приводов (ЧРП) заключаются в высоком КПД и высоких показателях динамической и статической характеристик, таких как жесткость, диа-

пазон регулирования, точность поддержания регулируемых величин.

Однако, доля частотно-регулируемых приводов согласно данным Европейской комиссии [1] для Германии составила около 30 %, а для Швейцарии согласно исследованию описанному в [2] около 20 %.

Таким образом, во многих приложениях широко применяются электродвигатели, питающиеся напряжением от электрической сети.

В частности, такие распространенные механизмы как центробежные насосы, компрессоры и вентиляторы не требуют широкий диапазон регулирования, высокий пусковой момент и быстродействие. Поэтому асинхронные электродвигатели (АД), работающие непосредственно от сети, широко применяются в приводах упомянутых турбомеханизмов. Также рядом производителей предлагается использование синхронных электродвигателей с прямым пуском и постоянными магнитами (СДсППиПМ) высокого класса энергоэффективности, питающихся напрямую от сети. Регулирование производительности насосов в этом случае производится с помощью задвижек (дрессельное регулирование), путем управляемого изменения характеристики гидравлической сети.

По данным международного энергетического агентства [3], электродвигатели потребляют 46 % электроэнергии, вырабатываемой в мире. На их долю приходится около 70 % общего промышленного потребления электроэнергии. Согласно отчету Европейской комиссии [3], на насосные системы приходится почти 22 % энергии, поставляемой электродвигателями в мире, как показано на рис. 1. Поэтому изучение возможностей повышения энергетической эффективности насосных агрегатов является актуальной задачей.

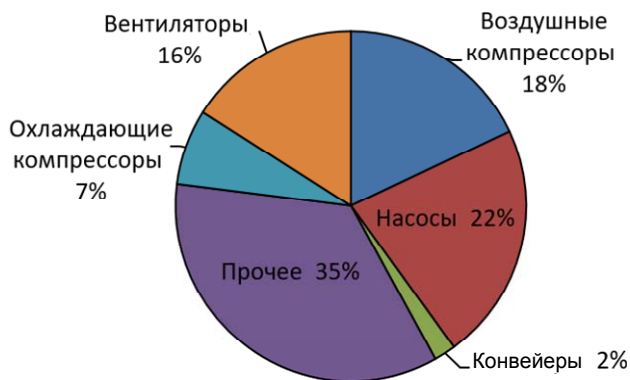


Рис. 1. Потребление энергии для различных приложений

Повышение энергетической эффективности насосного агрегата возможно за счет изменения в гидравлической сети на которую работает агрегат, применения систем управления, включая ЧРП, оптимизации и распределения нагрузок (в случае параллельно работающих агрегатов), а также за счет надлежащего выбора элементов агрегата, в частности применения электродвигателей более высокого класса энергоэффективности [4]. Последний упомянутый способ изучается в данной работе, как наиболее актуальный для насосов при дроссельном регулировании.

Минимальный уровень энергетической эффективности электродвигателей определен в Приложении I к [5]. Классы энергоэффективности основываются на значениях, указанных в [6]. В соответствии с регламентом Евросоюза [5] с 1 января 2017 все электродвигатели мощностью от 0,75 до 375 кВт должны иметь класс энергоэффективности не ниже IE3 либо IE2, в случае если они используются в составе ЧРП. До 2030 года согласно Policy Option 4 [7] следует ожидать введение минимального допустимого класса энергоэффективности не ниже IE4.

Классификация электродвигателей в [5] и [6] основывается только на КПД в номинальном режиме работы, то есть при номинальной мощности на валу, но не учитывает КПД электродвигателей при частичной нагрузке, которая характерна для электродвигателей в составе насосных агрегатов [8].

На практике, большую часть времени центробежные насосные установки эксплуатируются при низких или средних нагрузках, что происходит ввиду изменения численности людей в зданиях и/или атмосферных условий, при этом насосы проектируются, так чтобы удовлетворять максимальным нагрузкам [9]. В [10] оценено, что 75 % центробежных насосных установок имеют завышенную мощность, многие из них более, чем на 20 %. В [11] оценено, что только 20 % электродвигателей в насосах работают при номинальной мощности.

В публикациях [12, 13] производится сравнение энергопотребления насосного агрегата с электродвигателями разных типов и классов IE с ЧРП, так как при частотном регулировании достигается значительная экономия энергии, особенно в условиях малых нагрузок. Тем не менее, ввиду сохранившегося во многих отраслях, массового применения нерегулируемого электропривода, в ряде работ производится сравнение характеристик электродвигателей, которые работают непосредственно от сети. Так в статье [14] производился сравнительный анализ АД класса энергоэффективности IE3 и СДсППиПМ в составе вентилятора в пусковом и в установившемся режимах. Данный анализ показал, что КПД и коэффициент мощности СДсППиПМ существенно выше, чем у АД. Однако, анализ проводился для условий номинальной нагрузки. В статье [15] рассматривается работа СДсППиПМ в составе насосного агрегата. Сравняются характеристики предлагаемой конструкции электродвигателя с результатами моделирования в номинальном режиме насосной установки в условиях пуска с высоким моментом инерции. В статье [16] рассматривается устройство и характеристики установившегося и переходного режимов работы АД и СДсППиПМ мощностью 2,2 кВт в номинальном режиме и на холостом ходу. Для режима работы с номинальной мощностью определен показатель годовой экономии средств в случае использования СДсППиПМ.

Одним из основных выводов публикаций [13-16] является наличие преимущества СДсППиПМ над АД по таким параметрам как КПД и коэффициент мощности. Заметим, однако, что в данных публикациях сравнение АД и СДсППиПМ проводилось преимуще-

ственно для режимов работы с номинальной нагрузкой. В данной статье рассматриваются режимы работы АД и СДсППиПМ в составе насосного агрегата с переменной нагрузкой, зависящей от потребления воды, например, в крупном здании. В работе рассчитывается энергопотребление электроприводов при нагрузках, отличных от номинальной нагрузки электродвигателя, и полученные данные сравниваются для оценки потенциала энергосбережения электродвигателей классов энергоэффективности IE3 и IE4.

Ввиду того, что класс энергоэффективности IE электродвигателя присваивается по КПД в номинальном режиме в соответствии со стандартом IEC 60034-30-1 [6], но в HVAC-приложениях (англ. Heating, Ventilation, & Air Conditioning – Отопление, вентиляция и кондиционирование) электродвигатель в таком режиме работает лишь небольшую долю времени, основной целью этой статьи является определение критерия выбора электродвигателей по условию минимального энергопотребления с учетом реальных условий работы центробежных насосных агрегатов.

**Характеристики насосного агрегата и электродвигателей.** Привод насосного агрегата с одним электродвигателем, питающийся напрямую от электрической сети, показан на рис. 2 [8]. Он состоит из центробежного насоса, который без промежуточных механических передач соединен с электродвигателем.

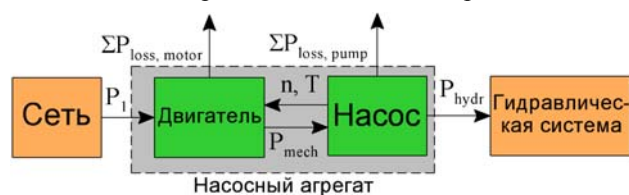


Рис. 2. Схема нерегулируемого насосного агрегата

Потребляемая приводом активная мощность  $P_1$  преобразуется электродвигателем в механическую мощность  $P_{mech}$ . Мощность  $P_{mech}$  меньше  $P_1$  на величину потерь в электродвигателе [8]:

$$P_{mech} = P_1 - \Sigma P_{loss,m}, \quad (1)$$

где  $\Sigma P_{loss,m}$  – суммарные потери электродвигателя.

Механическая мощность электродвигателя  $P_{mech}$  передается на насос и, следовательно, в условиях отсутствия промежуточных механических передач, равна входной механической мощности насоса. В насосе механическая мощность  $P_{mech}$  преобразуется в гидравлическую мощность  $P_{hydr}$ . Разница между  $P_{mech}$  и  $P_{hydr}$  является величиной общих потерь  $\Sigma P_{loss,pump}$  в насосе [8]:

$$P_{hydr} = P_{mech} - \Sigma P_{loss,pump}. \quad (2)$$

Гидравлическая мощность определяется расходом  $Q$  и напором насоса  $H_{pump}$ . Напор насоса зависит от расхода в соответствии с характеристикой  $Q-H$  насоса при заданной частоте вращения насоса  $n$ . Следовательно, необходимая электрическая мощность  $P_1$  зависит от расхода  $Q$  [8]:

$$P_1 = \rho g Q H_{pump} + \Sigma P_{loss,pump} + \Sigma P_{loss,m}, \quad (3)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости,  $g$  – ускорение свободно падения.

Для сравнения энергопотребления электродвигателей насосной установки при регулировании расхода

с помощью задвижки рассматривался центробежный насос NM4 40/25B (производство Calpeda), мощностью 2,2 кВт с номинальной скоростью вращения  $n = 1450$  об/мин [17]. Данные насоса приведены в табл. 1, где  $Q_{BER}$  – расход в точке максимальной эффективности (англ. best efficient point, *BER*),  $H_{BER}$  – напор в *BER*.

Таблица 1  
Паспортные характеристики насоса [17]

Параметр	Значение
Тип	NM4 40/25B
$P$ , Вт	2200
$n$ , об/мин	1450
$Q_{BER}$ , м <sup>3</sup> /ч	19
$H_{BER}$ , м	17,8
КПД, %	60

Расчет проводился для 8-и разных 4-полюсных электродвигателей мощностью 2,2 кВт, а именно: трех СДсППиПМ класса IE4, работающих от сети (Bharat Bijlee SynchroVERT [18], WEG [19], SEW-Eurodrive [20]), двух АД класса IE4 (Siemens [21] и WEG [22]) и трех АД класса IE3 (Siemens [21], WEG [23] и ABB [24]). Данные о величине КПД электродвигателей приведены в табл. 2.

Таблица 2  
КПД 4-полюсных электродвигателей мощностью 2,2 кВт [18-24]

$m$	Тип	Класс	КПД, % при нагрузке, %		
			50 %	75 %	100 %
1	LSPMSM SEW DRU J	IE4	88,0	90,5	91,2
2	LSPMSM SynchroVERT	IE4	88,6	89,4	89,5
3	LSPMSM WEG WQuattro	IE4	86,0	89,0	90,2
4	IM Siemens 1LE1004	IE4	88,3	89,6	89,5
5	IM WEG W22	IE4	88,5	89,5	89,5
6	IM Siemens 1LE1003	IE3	86,4	87,3	86,7
7	IM WEG W21	IE3	86,5	87,0	87,0
8	IM ABB M3BP	IE3	85,1	86,9	86,7

### Оценка энергопотребления насосного агрегата.

Работа насосного агрегата рассматривается в режимах, где расход воды в течение цикла работы насосного агрегата меняется, в соответствии с гидравлической нагрузкой, характерной для HVAC-приложений. Типовой цикл работы насоса (рис. 3), определенный регламентом Евросоюза [25] подразделен на 4-е режима. Особенностью цикла является то, что большую часть времени насос работает с расходом гораздо меньше номинального. Например, с расходом 25 % от номинального насос работает относительное время  $t_i/t_\Sigma = 44$  %, где  $t_\Sigma$  – суммарное время работы, принятое равным 24 часам,  $t_i$  – время работы насоса в данном режиме. При этом относительное время работы в номинальном режиме не превышает 6 %. Данный профиль нагрузки является типовым для насосных систем с потребностью в изменении расхода в широких пределах (систем с переменным расходом) [6].

Электродвигатель включается в сеть непосредственно, то есть скорость двигателя не регулируется с помощью преобразователя частоты в течение цикла, а расход насоса  $Q$  регулируется с помощью задвижки. Напор воды в этом случае меняется в соответствии с кривой  $Q-H$  насоса, а рабочая точка является точкой пересечения характеристики насоса и характеристики гидравлической системы. На рис. 4 показаны результаты интерполяции  $Q-H$  характеристики выбранного насоса и исходные точки согласно данным производителя [17], а также мощность насоса в рабочем диапазоне расходов.

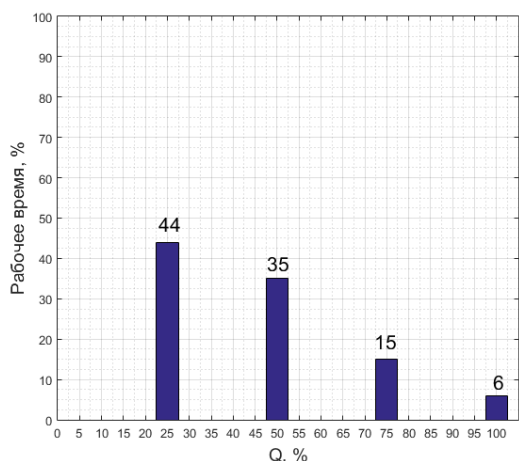


Рис. 3. Временная зависимость расхода воды за цикл

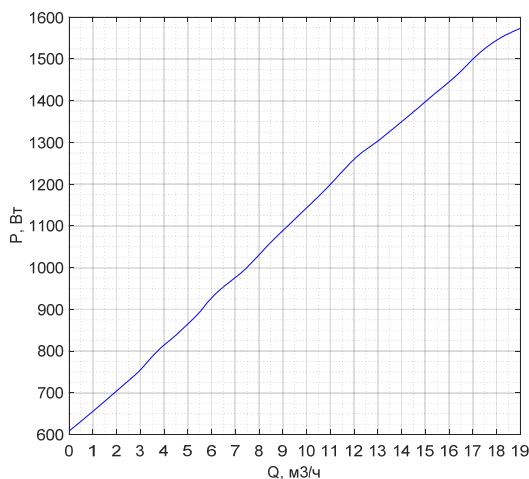
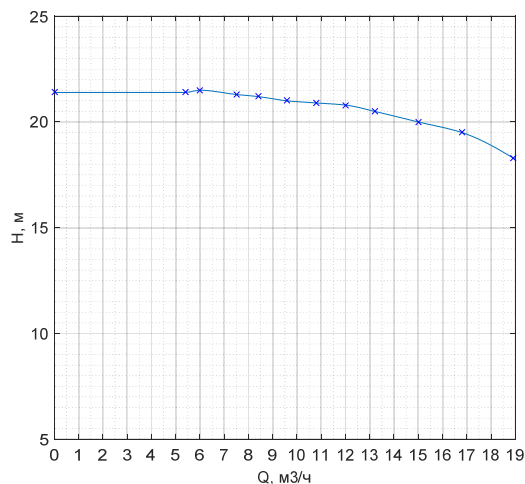


Рис. 4.  $Q-H$  – характеристика насоса и зависимость мощности от расхода

Кривая мощности насоса в зависимости от расхода приводится производителем насоса (рис. 4). По данной кривой была определена мощность насоса в 4-х стандартных режимах работы (25 %, 50 %, 75 %, 100 % расхода). Расход, соответствующий 100 %, был определен по кривой КПД насоса [17] как соответствующий максимальному КПД. На основании известных паспортных значений КПД электродвигателей (табл. 2) путем полиномиальной интерполяции кривой потерь  $\Sigma P_{\text{loss},m}$  каждого электродвигателя были определены величины КПД для четырех режимов работы насосного агрегата. Как показано в [27], зависимость потерь электродвигателя от нагрузки хорошо описывается полиномом второго порядка, коэффициенты которого можно легко получить по 3-м точкам исходных данных по КПД электродвигателей.

Полученные значения КПД для каждого электродвигателя  $\eta_{m,i,m}$  приведены в табл. 3, в которой также указаны для каждого режима работы: расход, напор, мощность насоса, выходная мощность электродвигателей в процентах относительно номинальной.

Таблица 3

Интерполированные значения КПД электродвигателей

$i$	1	2	3	4
$Q_{i,s}$ %	25	50	75	100
$Q_{i,s}$ м³/ч	4,75	9,50	14,25	19,00
$H_{\text{pump},i,s}$ м	21,4	21,0	20,2	17,8
$P_{\text{mech},i,s}$ Вт	851	1116	1361	1573
$P_{\text{mech},i,s}$ %	38,7	50,7	61,9	71,5
КПД $\eta_{m,i,m}$ , %				
$i$	1	2	3	4
LSPMSM SEW DRU J	85,5	88,1	89,5	90,3
LSPMSM SynchroVERT	87,7	88,6	89,1	89,3
LSPMSM WEG WQuattro	83,3	86,1	87,8	88,7
IM Siemens 1LE1004	86,7	88,4	89,2	89,5
IM WEG W22	85,8	88,2	89,3	89,7
IM Siemens 1LE1003	84,9	86,5	87,1	87,3
IM WEG W21	84,8	86,3	86,9	87,2
IM ABB M3BP	82,7	85,2	86,3	86,8

Потребляемая из сети активная электрическая мощность в каждом режиме вычислялась согласно выражению (4)

$$P_{1,i,m} = P_{\text{mech},i,m} / \eta_{m,i,m}, \quad (4)$$

где  $\eta_{m,i,m}$  – КПД  $m$ -го электродвигателя в  $i$ -м режиме работы.

Результаты расчета приведены в табл. 4.

Суточное потребление электроэнергии каждого электродвигателя (кВт·ч) за полный цикл работы насосного агрегата в соответствии с рассматриваемым профилем нагрузки определяется выражением

$$E_{d,m} = \frac{t_{\Sigma}}{1000} \cdot \sum_{i=1}^4 (P_{1,i,m} \cdot t_i / t_{\Sigma}). \quad (5)$$

При круглогодичной работе насосного агрегата годовая величина энергопотребления может быть рассчитана как:

$$E_{y,m} = E_{d,m} \cdot 365. \quad (6)$$

Стоимость потребленной электроэнергии (Евро) с учетом принятого средневропейского тарифа на электроэнергию  $GT = 0,1149 \text{ €/кВт}\cdot\text{ч}$  для потребителей не являющимися домохозяйствами во втором полугодии 2018 г. [28], рассчитывается как

$$C_{y,m} = E_{y,m} \cdot GT. \quad (7)$$

Для сопоставления энергопотребления и стоимости затраченной электроэнергии насосных агрегатов с различными электродвигателями, по выражению (8) рассчитывались разности стоимости электроэнергии относительно насосного агрегата с электродвигателем с наибольшим расходом электроэнергии при рассматриваемом профиле нагрузки (электродвигатель № 8 класса IE3 производства ABB)

$$S_{y,m} = C_{y,8} - C_{y(1...7)}, \quad (8)$$

Результаты расчетов по формулам (4-8) сведены в табл. 4 и 5, а также показаны на рис. 5, 6.

Таблица 4

Потребляемая мощность  $P_{i,m}$ , Вт

<i>i</i>	1	2	3	4
LSPMSM SEW DRU J	996,2	1266,1	1520,3	1742,3
LSPMSM SynchroVERT	971,3	1258,6	1527,4	1760,8
LSPMSM WEG WQuattro	1022,6	1295,2	1550,9	1773,1
IM Siemens 1LE1004	982,2	1262	1526,3	1757,5
IM WEG W22	992,9	1264,8	1524,4	1753,8
IM Siemens 1LE1003	1003,1	1289,9	1562,5	1802,5
IM WEG W21	1004,4	1293,1	1566	1805
IM ABB M3BP	1029,4	1309,4	1576,4	1812,2

Таблица 5

Стоимостные характеристики электропотребления

Тип	$E_{d,m}$ , кВт·ч	$E_{y,m}$ , кВт·ч	$C_{y,m}$ , €	$S_{y,m}$ , €
LSPMSM SEW DRU J	29,1	10635	2113,1	73,8
LSPMSM SynchroVERT	28,9	10535	2093,3	93,6
LSPMSM WEG WQuattro	29,8	10882	2162,3	24,6
IM Siemens 1LE1004	29	10585	2103,1	83,8
IM WEG W22	29,1	10630	2112,1	74,8
IM Siemens 1LE1003	29,6	10822	2150,3	36,6
IM WEG W21	29,7	10843	2154,4	32,5
IM ABB M3BP	30,2	11006	2186,9	0

График на рис. 5 демонстрирует то, что электродвигатель №3 – СДсППиПМ класса IE4 в рассматриваемом рабочем цикле, характерном для насосов с переменным расходом, потребляет больше электроэнергии, чем АД класса IE3 № 6 и №7, но меньше,

чем АД класса IE3 №8. Соответственно согласно рисунку 6 данный электродвигатель класса IE4 обеспечивает меньшую экономию средств, чем электродвигатели №6 и №7 класса IE3. СДсППиПМ №1 и №2 имеют показатели энергопотребления, приблизительно совпадающие с АД класса IE4 №4 и №5. Наименьшее энергопотребление имеет электродвигатель №2 – СДсППиПМ SynchroVERT, а наибольшее – электродвигатель №8, АД ABB.

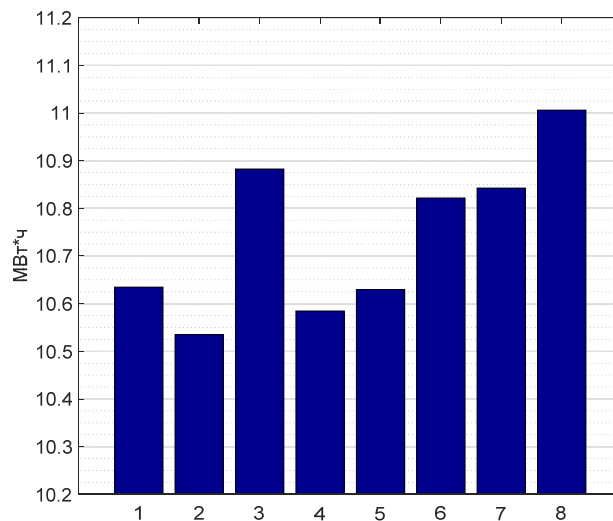


Рис. 5. Годовое потребление энергии:

1 – СДсППиПМ IE4 SEW DRU J; 2 – СДсППиПМ IE4 Synchrovert; 3 – СДсППиПМ IE4 Weg WQuattro; 4 – АД IE4 Siemens 1LE1004; 5 – АД IE4 Weg W22; 6 – АД IE3 Siemens 1LE1003; 7 – АД IE3 Weg W21; 8 – АД IE3 ABB M3BP.

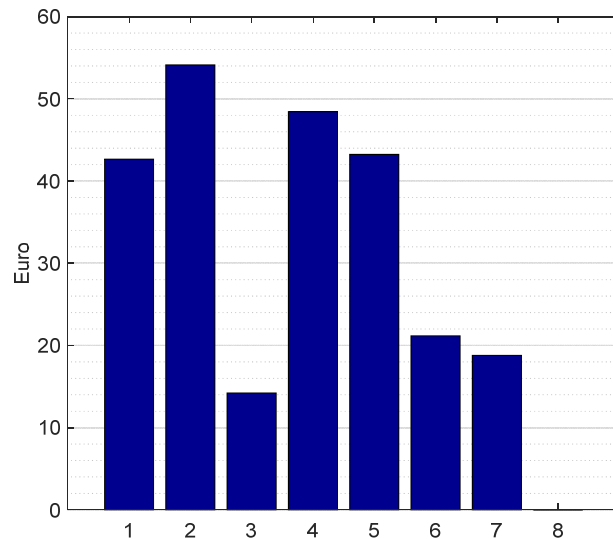


Рис. 6. Экономия затрат на электроэнергию относительно электродвигателя № 8:

1 – СДсППиПМ IE4 SEW DRU J; 2 – СДсППиПМ IE4 Synchrovert; 3 – СДсППиПМ IE4 Weg WQuattro; 4 – АД IE4 Siemens 1LE1004; 5 – АД IE4 Weg W22; 6 – АД IE3 Siemens 1LE1003; 7 – АД IE3 Weg W21; 8 – АД IE3 ABB M3BP

Полученные результаты, показанные на рис. 5 и 6, являются следствием того, что согласно принятому стандарту [6], электродвигатели классифицируются по энергопотреблению в соответствии со значением КПД в номинальном режиме работы, при

нагрузке, равной 100 %. Однако в насосных агрегатах электродвигатели значительную часть времени работают при нагрузке в 2...4 раза меньше номинальной и как следствие имеют пониженный КПД. При этом в существующих стандартах не установлены минимальные значения КПД электродвигателей, питающихся непосредственно от сети, при нагрузках ниже номинальных.

Таким образом, выбор электродвигателя на основании его класса энергоэффективности  $IE_2$  в ряде приложений, таких как насосы с переменным расходом, не приведет к достижению минимального энергопотребления. Заметим, что для частотно-регулируемых электродвигателей стандартом IEC 60034-30-2 [29] определены значения КПД в семи режимах нагрузки отличных от номинального. В черновой версии IEC 60034-30-2 [30] предлагалось для частотно-регулируемых электродвигателей насосов и вентиляторов (приводов с квадратичной зависимостью нагрузки от скорости) вычислять общий КПД как усредненный средневзвешенный показатель КПД при пониженных скоростях и нагрузках.

Поэтому при выборе электродвигателя для насосного агрегата, работающего с переменным расходом, нельзя руководствоваться только классом энергоэффективности  $IE$  и номинальным значением КПД, а стоит производить расчет энергопотребления в зависимости от режимов работы либо ориентироваться на индекс энергоэффективности насосного агрегата (см. ниже).

Стоит отметить, что СДсППиПМ имеют большую стоимость, чем АД (особенно класса  $IE_3$ ), из-за наличия в конструкции дорогостоящих редкоземельных магнитов. Получение же магнитов из редкоземельных металлов сопряжено со значительным экологическим ущербом, так в [31] указано, что производство каждой тонны материала для редкоземельных магнитов сопряжено с генерацией 1-1,4 т радиоактивных отходов. Лишь небольшая часть данных отходов содержит редкоземельные элементы и в дальнейшем перерабатывается для их извлечения [31]. Существует также технологическая зависимость от поставщиков редкоземельных элементов из Китая, так как более 95 % мировой добычи редкоземельных элементов контролируется Китаем [32]. Из-за монополии Китая цены на редкоземельные элементы нестабильны и могут меняться в несколько раз в течение нескольких лет [33].

Отметим также трудности запуска СДсППиПМ при значительном моменте инерции нагрузки, что существенно ограничивает их область применения. Обзор современных статей по СДсППиПМ [34-37] показывает, что максимальный момент инерции нагрузки для таких электродвигателей относительно небольшой и недостаточен, чтобы запуститься и выйти на номинальную скорость, например, турбомеханизму со стальным рабочим колесом. Данные электродвигатели не способны запуститься со многими типовыми механизмами, такими как: поршневые ком-

прессоры, винтовые компрессоры, плунжерные насосы, конвейеры, эскалаторы и т.д. [34-37].

Согласно результатам сравнения СДсППиПМ и АД классов  $IE_3$  и  $IE_4$ , описанного в [38] СДсППиПМ демонстрируют большее пиковое значение пускового тока, что может вызвать срабатывание типовых автоматических выключателей. Броски пускового тока могут быть причиной нежелательных отключений и могут повреждать контакторы, предохранители и устройства защиты, такие как автоматические выключатели или комплектные распределительные устройства [38]. При этом пуск с переключением «звезда-треугольник» или с помощью электронных устройств плавного пуска не рекомендован либо не возможен для СДсППиПМ [38]. Также СДсППиПМ намного более чувствительны к падению напряжения [38] и более чувствительны к несимметрии по фазам [38].

С учетом отмеченных выше недостатков СДсППиПМ более оправданным в настоящее время является применение в приложениях с переменной нагрузкой, сильно отличающейся от номинального режима, АД класса  $IE_4$ , а не СДсППиПМ.

**Расчет и оценка индекса энергоэффективности насосного агрегата в соответствии с требованиями европейских стандартов.** Энергоэффективность циркуляционных насосов, работающих преимущественно с переменным расходом, оценивается в соответствии с регламентом Евросоюза [25]. В данном документе в качестве типового профиля нагрузки насоса принят профиль, указанный на рис. 3, согласно которому велись вышеописанные расчеты. Согласно [8] индекс энергетической эффективности ( $EEI$ ) хорошо обоснован для оценки энергетической эффективности циркуляционных насосов и сейчас предлагается для других применений в сфере насосов.

То есть,  $EEI$  является наиболее подходящим показателем для оценки энергоэффективности насосных систем с переменным расходом различного назначения, в отличие от минимального индекса эффективности ( $MEI$ ), который определен в [39] и основывается на значениях КПД в относительно ограниченном диапазоне рабочих точек (75...110 % расхода) [8].

Согласно подходу ассоциации Euro pump [26, с. 12] и [40]  $EEI$  определяется выражением:

$$EEI = P_{1,avg} / P_{1,ref}, \quad (9)$$

где  $P_{1,avg}$  – средневзвешенное значение потребляемой насосом электрической мощности, которое определяется следующим выражением [25]:

$$P_{1,avg} = \sum_{i=1}^4 [(t_i/t_{\Sigma}) \cdot P_{1,i}]. \quad (10)$$

Знаменатель в выражении (9)  $P_{1,ref}$  – это электрическая мощность «справочной» системы, которая согласно [26, 40] определяется выражением

$$P_{1,ref} = P_{hydr.ref} / (\eta_{motor.ref} \cdot \eta_{pump.min.req}). \quad (11)$$

В обоих выражениях  $P_{hydr.ref}$  – гидравлическая мощность справочной системы, которая определяется как произведение расхода  $Q_{BER}$  ( $m^3/c$ ) и напора  $H_{BER}$  (Па): в данном случае  $P_{hydr.ref} = 921,6$  Вт.

В выражении (11)  $\eta_{\text{motor.ref}}$  – КПД справочного электродвигателя, который был принят равным КПД 4-х полюсного электродвигателя мощностью 2,2 кВт класса энергоэффективности IE3 согласно [6] ( $\eta_{\text{motor.ref}} = 86,7\%$ );  $\eta_{\text{pump.min.req}}$  – минимальный требуемый КПД справочного насоса в точке наилучшей эффективности [39], зависящий от табличного коэффициента  $C$ , определяемого типом насоса, номинальной частотой вращения насоса  $n$  и его энергоэффективностью, расхода  $Q_{\text{ВЕР}}$  и удельной частотой вращения  $n_s$ , в свою очередь зависящей от  $H_{\text{ВЕР}}$  и  $n$ . Подробный расчет  $\eta_{\text{pump.min.req}}$  в данной статье не приводится, результат расчета:  $\eta_{\text{pump.min.req}} = 50,66\%$ . Согласно формуле (11) значение  $P_{1.ref} = 2098,23$  Вт в данном случае.

Результаты расчетов по выражениям (9-11) приведены в табл. 6.

Из табл. 6 видно, что значения  $EEI$  для насосного агрегата с различными электродвигателями соответствуют закономерностям, проявленным на рис. 5 и 6. Таким образом,  $EEI$  характеризует энергопотребление насосного агрегата более объективно, чем класс энергоэффективности электродвигателя (IE), который зависит только от КПД в номинальном режиме.

Таблица 6

Определение индекса энергоэффективности насосной системы

$m$	Тип	$P_{1.avg}$ , Вт	$EEI$
1	LSPMSM SEW DRU J	1214,0	0,5786
2	LSPMSM SynchroVERT	1202,6	0,5732
3	LSPMSM WEG WQuattro	1242,3	0,5921
4	IM Siemens 1LE1004	1208,3	0,5759
5	IM WEG W22	1213,4	0,5784
6	IM Siemens 1LE1003	1235,4	0,5888
7	IM WEG W21	1237,7	0,5899
8	IM ABB M3BP	1256,4	0,5988

Отметим, что для циркуляционных насосов, являющихся предметом регламента Евросоюза [25], с 2005 г. существует добровольная маркировка продукции членами ассоциации Europump с помощью буквенного обозначения класса энергоэффективности A...G. Представляется актуальным введение подобной маркировки и для насосных агрегатов промышленного назначения, работающих с переменным расходом.

#### Выводы.

В работе проведен сравнительный анализ энергопотребления электродвигателей различного типа (СДсППиПМ и АД) и класса энергоэффективности (IE3 и IE4) в составе насосного агрегата мощностью 2,2 кВт с переменным расходом, с дроссельным регулированием. Описан подход, используемый для сравнения энергетических характеристик электродвигателей, включающий расчет энергопотребления насосного агрегата в типовом рабочем цикле с различными величинами технологической нагрузки. Были рассчитаны электрические мощности, потребляемая энергия и экономия средств для 8-ми электродвигателей.

По результатам расчета по описанной методике, выполненного на основе паспортных данных электродвигателей и насосов, было показано, что применение электродвигателя с высоким КПД при номинальной нагрузке (высоким классом энергоэффективности согласно [6]) не всегда обеспечивает минимальное энергопотребление в насосном агрегате с переменной подачей в течение цикла работы.

В работе отмечается, что возможен выбор наилучшего электродвигателя по методике, основанной на определении индекса энергетической эффективности  $EEI$  [26], так как при его расчете также учитывается режим работы насосного агрегата. Однако, расчетное значение  $EEI$  не дает информации об экономии электроэнергии в натуральном и стоимостном выражениях, в отличие от описанного в работе подхода.

Также в работе показано, что рассмотренные СДсППиПМ класса IE4 не имеют значительных преимуществ перед АД класса IE4, а иногда и класса IE3, в случае применения в насосных агрегатах с переменным расходом.

**Результаты работы получены при поддержке средствами МОН РФ, задание № 8.9549.2017/8.9.**

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. De Almeida A.T. et al. *EuP Lot 11 Motors, Final report to the European Commission*, 2008.
2. Phillips R., Tieben R. Improvement of Electric Motor Systems in Industry (IEMSI). *Proceedings of the 10th international conference on energy efficiency in motor driven systems (EEMODS' 2017)*, Rome, Italy, September 6-8, 2017. pp. 53-67. doi: 10.2760/345473.
3. *European Commission. Study on improving the energy efficiency of pumps*, 2001.
4. Arun Shankar V.K., Umashankar S., Paramasivam S., Hanigovszki N. A comprehensive review on energy efficiency enhancement initiatives in centrifugal pumping system. *Applied Energy*, 2016, vol. 181, pp. 495-513. doi: 10.1016/j.apenergy.2016.08.070.
5. *European Commission Regulation (EC) No. 640/2009 implementing Directive 2005/32/ EC of the European Parliament and of the Council with Regard to Ecodesign Requirements for Electric Motors*, (2009), amended by Commission Regulation (EU) No 4/2014 of January 6, 2014.
6. *Rotating electrical machines – Part 30-1: Efficiency classes of line operated AC motors (IE code)*. IEC 60034-30-1/ Ed. 1; IEC: 2014-03.
7. De Almeida A., Fong J., Falkner H. New European ecodesign regulation proposal for electric motors and drives. *Proceedings of the 9th International Conference on Energy Efficiency in Motor Driven Systems (EEMODS' 15)*, Helsinki, Finland, September 15-17, 2015. doi: 10.2790/903731.
8. Stoffel B. *Assessing the Energy Efficiency of Pumps and Pump Units. Background and Methodology*. Elsevier: Amsterdam, The Netherlands, 2015. doi: 10.1016/B978-0-08-100597-2.00009-4.
9. Gevorgov L. *Simulation and Experimental Study on Energy Management of Circulating Centrifugal Pumping Plants with Variable Speed Drives*. PhD Thesys, Tallinn University of Technology, 2017.
10. Shuvalova J. *Optimal Approximation of Input-Output Characteristics of Power Units and Plants*. PhD Thesys, Tallinn University of Technology, 2004.



11. Glover A., Lukaszczyk M. Oversizing pump motors – the problems. *World Pumps*, 2005, vol. 2005, no. 466, pp. 36-38. doi: [10.1016/s0262-1762\(05\)70638-6](https://doi.org/10.1016/s0262-1762(05)70638-6).
12. Safin N., Kazakbaev V., Prakht V., Dmitrievskii V. Calculation of the efficiency and power consumption of induction IE2 and synchronous reluctance IE5 electric drives in the pump application based on the passport specification according to the IEC 60034-30-2. *2018 25th International Workshop on Electric Drives: Optimization in Control of Electric Drives (IWED)*, Jan. 2018. doi: [10.1109/IWED.2018.8321381](https://doi.org/10.1109/IWED.2018.8321381).
13. Kazakbaev V., Prakht V., Dmitrievskii V., Ibrahim M., Oshurbekov S., Sarapulov S. Efficiency Analysis of Low Electric Power Drives Employing Induction and Synchronous Reluctance Motors in Pump Applications. *Energies*, 2019, vol. 12, no. 6, p. 1144. doi: [10.3390/en12061144](https://doi.org/10.3390/en12061144).
14. Mutize C., Wang R.-J. Performance comparison of an induction machine and line-start PM motor for cooling fan applications». *Proceedings of SAUPEC*, 2013. doi: [10.13140/RG.2.1.2542.1922](https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2542.1922).
15. Jian Li, Jungtae Song, Yunhyun Cho. High Performance Line Start Permanent Magnet Synchronous Motor for Pumping System. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 2010. doi: [10.1109/ISIE.2010.5637082](https://doi.org/10.1109/ISIE.2010.5637082).
16. Kahrisangi M.G., Isfahani A.H., Vaez-Zadeh S., Sebdani M.R. Line-start permanent magnet synchronous motors versus induction motors: A comparative study. *Frontiers of Electrical and Electronic Engineering*, 2012, pp. 2095-2732. doi: [10.1007/s11460-012-0217-8](https://doi.org/10.1007/s11460-012-0217-8).
17. NM, NMS, *Close Coupled Centrifugal Pumps with Flanged Connections; Catalogue*; Calpeda, 2018. Available at: [https://www.calpeda.com/system/products/catalogue\\_50hzs/53/en/NM\\_NMS\\_EN2018.pdf?1549893188](https://www.calpeda.com/system/products/catalogue_50hzs/53/en/NM_NMS_EN2018.pdf?1549893188) (accessed 23 March 2019).
18. *Catalogue of super premium efficiency SynchroVERT LSPM motors*. Available at: [https://www.bharatbijlee.com/media/14228/synchrovert\\_catalogue.pdf](https://www.bharatbijlee.com/media/14228/synchrovert_catalogue.pdf) (accessed 15 May 2019).
19. Available at: <https://www.weg.net/catalog/weg/RU/en/Electric-Motors/Special-Application-Motors/Permanent-Magnet-Motors/Line-Start-PM-Motors/Wquattro-2-2-kW-4P-100L-3Ph-230-400-V-50-Hz-IC411---TEFC---B3T/p/13009386> (accessed 28 August 2019).
20. *Addendum to the operating instructions: AC Motors DR.71.J-DR.100.J with LSPM technology, 21281793/EN, 09/2014, SEW Eurodrive*. Available at: <https://download.sew-eurodrive.com/download/pdf/21343799.pdf> (accessed 20 August 2019).
21. *Catalog Siemens D81.1 Simotics GP, SD, XP, DP low-voltage motors, 05/2018*. Available at: [www.siemens.com/drives/catalogs](http://www.siemens.com/drives/catalogs) (accessed 27 August 2019).
22. Available at: <https://www.weg.net/catalog/weg/MV/en/Electric-Motors/Low-Voltage-NEMA-Motors/General-Purpose-ODP-TEFC/Cast-Iron-TEFC-General-Purpose/W22-Super-Premium-Efficiency/W22-Super-Premium-Efficiency-3-HP-4P-182-4T-3Ph-208-230-460-380-V-60-Hz-IC411---TEFC---Foot-mounted/p/12792146> (accessed 28 August 2019).
23. Available at: <https://www.weg.net/catalog/weg/RU/en/Electric-Motors/Low-Voltage-IEC-Motors/General-Purpose-ODP-TEFC/Aluminium-TEFC-General-Purpose/Aluminium-TEFC-General-Purpose/Multimounting-IE3/Multimounting-IE3-2-2-kW-4P-100L-3Ph-220-240-380-415-460-V-50-Hz-IC411---TEFC---B3T/p/12397774> (accessed 24 August 2019).
24. *Catalog ABB - Low Voltage General Performance motors, June 2018*. Available at: <https://library.e.abb.com/public/00389a1977844886b7e3e7560a6c22bf9AKK105789%20EN%2006-2018%20General%20Perf.pdf> (accessed 14 May 2019).
25. *Commission Regulation (EC) No 641/2009* of July 22, 2009 implementing Directive 2005/32/EC of the European Parliament and of the Council with regard to ecodesign requirements for glandless standalone circulators and glandless circulators integrated in products, amended by Commission Regulation (EU) No 622/2012 of July 11, 2012.
26. *Extended product approach for pumps*, Copyright © 2014 by Europump. Published by Europump.
27. Ferreira F.J.T.E., De Almeida A.T. Energy savings potential associated with stator winding connection mode change in induction motors. *2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, pp. 2775-2783. doi: [10.1109/ICELMACH.2016.7732915](https://doi.org/10.1109/ICELMACH.2016.7732915).
28. *Eurostat Data for the Industrial Consumers in Germany*. Available at: [http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-ex-plained/index.php/Electricity\\_price\\_statistics#Electricity\\_prices\\_for\\_industrial\\_consumers](http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-ex-plained/index.php/Electricity_price_statistics#Electricity_prices_for_industrial_consumers) (accessed 10 September 2019).
29. *Rotating electrical machines – Part 30-2: Efficiency classes of variable speed AC motors (IE-code) IEC 60034-30-2/ IEC: 2016-12*.
30. *Rotating electrical machines – Part 30-2: Efficiency classes of variable speed AC motors (IE-code) IEC 60034-30-2 (draft)*. Available at: [https://www.iec.ch/dyn/www/f?p=103:52:0:::FSP\\_ORG\\_ID,FS\\_P\\_DOC\\_ID,FSP\\_DOC\\_PIECE\\_ID:1221,151336,279593](https://www.iec.ch/dyn/www/f?p=103:52:0:::FSP_ORG_ID,FS_P_DOC_ID,FSP_DOC_PIECE_ID:1221,151336,279593) (accessed on 17 September 2019).
31. W. Ismar Borges de Lima, editor. *Rare Earth Industry*. Elsevier, 2015. doi: [10.1016/C2014-0-01863-1](https://doi.org/10.1016/C2014-0-01863-1).
32. Dent P.C. Rare earth elements and permanent magnets (invited). *Journal of Applied Physics*, 2012, vol. 111, no. 7, p. 07A721. doi: [10.1063/1.3676616](https://doi.org/10.1063/1.3676616).
33. Goss J., Popescu M., Staton D. A comparison of an interior permanent magnet and copper rotor induction motor in a hybrid electric vehicle application. *Proceedings of IEEE International Electric Machines & Drives Conference, EMDC 2013*, Chicago, IL, USA. doi: [10.1109/IEMDC.2013.6556256](https://doi.org/10.1109/IEMDC.2013.6556256).
34. Ismagilov F.R., Vavilov V.E., Gusakov D.V. Line-Start Permanent Magnet Synchronous Motor for Aerospace Application. *2018 IEEE International Conference on Electrical Systems for Aircraft, Railway, Ship Propulsion and Road Vehicles & International Transportation Electrification Conference (ESARS-ITEC)*, Nov. 2018. doi: [10.1109/ESARS-ITEC.2018.8607689](https://doi.org/10.1109/ESARS-ITEC.2018.8607689).
35. Sorgdrager A.J., Wang R.-J., Grobler A.J. Multiobjective Design of a Line-Start PM Motor Using the Taguchi Method. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2081, vol. 54, no. 5, pp. 4167-4176. doi: [10.1109/TIA.2018.2834306](https://doi.org/10.1109/TIA.2018.2834306).
36. Kurihara K., Rahman M.A. High-Efficiency Line-Start Interior Permanent-Magnet Synchronous Motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2004, vol. 40, no. 3, pp. 789-796. doi: [10.1109/TIA.2004.827476](https://doi.org/10.1109/TIA.2004.827476).
37. Niaz Azari M., Mirsalim M. Line-start permanent-magnet motor synchronisation capability improvement using slotted solid rotor. *IET Electric Power Applications*, 2013, vol. 7, no. 6, pp. 462-469. doi: [10.1049/iet-epa.2013.0042](https://doi.org/10.1049/iet-epa.2013.0042).
38. Ferreira F.J.T.E., Lepretre B., de Almeida A.T. Comparison of protection requirements in IE2- IE3- and IE4-class motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2016, vol. 52, no. 4, pp. 3603-3610. doi: [10.1109/TIA.2016.2545647](https://doi.org/10.1109/TIA.2016.2545647).

39. Commission regulation (EU) No 547/2012 of June 25, 2012 implementing Directive 2009/125/EC of the European Parliament and of the Council with regard to ecodesign requirements for water pumps.

40. Lang S., Ludwig G., Pelz P.F., Stoffel B. *General methodologies of determining the Energy Efficiency Index of pump units in the frame of the Extended Product Approach*. Rio de Janeiro, EEMODS, 2013. doi: 10.2790/28891.

Поступила (received) 29.10.2019

Гоман Виктор Валентинович<sup>1</sup>, к.т.н.,  
Ошурбеков Сафарбек Хосабекович<sup>2</sup>,  
Казакбаев Вадим Маратович<sup>2</sup>, к.т.н.,  
Практ Владимир Алексеевич<sup>2</sup>, к.т.н.,  
Дмитриевский Владимир Алексеевич<sup>2</sup>, к.т.н.,

<sup>1</sup> Нижнетагильский технологический институт (филиал)

Уральского федерального университета,  
622013, Российская Федерация, Свердловская обл.,  
Нижний Тагил, ул. Красногвардейская, 59,  
e-mail: v.v.goman@urfu.ru

<sup>2</sup> Уральский федеральный университет,  
620002, Российская Федерация, Екатеринбург,  
ул. Мира, 19,  
e-mail: s.oshurbekov@mail.ru, vadim.kazakbaev@urfu.ru,  
va.prakht@urfu.ru, vladimir.dmitrievsky@urfu.ru

V.V. Goman<sup>1</sup>, S.Kh. Oshurbekov<sup>2</sup>, V.M. Kazakbaev<sup>2</sup>,  
V.A. Prakht<sup>2</sup>, V.A. Dmitrievskii<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Nizhny Tagil Technological Institute (branch)  
of Ural Federal University,  
59, Krasnogvardeiskaia Str., Nizhny Tagil,  
Sverdlovsk Region, 622013, Russia.

<sup>2</sup> Ural Federal University,  
19, Mira Str., Ekaterinburg, 620002, Russia.

### Comparison of energy consumption of various electrical motors operating in a pumping unit.

**Purpose.** Comparative analysis of energy consumption of various types electric motors in fixed speed centrifugal industrial pump applications is carried out. The purpose of the analysis is to choose the most efficient motor in the considered application. It is assumed that hydraulic flow of the pump is adjusted by throttling. The rated power of the pump unit is 2.2 kW. Direct on line motors of various energy efficiency classes from various manufacturers are considered: induction motors with permanent magnets on the rotor of IE4 class and squirrel cage induction motors of IE3 and IE4 classes. **Methodology.** Assessment of energy consumption of the motors is carried out based on the catalogue data from manufacturers of the pump and the motors. Pump hydraulic equations, interpolation of motor catalogue data and statistical data are also used. **Results.** The following values have been obtained: annual and daily energy consumption of the motors and electricity cost savings comparing with the least effective motor considered. **Practical value.** The following practical consideration are presented based on the theoretical results: choosing the motor based only on its IE efficiency class according to IEC 60034-30-1 is not enough to ensure the minimum energy consumption of pump units with variable flow during the load cycle. In addition, the energy consumption may be higher in the case of permanent magnet motors of IE4 class in comparison with induction motors of IE4 or even IE3 class. Therefore, it is necessary to take into account efficiency of the motors at underload and it is needed to calculate the energy consumption during the actual load cycle. It should be noted, that the existing approach based on the Energy Efficiency Index (EEI) calculation does not provide information about absolute values of energy savings and cost savings, in contrast to the described approach. While choosing motors to run in the considered application it is also important to take into account that the motors with permanent magnets on the rotor have significantly higher price and very restricted starting capabilities comparing with induction motors. In addition, the production of rare earth magnets causes a significant environmental damage. References 40, tables 5, figures 6.

**Key words:** centrifugal pump, induction motor, line-start permanent magnet synchronous motor (LSPMSM), efficiency class, energy efficiency, throttle control.

Ю.В. Шуруб, Ю.Л. Цищорський

## ГАРМОНІЙНИЙ АНАЛІЗ КОМБІНОВАНОЇ СХЕМИ ОДНОФАЗНОГО ВКЛЮЧЕННЯ АСИНХРОННОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ З ТИРИСТОРНИМ КЕРУВАННЯМ

Розроблено узагальнену для різних варіантів з'єднання силової частини електроприводу з тиристорним керуванням математичну модель комбінованої схеми однофазного включення асинхронного двигуна із змінною структурою силової частини та постійною ємністю фазозміщуючого конденсатора. Проведено порівняльний гармонійний аналіз струмів та моментів двигуна та визначено фактори, що впливають на енергоефективність електроприводу, при різних схемах включення силової частини. Бібл. 4, табл. 1, рис. 5.

Ключові слова: асинхронний двигун, однофазне живлення, тиристорне керування, гармоніка.

Разработана обобщенная для разных вариантов соединения силовой части электропривода с тиристорным управлением математическая модель комбинированной схемы однофазного включения асинхронного двигателя с переменной структурой силовой части и постоянной емкостью фазосдвигающего конденсатора. Проведен сравнительный гармонический анализ токов и моментов двигателя и определены факторы, влияющие на энергоэффективность электропривода, при разных схемах включения силовой части. Библ. 4, табл. 1, рис. 5.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, однофазное питание, тиристорное управление, гармоника.

**Вступ.** Схеми однофазного включення трифазних асинхронних двигунів (АД) з фазозміщуючим конденсатором та постійною структурою силової частини знаходять широке застосування у нерегульованих електроприводах завдяки простоті конструкції та досить високим енергетичним характеристикам [1-3]. У випадках регульованого електроприводу (ЕП) застосування схем включення фазозміщуючого конденсатора з постійною ємністю може значно погіршувати експлуатаційні та енергетичні характеристики електроприводу у пускових режимах та при роботі із змінною швидкістю [2, 3]. Використання конденсатора з регульованою ємністю збільшує масогабаритні показники ЕП. У [4] для роботи регульованих насосів при однофазному живленні пропонується застосування комбінованої схеми регульованого тиристорним перетворювачем напруги (ТПН) електроприводу із змінною структурою силової частини, що показана на рис. 1. Застосування цієї схеми дозволяє використовувати постійну ємність в широкому діапазоні регулювання швидкості.

**Метою даної статті** є порівняльний аналіз впливу гармонійних складових координат однофазного електроприводу, що виникають внаслідок фазового способу керування, на експлуатаційні характеристики електроприводу при різних варіантах включення силової частини.

**Математична модель.** Схема комбінованого включення (рис. 1) має два варіанти з'єднання силової частини. Обмотки двигуна у пусковому режимі та при роботі із зниженими швидкостями вмикаються за схемою послідовно-паралельного включення (положення 2 контактора  $K$ ), у робочому режимі – за схемою Штейнметца (положення 1 контактора  $K$ ). Для аналізу процесів у цій схемі при тиристорному керуванні була розроблена узагальнена математична модель, у якій структура диференціальних рівнянь залишається незмінною незалежно від схеми з'єднань силової частини.

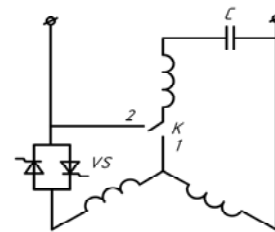


Рис. 1. Комбінована схема однофазного включення асинхронного електроприводу

В системі координат статора  $\alpha, \beta, 0$  електромеханічні процеси в АД описуються наступною системою рівнянь в матричній формі:

$$\begin{cases} \bar{u}_s = R_s \cdot \bar{i}_s + \sigma \cdot L_s \cdot p \cdot \bar{i}_s + \frac{L_m}{L_r} \cdot p \cdot \bar{\psi}_r; \\ 0 = -R_r \cdot \frac{L_m}{L_r} \cdot \bar{i}_s + \frac{R_r}{L_r} \cdot \bar{\psi}_r' + p \cdot \bar{\psi}_r' + \omega \cdot \bar{\psi}_r'; \\ M = \frac{3}{2} \cdot \frac{L_m}{L_r} \cdot (\psi_\alpha^r \cdot i_\beta^s - \psi_\beta^r \cdot i_\alpha^s); \\ J \frac{d\omega}{dt} = M - M_c, \end{cases} \quad (1)$$

де  $\bar{u}_s = |u_\alpha^s, u_\beta^s|^t$  – вектор напруг статора;  $\bar{i}_s = |i_\alpha^s, i_\beta^s|^t$

– вектор струмів статора;  $\bar{\psi}_r' = |\psi_\alpha^r, \psi_\beta^r|^t$  – вектор

потокозчеплень ротора;  $L_s = L_m + L_{\sigma s}$ ,  $L_r$  – повні індуктивності статора і ротора;  $L_m$  – індуктивність намагнічуючого контуру;  $L_{\sigma s}$  – індуктивність розсіювання статора;  $R_s, R_r$  – активні опори статора і ротора;

$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_r \cdot L_s}$  – коефіцієнт розсіювання;  $J$  – момент

інерції;  $\bar{\omega} = \begin{vmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{vmatrix}$  – матриця, що визначає ЕРС обертання;  $p$  – символ диференціювання за часом.

© Ю.В. Шуруб, Ю.Л. Цищорський

Для вирішення системи (1) необхідно виразити вектор напруг статора  $\bar{u}_s = \left| u_\alpha^s, u_\beta^s \right|^t$  через параметри зовнішнього кола двигуна і змінні стану, за які приймаються струми статора  $\bar{i}_s = \left| i_\alpha^s, i_\beta^s \right|^t$  та потокозчеплення ротора  $\bar{\psi}_r' = \left| \psi_\alpha^r, \psi_\beta^r \right|^t$ . Опираючись на рівняння Кірхгофа та відомі співвідношення між електромагнітними змінними в ортогональній системі координат  $\alpha, \beta, 0$  і в природній системі координат А, В, С можливо визначити, що в загальному випадку вектор напруг статора для досліджуваних схем (Штейнметца і послідовно-паралельної) є функцією напруги мережі  $u$ , вектора струму статора  $\bar{i}_s$ , вектора потокозчеплень ротора  $\bar{\psi}_r$  і напруги на конденсаторі  $u_C$ , яка в свою чергу може бути визначена через складові вектора  $\bar{i}_s$ . Тоді загальний вираз для визначення вектора напруг статора буде мати вигляд:

$$\bar{u}_s = \bar{k}_1 \cdot u + \frac{1}{C_1} \cdot \bar{k}_2 \cdot \frac{1}{p} \cdot \bar{i}_s + (R_s \cdot \bar{k}_3 + \sigma \cdot L_s \cdot \bar{k}_3 \cdot p) \cdot \bar{i}_s + L_m \cdot \left( \frac{L_m}{L_r} - 1 \right) \cdot \bar{k}_4 \cdot p \cdot \bar{i}_s + \frac{L_m}{L_r} \cdot \bar{k}_5 \cdot p \cdot \bar{\psi}_r' \quad (2)$$

У правій частині виразу (2) перша складова обумовлена дією напруги мережі, друга – напругою на конденсаторі, третя – дією протиЕРС від струмів нульової послідовності, четверта – протиЕРС обертання.

Робота тиристорного регулятора описується логічною функцією

$$F = X_1 \cdot \Pi + Y_1 + X_2 \cdot \Pi + Y_2, \quad (3)$$

де логічні функції  $Y_1, Y_2$  відповідають ненульовому значенню струмів через тиристори, логічні функції  $X_1, X_2$  – зворотним напругам на тиристорах,  $\Pi$  – перемикаюча функція, що відповідає сигналу керування тиристорами.

Перемикаюча функція  $\Pi$  при фазовому керуванні має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \Pi = 1 & \text{ при } \alpha + \pi \cdot k < \omega_0 \cdot t < (\alpha + \theta) + \pi \cdot k; \\ \Pi = 0 & \text{ при } 0 + \pi \cdot k < \omega_0 \cdot t < \alpha + \pi \cdot k \cup \\ & \cup (\alpha + \theta) + \pi \cdot k < \omega_0 \cdot t < \pi + \pi \cdot k \end{aligned} \quad (4)$$

де  $\alpha$  – кут керування тиристорами (в ел. град.);  $\omega_0$  – частота напруги живлення;  $\theta$  – тривалість імпульсів керування (в ел. град.), що обираються з умов надійного відкриття тиристорів;  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  Для надійного відкриття тиристорів система керування ТПН повинна формувати імпульси тривалістю не менше ніж 70 ел. град.

Провідному стану тиристорного регулятора відповідає значення  $F = 1$ , непровідному –  $F = 0$ .

Числові значення матриць коефіцієнтів  $\bar{k}_1 - \bar{k}_4$ , що дозволяють зв'язати вектор напруги статора двофазної моделі АД в координатах статора  $\alpha, \beta, 0$ , з параметрами зовнішнього кола двигуна (напруга мережі, ємність конденсатора) і змінними стану, приведені в табл. 1 в залежності від положення комутатора  $K$  і стану (провідного чи непровідного) тиристорного регулятора.

Таким чином, зміна структури силового кола не вимагає зміни системи диференціальних рівнянь, а супроводжується тільки зміною коефіцієнтів  $\bar{k}_1 - \bar{k}_4$  в рівнянні (2), не порушуючи при цьому закони безперервності потокозчеплень двигуна та зарядів конденсатора.

Таблиця 1

Матриці коефіцієнтів рівняння (2)

Схема (положення ключа $K$ )	Стан тиристорів (значення $F$ )	$\bar{k}_1$	$\bar{k}_2$	$\bar{k}_3$	$\bar{k}_4$
1	1	2/3 0	-1/6    -1/2√3 -1/2√3    -1/2	0 0 0 0	0 0 0 0
	0	0 0	0    0 -1/2√3    -1/2	0 0 0 0	1 0 0 0
2	1	2/3 1/√3	-1 0 0 0	-1/3 0 0 0	1/3 0 0 0
	0	2/3 0	-1 0 0 0	-1/3 0 0 0	1/3 0 0 0

**Результати досліджень.** Розглянемо спочатку роботу ЕП з двигуном 4А71В2 потужністю 1,1 кВт при включенні за схемою Штейнметца. Криві зміни у часі лінійного струму  $i$  та миттєвого електромагнітного моменту  $M$  при з'єднанні обмоток двигуна за схемою Штейнметца показані на рис. 2.

Під час непровідного стану тиристорів струм фази А дорівнює нулю, а конденсатор аперіодично розряджається через фази В та С. Двигун у ці інтервали переходить у режим гальмування, внаслідок чого максимальне (за модулем) значення коливальних моме-

нтів  $\Delta M$  значно перевищує середній момент  $M_{avg}$  ( $\Delta M_{max} = 3 \dots 4 \cdot M_{avg}$ ).

Гармонійний аналіз лінійного струму двигуна показав, що у кривій струму при фазовому керуванні присутні усі непарні гармоніки. Найбільш значимою вищою гармонікою у кривій лінійного струму двигуна є третя, амплітуда якої досягає при кутах  $\alpha$ , більших за 90 ел. град., значень 50...60 % амплітуди основної гармоніки. Амплітуди п'ятої та сьомої гармонік у цьому випадку складають відповідно 30...35 % та 15...20 %.

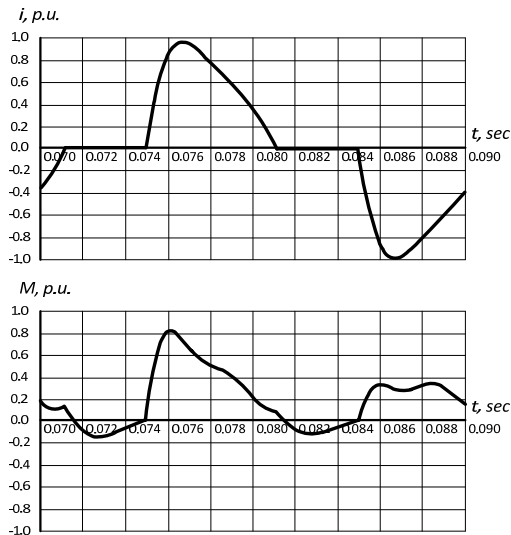


Рис. 2. Криві зміни струму та моменту при включенні за схемою Штейнметца

Залежності відношення споживаних двигуном потужностей при живленні від ТПН з заданим кутом відкриття  $P_{1T}$  та при живленні синусоїдною напругою, що дорівнює значенню першої гармоніки при тиристорному керуванні,  $P_{1\sim}$  у відносних одиницях (р.у.) від ковзання (рис. 3) показують, що при живленні від ТПН споживана потужність вища, ніж при синусоїдному живленні. ККД двигуна при живленні від ТПН нижчий, ніж при синусоїдному живленні (рис. 4), при цьому зниження ККД тим більше, чим більше кут відкриття тиристорів, досягаючи при  $\alpha = 90 \dots 110$  ел. град. 20 %.

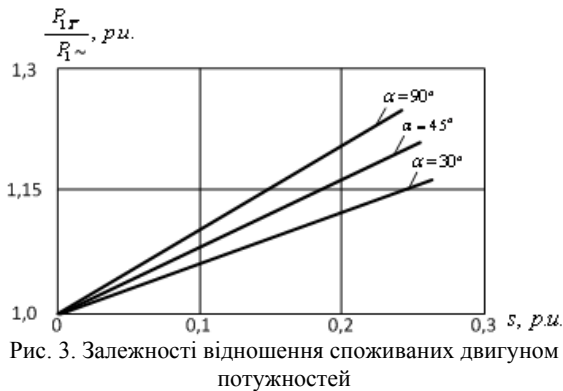


Рис. 3. Залежності відношення споживаних двигуном потужностей

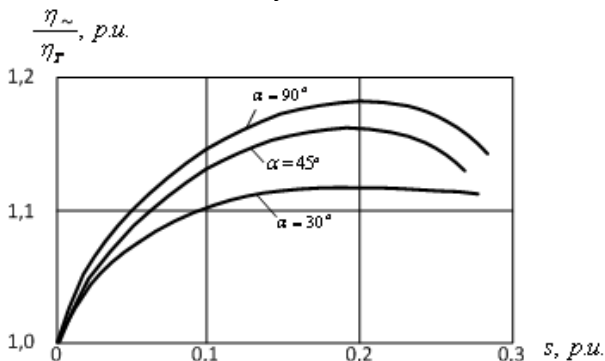


Рис. 4. Залежності відношення ККД двигуна

Для покращення енергетичних характеристик необхідно застосовувати засоби зменшення вмісту вищих гармонійних складових струму двигуна.

Одним з можливих засобів покращення гармонійного складу лінійного струму двигуна при тиристорному керуванні є включення двигуна за послідовно-паралельною схемою з регулюванням напруги тільки однієї фази (положення 2 контактора  $K$  на рис. 5). У цьому разі обмотка нерегульованої фази виконує роль фільтра. Криві зміни у часі лінійного струму  $i$  та миттєвого електромагнітного моменту  $M$  послідовно-паралельної схеми подані на рис. 5.

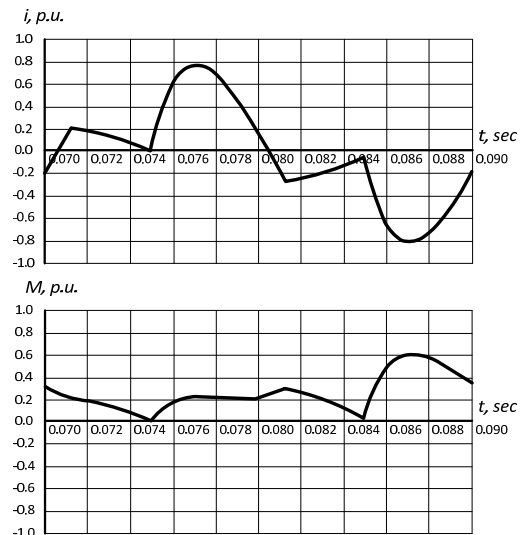


Рис. 5. Криві зміни струму та моменту при включенні за послідовно-паралельною схемою

Дана схема з включенням ТПН послідовно з головною фазою характеризується кращим гармонійним складом лінійного струму (амплітуда третьої гармоніки складає 20-30 % амплітуди першої гармоніки). Аналіз результатів моделювання даної схеми показав значне зниження коефіцієнту гармонік (при кутах відкриття тиристорів  $90 \dots 120$  ел.град.  $k_v$  не перевищує 40 %) та зменшення амплітуди третьої гармоніки лінійного струму на 30...40 % у всьому діапазоні зміни моменту та швидкості.

Однак слід відзначити, що покращення гармонійного складу у даній схемі досягається ціною збільшення коефіцієнту несиметрії, та, відповідно, втрат від струмів зворотної послідовності. Підвищення коефіцієнту несиметрії при фазовому керуванні конденсаторного АД за послідовно-паралельною схемою обумовлена запізнюючим характером кута фазового зсуву першої гармоніки напруги головної фази відносно напруги живлення через застосування тиристорів з природною комутацією.

При співставленні рис. 2 та рис. 5 видно, що послідовно-паралельна схема має меншу амплітуду коливальних моментів. Максимальне значення (за модулем) коливальних моментів  $\Delta M$  не перевищує значень  $1 \dots 1,5$  середнього моменту  $M_{avg}$ . Це пояснюється тим, що у інтервали непровідного стану тиристорів двигун продовжує працювати у двигунному режимі однофазного включення, а не переходить у режим гальмування, як у схемі Штейнметца. З рис. 5 видно, що несинусоїдна коливальна складова, що обумовлена комутацією тиристорів, слабо виражена у кривій миттєвого електромагнітного моменту у послідовно-паралельній схемі.

## Висновки.

Використання комбінованої схеми однофазного включення трифазного асинхронного двигуна дозволяє використовувати постійну ємність у діапазоні ковзання від номінального до критичного без перевищення номінальних втрат.

Аналіз отриманих даних показує, що послідовно-паралельна схема має кращий гармонійний склад споживаного струму та менші амплітуди коливальності моменту, ніж схема Штейнметца, практично у всьому діапазоні змін моменту навантаження та швидкості.

Основний вплив на збільшення втрат порівняно з симетричним синусоїдним амплітудним керуванням здійснюють несиметрія струмів у послідовно-паралельній схемі та вищі гармоніки струмів у схемі Штейнметца.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Попович О.М. Бібік О.В. Пошук і оцінка шляхів підвищення енергоефективності моноблочного насосу за застосування комплексного проектування // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: «Електричні машини та електромеханічне перетворення енергії». – 2018. – №5(1281). – С. 79-82.
2. Malyar V., Namola O., Maday V. Calculation of capacitors for starting up a three-phase asynchronous motor fed by single-phase power supply // 17th International Conference Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), Sep. 2016. doi: 10.1109/cpee.2016.7738735.
3. Беспалов В.Я., Мощинский Ю.А., Петров А.П. Динамические показатели трехфазных асинхронных двигателей, включаемых в однофазную сеть // Электротехника. – 2000. – №1. – С. 13-19.
4. Шуруб Ю.В. Василенков В.Є., Цищорський Ю.Л. Дослідження властивостей комбінованої схеми однофазного включення асинхронного електроприводу насосних установок // Технічна електродинаміка. – 2018. – №6. – С. 50-53. doi: 10.15407/techned2018.06.050.

## REFERENCES

1. Popovych O.M., Bibik O.V. Search and evaluation of ways to increase the energy efficiency of a monoblock pump in the application of complex design. *Bulletin of NTU «KhPI». Series: «Electric machines and electromechanical energy conversion»*, 2018, no.5(1281), pp. 79-82. (Ukr).
2. Malyar V., Namola O., Maday V. Calculation of capacitors for starting up a three-phase asynchronous motor fed by single-phase power supply. *17th International Conference Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE)*, Sep. 2016. doi: 10.1109/cpee.2016.7738735.
3. Bepalov V.Ya., Moshchinskiy Yu.A., Petrov A.P. Dynamic parameters of three-phase asynchronous motor with single-phase power supply. *Russian Electrical Engineering*, 2000, no.1, pp. 13-19. (Rus).
4. Shurub Yu.V., Vasilenkov V.Ye., Tsitsyurskiy Yu.L. Investigation of properties of combined scheme of single-phase switching of induction electric drive of pumping plants. *Technical Electrodynamics*, 2018, no.6, pp. 50-53. (Ukr). doi: 10.15407/techned2018.06.050.

Надійшла (received) 23.10.2019

Шуруб Юрій Вікторович<sup>1</sup>, к.т.н., с.н.с.,

Цищорський Юрій Леонтійович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Інститут електродинаміки НАН України,

03057, Київ, пр. Перемоги, 56,

тел/phone +380 44 3662637, e-mail: shurub@bigmir.net

<sup>2</sup> Національний університет біоресурсів і природокористування України,

03041, Київ, вул. Героїв Оборони, 15

Yu. V. Shurub<sup>1</sup>, Yu. L. Tsitsyurskiy<sup>2</sup>

<sup>1</sup> The Institute of Electrodynamics of the NAS of Ukraine,

56, prospect Peremogy, Kiev, 03057, Ukraine.

<sup>2</sup> National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine,

15, Heroiv Oborony Str., Kyiv, 03041, Ukraine.

## Harmonic analysis of the combined circuit of single-phase switching of induction electric drive with thyristor control.

**Purpose.** The purpose of this article is to provide a comparative analysis of influence of the phase controlled single-phase induction electric drive coordinates harmonic components on the operational characteristics of the electric drive under different variants of the power part. **Methodology.** A mathematical model of the combined circuit of a single-phase induction motor with a variable structure of the power part and a constant capacitance of the phase-shifting capacitor is generalized for various variants of connection of the power part of the electric drive with thyristor control. The comparative harmonic analysis of currents and torques of the motor is carried out and the factors influencing the energy efficiency of the electric drive at different circuit of connection of the power part are determined. **Results.** The analysis of the obtained data shows that the series-parallel circuit has the best harmonic composition of the consumed current in practically the whole range of changes of load torque and speed. The main effect on the loss increase is due to the asymmetry of the currents in the series-parallel circuit and the higher harmonics in the Steinmetz circuit. **Originality.** For the analysis of the processes in these circuits, a generalized thyristor control single-phase electric drive mathematical model, in which the structure of differential equations remains unchanged regardless of the circuit of connections of the power part, is developed. **Practical value.** Using of the combined circuit of single-phase switching on of a three-phase induction motor allows to use a constant capacity in the range of slips from nominal to critical without exceeding the nominal losses. References 4, tables 1, figures 5.

**Key words:** induction motor, single-phase power, thyristor control, harmonics.

С.Т. Толмачев, С.Л. Бондаревский, А.В. Ильченко

## МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД С ДВОЯКОПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

*Викладено метод розрахунку магнітостатичного поля в двоякоперіодичному гетерогенному середовищі. Сформульовано інтегральне рівняння відносно вектора намагніченості елементів середовища. Розрахунок характеристик поля виконується шляхом вирішення польової задачі в області основного паралелограма періодів без задання граничних умов на його сторонах. Отримано розрахункові вирази для напруженості поля і тензора магнітної проникності. Наведено результати обчислювальних експериментів, що підтверджують універсальність і ефективність методу. Проведено детальне дослідження поля магнітних сил матриці високоградієнтного магнітного сепаратора. Метод відкриває нові можливості підвищення технічних характеристик електрофізичних пристроїв, для яких універсальність і точність розрахунку локальних і ефективних характеристик поля є визначальною. Бібл. 16, рис. 11.*

*Ключові слова:* двоякоперіодичне гетерогенне середовище, інтегральне рівняння, вектор намагніченості, поле напруженості, тензор магнітної проникності, високоградієнтна сепарація, матриця, магнітні сили.

*Изложен метод расчета магнитостатического поля в двоякопериодической гетерогенной среде. Сформулировано интегральное уравнение относительно вектора намагнитченности элементов среды. Расчет характеристик поля осуществляется путем решения полевой задачи в области основного параллелограмма периодов без задания граничных условий на его сторонах. Получены расчетные выражения для напряженности поля и тензора магнитной проницаемости. Приведены результаты вычислительных экспериментов, подтверждающих универсальность и эффективность метода. Проведено детальное исследование поля магнитных сил матрицы высокоградиентного магнитного сепаратора. Метод открывает новые возможности повышения технических характеристик электрофизических устройств, для которых универсальность и точность расчета локальных и эффективных характеристик поля является определяющей. Библ. 16, рис. 11.*

*Ключевые слова:* двоякопериодическая гетерогенная среда, интегральное уравнение, вектор намагнитченности, поле напряженности, тензор магнитной проницаемости, высокоградиентная сепарація, матрица, магнитные силы.

**Введение.** Гетерогенные среды (ГС) получили большое распространение благодаря широкому спектру их практического применения – магнитодиэлектрики, полупроводники, смеси, растворы, композитные и армированные материалы, магнитные и электростатические и фильтры и др.

Теория ГС берет начало ещё от классических работ Дж. Максвелла и Дж. Рэлея, в которых рассмотрены вопросы определения эффективных параметров ГС с каноническими включениями в виде цилиндров и сфер (задача гомогенизации). В последующем эти исследования были развиты многими авторами: К.М. Поливанов, В.М. Финкельберг, А.В. Нетушил, Б.М. Фрадкин, В.И. Оделевский, Л.Д. Степин, Б.Я. Балагуров, Ю.П. Емец, В. Буряченко, М. Харадли, В. Джексон, К.З. Марков, С. Немат-Нассер, М. Хори, В.Т. Перринс, Д.Р. МакКензи, Р.К. МакФедран, П.Д. Кюив, С. Торкуато и многие др.

Различные аспекты теории и практики ГС активно разрабатывались и в Украине, в частности учеными Института электродинамики НАН Украины. Особое внимание развитию методов анализа электромагнитных полей в электропроводящих, диэлектрических, композитных и гетерогенных системах уделялось в отделе электрофизики преобразования энергии. Ю.П. Емцем были развиты аналитические методы анализа электрических полей с применением методов интегральных уравнений и комплексных переменных. Рассмотрены двумерные двухкомпонентные системы с регулярной структурой распределения неоднородностей. Определены основные эффективные параметры двухкомпонентных диэлектрических и проводящих сред с включениями канонической формы: проводимость, магнетосопротивление и коэффициент Холла. Результаты исследований Ю.П. Емца и его учеников в данном направлении отображены в монографии [1].

На основе мультипольного разложения высоких порядков классические формулы Дж. Максвелла и Дж. Рэлея о сферических и круговых цилиндрах в прямоугольной матрице в [2] обобщены и развиты на случай эллиптических цилиндров и сфероидальных элементов. Там же впервые рассмотрен в достаточно общей полевой постановке вопрос о двоякопериодической задаче магнитостатики для нелинейной неоднородной анизотропной среды с периодическими включениями и со сложной геометрией элементов.

В последние годы сфера применения ГС неуклонно расширяется: исследование нанокompозитных материалов [3], ферромагнитных перфорированных мембран (магнитных сит) [6] и др. устройств микромагнитной сепарации сверхтонких магнитных частиц [5]. Более активно при исследовании свойств ГС используются возможности современных информационных технологий.

Значительное место в теории и приложениях ГС занимают задачи, связанные с применением магнитного поля. В частности, одной из таких задач является синтез фильтр-матриц высокоградиентных магнитных сепараторов (ВГМС) для извлечения слабomagнитных минералов. Потребность в этих устройствах возникла в середине прошлого столетия в связи с истощением запасов богатого сырья на фоне развивающейся быстрыми темпами технологии бездоменной металлургии и роста требований к качеству стали [6, 7]. Были созданы различные типы ВГМС (Джонс, Сала-Карусель, Боксмаг Рапид, Крупп-Сол-24/14, 6-ЭРМ-35/135, ВГС-100/2 и др.). Эксплуатация этих сепараторов показала, что при высоких массогабаритных параметрах (например, сепаратор Джонса ДР 335 производительностью 180 т/ч имеет диаметр ротора 3,35 м и массу 114 т) и

© С.Т. Толмачев, С.Л. Бондаревский, А.В. Ильченко

удельных показателей электропотребления они не всегда обеспечивают требуемые технологические параметры обогащения. Поэтому разработка новых конструкций ВГМС продолжается, а оптимизация их технических параметров остается актуальной задачей.

Отличительной особенностью ВГМС, во многом определяющей их эффективность, является применение магнитных фильтров матричной структуры, элементы которых имеют сложную геометрию и высокую концентрацию для повышения напряженности магнитного поля и ее градиента. Исследование различных типов матриц является объектом внимания многочисленных авторов. Обзор современного состояния данного вопроса с обширной библиографией дан в [5]. Интерес к этому вопросу объясняется тем, что матрица существенно влияет на производительность, эффективность разделения и стоимость эксплуатации. В идеале она должна при высокой эффективности извлечения обеспечивать максимальный удельный объем захвата полезного минерала при минимально возможном сопротивлении пульпы.

Оптимизация параметров матрицы связана с поиском компромисса между большим количеством факторов, влияющих на её эффективность. Магнитная сила, действующая на частицу с объемной магнитной восприимчивостью  $\chi$  и объемом  $V$ ,  $F = \mu_0 \chi V |\mathbf{H}| \text{grad}(|\mathbf{H}|)$ . В этом выражении последние два множителя связаны с магнитной системой сепаратора и его матрицей, а остальные – с извлекаемым магнитным материалом. Если обоснование удерживающей силы  $|F|_{\min}$  для конкретных параметров  $\chi$  и  $V$  является задачей технологов, то обеспечение необходимого значения величины  $F^* = |\mathbf{H}| \text{grad}(|\mathbf{H}|)$ , при котором  $|F| \geq |F|_{\min}$ , является достаточно сложной задачей, требующей специального исследования. Очевидно, для извлечения важна величина  $F^*$ , а не значения  $|\mathbf{H}|$  и  $\text{grad}(|\mathbf{H}|)$  в отдельности. При этом «вес» каждого из сомножителей далеко не очевиден. Увеличение интенсивности поля  $\mathbf{H}$  связано с увеличением мощности и в конечном счете массогабаритных параметров сепаратора. Поскольку при этом градиент магнитного поля существенно не изменяется, увеличение напряженности магнитного поля «вслепую» не обязательно приводит к улучшению эффективности разделения при практическом использовании [7]. Что же касается градиента поля, то возможности его увеличения потенциально значительно больше, так как он существенно зависит от размеров элементов матрицы и их формы. Но и здесь следует искать компромиссное решение, поскольку для селективного разделения необходимо размеры матричного элемента согласовывать с распределением частиц по размерам. Кроме того, большая неоднородность поля матрицы и особенно его градиента значительно усложняют задачу обеспечения максимальной зоны захвата при исключении возможной блокировки матрицы. Этим объясняется большое количество работ по исследованию именно геометрических параметров элементов матриц. Так, в [8] расчетным путем подтверждено ожидаемое уменьшение магнитной силы при увеличении числа сторон правильных многоугольников. В исследованиях многих авторов (см., например, [7, 9, 10]) рекомендованы оптимальные параметры треугольных зубчатых пластин, хотя за

счет более однородного силового поля замена треугольных элементов на элементы с меньшей кривизной поверхности может повысить способность к сбору мелких частиц. Наоборот, в патенте [11] предложено усиление сил для извлечения мелкой фракции путем замены стержней круглого сечения на стержни с ромбовидным сечением (при снижении размеров зоны захвата). В публикации [12] рекомендованы как перспективные стержневые матрицы с эллиптическим сечением. В ряде работ (см., например, [13]) обсуждается целесообразность использования комбинации стержней с различными диаметрами или различными формами поперечного сечения, а также изменение порядка их группирования.

Особенностью перечисленных работ является их частный и иногда противоречивый характер, а также преимущественная ориентация на простые формы элементов матриц. К сожалению, они не дают представления о локальном распределении поля магнитных сил в рабочем пространстве матрицы, сформированного элементами сложной геометрии и произвольной концентрации, особенно при возникающих при этом сложностях с формированием граничных условий с целью локализации области расчета.

Большое разнообразие используемых матричных элементов (шары, рифленые пластины, стержни, сетки, спирали, проволочная вата и др.) существенно усложняют разработку универсальной математической модели для расчета силового поля матриц ВГМС. Вместе с тем следует выделить наиболее распространенный тип стержневых матриц, которые характеризуются периодичностью по координатам плоскости. Как показано в [2, 14], для исследования таких сред естественным математическим аппаратом является теория двоякопериодических (эллиптических) функций, применение которых позволяет эффективно решать двоякопериодические задачи для ГС в достаточно общей постановке.

**Целью статьи** является разработка универсального метода расчета магнитного и силового поля гетерогенной среды с двоякопериодической структурой без существенных ограничений на число фаз, их геометрию, концентрацию и магнитные свойства.

**Основные определения и свойства двоякопериодических систем.** Первым и обязательным условием при исследовании многокомпонентных ГС является определение основных периодов  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , являющихся образующими основного параллелограмма периодов  $\Omega$  (если он существует). Однозначный ответ на этот вопрос не всегда очевиден, поскольку, как будет показано ниже, даже двоякопериодичность всех фаз многокомпонентной ГС не гарантирует ее двоякопериодичность в целом.

Рассмотрим пару комплексных чисел  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , причем  $\text{Im}(\tau = \omega_2/\omega_1) > 0$ . Точки  $u$  и  $v$  комплексной плоскости называют конгруэнтными, если они связаны соотношением  $u \equiv v \pmod{(\omega_1, \omega_2)}$  [15] или

$$u = v + m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2, \text{ где } m_1, m_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

Параллелограмм с вершинами  $u_0, u_0 + \omega_1, u_0 + \omega_2, u_0 + \omega_1 + \omega_2$  будем называть параллелограммом периодов, построенным на периодах  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Очевидно,



множеству конгруэнтных точек соответствует бесконечное число параллелограммов периодов, покрывающих без перекрытия всю комплексную плоскость.

Важное место в последующем анализе занимает понятие двоякопериодической (эллиптической) функции. Обозначим  $\omega = m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2$ . Функцию  $f(u)$  с периодами  $\omega$  будем называть двоякопериодической, а  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – её основными периодами.

Из теории эллиптических функций известно, что пара основных периодов  $(\omega_1, \omega_2)$  не является единственной. Если для произвольных целых чисел  $m_1, m_2$  и  $m'_1, m'_2$  множества точек  $\omega = m_1 \cdot \omega_1 + m_2 \cdot \omega_2$  и  $\omega' = m'_1 \cdot \omega'_1 + m'_2 \cdot \omega'_2$  совпадают, то пары периодов  $\omega$  и  $\omega'$  являются эквивалентными. При этом пара периодов  $(\omega_1, \omega_2)$  тогда и только тогда эквивалентна паре периодов  $(\omega'_1, \omega'_2)$ , когда справедливо соотношение  $\omega'_2 = \alpha \cdot \omega_2 + \beta \cdot \omega_1, \omega'_1 = \gamma \cdot \omega_2 + \delta \cdot \omega_1$ , где  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  – целые числа, удовлетворяющие при  $\text{Im}(\omega_2/\omega_1) > 0$  условию  $\alpha \cdot \delta - \beta \cdot \gamma = 1$ . Примеры эквивалентных периодов для двух множеств конгруэнтных точек показаны на рис. 1.

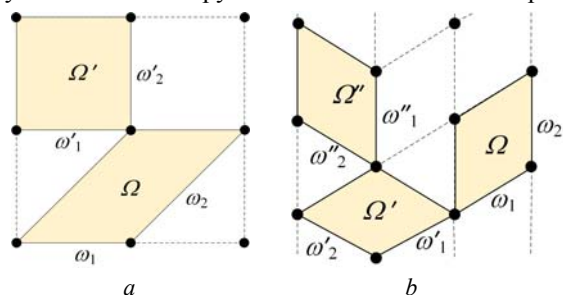


Рис. 1. Множества конгруэнтных точек и соответствующие им эквивалентные параллелограммы периодов

Отметим еще несколько очевидных утверждений. Площади эквивалентных периодов одинаковы, а площадь основного параллелограмма  $\Omega$  с периодами  $(\omega_1, \omega_2)$  минимальна. Будем также называть два параллелограмма с периодами  $(\omega_1, \omega_2)$  и  $(\omega'_1, \omega'_2)$  подобными, если направления периодов  $\omega_1$  и  $\omega'_1, \omega_2$  и  $\omega'_2$  совпадают.

Понятие двоякопериодической ГС более сложное, чем понятие двоякопериодической решетки, поскольку кроме геометрических следует учитывать также физические и другие свойства отдельных фаз, их расположение в параллелограмме периодов и др. Более того, одной и той же решетке периодов может соответствовать множество ГС. Например, установим соответствие между приведенными на рис. 2 двоякопериодическими ГС и решетками периодов рис. 1.

Отметим важный момент на примере рис. 2,а. Основным параллелограммом для множества конгруэнтных точек является малый квадрат. В то же время он не может быть основным параллелограммом ГС, поскольку, например, желтой фазой нельзя покрыть всю комплексную плоскость. Поэтому для этой ГС основные параллелограммы периодов соответствуют рис. 1,а (каждый из них включает по два элемента желтой и синей фаз). ГС, приведенным на рис. 2,б,с,д соответствуют рис. 1,б. Действительно, рассматривая на рис. 2,б,с систему конгруэнтных точек желтой фазы (например, верхние точки элементов) видим, что

они совпадают с решеткой периодов рис. 1,б. Это же можно сказать и о других конгруэнтных точках желтой и двух других фаз. Более сложная ГС рис. 2,д также соответствует рис. 1,б. После поворота рис. 2,д (или системы координат) на  $30^\circ$  видно, что топологически рис. 2,с,д совпадают. Отличие состоит лишь в том, что каждому элементу фаз рис. 2,с соответствует по три элемента двух фаз рис. 2,д. При этом, как трудно видеть, множества соответствующих конгруэнтных точек всех шести фаз совпадают с решеткой периодов рис. 1,б.

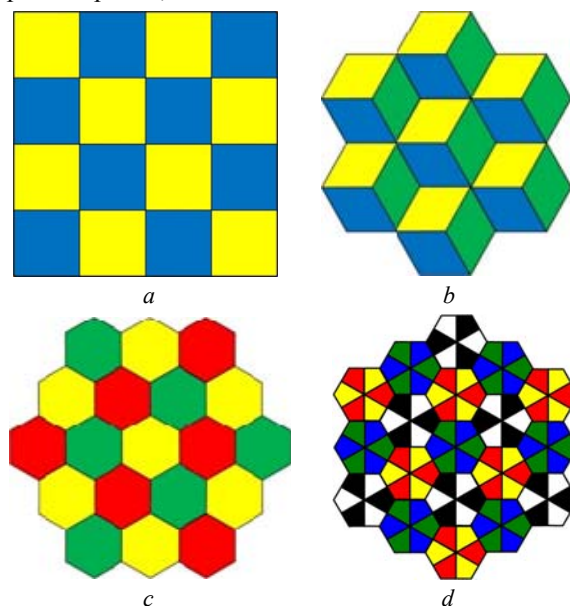


Рис. 2. Примеры двоякопериодических многокомпонентных ГС, соответствующих решеткам рис. 1: двухкомпонентная – а; трехкомпонентные – б и с; шестикомпонентная – д

Приведенные на рис. 2 многокомпонентные ГС имеют очевидную двоякопериодичность с одинаковыми параметрами решеток периодов каждой фазы в пределах ГС. Как будет показано ниже, в этом случае основные периоды ГС в целом совпадают с соответствующими периодами фаз.

Из проведенного анализа можно сделать ряд важных выводов. В частности, правомерно ввести понятие конгруэнтных областей, геометрия которых полностью воспроизводится в каждом параллелограмме периодов. Более того, эти области могут быть многосвязными и многокомпонентными. Это вытекает из утверждения, что каждому параллелограмму периодов системы (1) принадлежит только одна точка этой системы [15]. Рассматривая совокупность произвольных точек  $v$  с порождающими ими множествами конгруэнтных точек (1), естественно приходим к понятию конгруэнтных двоякопериодических областей.

Некоторые дополнительные особенности двоякопериодической ГС проиллюстрируем на примере сложной ГС, показанной на рис. 3.

Дискретная фаза этой ГС представлена тремя фракциями – красной, синей и зеленой. Основные параллелограммы периодов этих фракций выделены соответствующими цветами. Они подобны (т.е. соответствующие стороны параллелограммов параллельны), но имеют разные основные периоды и концен-

трацию включений. Например, если для зеленой фракции ввести обозначение  $\Omega^1=(\omega_1, \omega_2)$ , то для красной  $\Omega^2=(\omega_1, 2\cdot\omega_2)$ , а для синей  $\Omega^3=(3\cdot\omega_1, \omega_2)$ . Отметим, что каждый из выделенных основных параллелограммов периодов  $\Omega^i$  имеет множество эквивалентных, однако для рассматриваемой ГС все они приведены к подобным. Эта процедура необходима для ответа на важный вопрос: является ли данная ГС двоякопериодической и если да, то каковы основные периоды этой среды. Этот вопрос поставлен в статье [16], поэтому ограничимся здесь лишь некоторыми уточнениями и дополнениями.

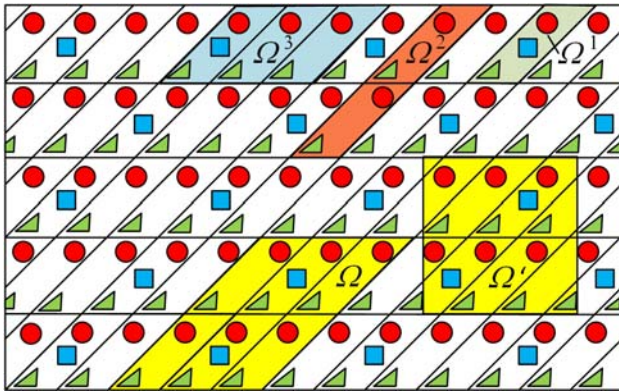


Рис. 3. Основные параллелограммы периодов  $\Omega^1, \Omega^2, \Omega^3$  отдельных фаз и эквивалентные параллелограммы периодов  $\Omega$  и  $\Omega'$  трехкомпонентной ГС

**Условие двоякопериодичности.** Пусть некоторая многокомпонентная ГС составлена из ряда двоякопериодических ГС более низкого уровня. Обозначим через  $\{\Omega^i\}$  множество примитивных решёток  $\omega^i=(\omega_1^i, \omega_2^i), i=1, 2, 3, \dots, P$ . В простейшем случае, когда  $\omega_1^i=n^i\cdot\tilde{\omega}_1, \omega_2^i=m^i\cdot\tilde{\omega}_2$ , где  $\tilde{\omega}_1$  и  $\tilde{\omega}_2$  – некоторые комплексные числа, причем  $\text{Im}(\tilde{\omega}_2/\tilde{\omega}_1)>0$ , а  $n^i, m^i$  – произвольные натуральные числа, рассматриваемая ГС двоякопериодическая и её основные периоды  $\omega_1, \omega_2$  определяются следующим образом. Обозначим через  $N$  и  $M$  наименьшие общие кратные для множеств чисел  $\{n^i\}, \{m^i\}: N=\text{НОК}(n^1, n^2, \dots, n^P), M=\text{НОК}(m^1, m^2, \dots, m^P)$ . Тогда  $\omega_1=N\cdot\tilde{\omega}_1, \omega_2=M\cdot\tilde{\omega}_2$ . Например, для рассмотренной на рис. 3 ГС  $N=\text{НОК}(1, 1, 3)=3, M=\text{НОК}(1, 2, 1)=2$ . Таким образом,  $\omega_1=3\cdot\tilde{\omega}_1, \omega_2=2\cdot\tilde{\omega}_2$ . На рис. 3 два эквивалентных периода ГС  $\Omega$  и  $\Omega'$  выделены желтым цветом.

Отметим несколько важных следствий из проведенного анализа.

1. Необходимым условием двоякопериодичности ГС является существование в множестве основных периодов фаз  $\{\Omega^i\}$  подмножества подобных периодов  $\{\Omega^{i'}\}$ .

2. Двоякопериодичность и подобие периодов  $\{\Omega^{i'}\}$  не гарантирует двоякопериодичность ГС в целом. Например, пусть  $\omega_1^1=a, \omega_1^2=b, \omega_2^1=\omega_2^2$ , причем  $a\neq b$  – любые иррациональные числа, например,  $a=e, b=\pi$ . Очевидно, нельзя подобрать целые числа кратности для указанных периодов.

3. При линейном перемещении основного параллелограмма периодов  $\Omega$  или при переходе к эквивалентному параллелограмму сохраняются все конгруэнтные компоненты (или их части), концентрация отдельных фаз и физические параметры, имеющие двоякопериодический характер, например, векторы намагниченности в соответствующих конгруэнтных точках. Это важно при практическом решении задач по определению локальных и эффективных параметров ГС.

Отметим, что установление факта двоякопериодичности ГС и определение её основных периодов значительно расширяет возможности исследования ГС, поскольку обеспечивает возможность применения теории эллиптических функций и ограничивает область анализа основным параллелограммом периодов.

**Основные расчетные соотношения.** В комплексной плоскости  $E$  рассмотрим среду с регулярной структурой, образованную множеством конгруэнтных групп магнетиков, каждой из которых соответствует ограниченная (в общем случае многосвязная) область  $D_{mn}\equiv\cup D_{mn}^j$  с достаточно гладкой границей  $S_{mn}\equiv\cup S_{mn}^j (j=1, 2, \dots, k; m, n=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ . Область  $D_{00}$ , соответствующую основному параллелограмму  $\Omega$  с периодами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , обозначим для удобства через  $D$ . Соответственно  $S_{00}\equiv S$  и  $\bar{D}\equiv D\cup S$ . Внешнюю по отношению к магнетикам область обозначим через  $D_e\equiv E/D_{mn}$ .

Пусть  $B^j=B^j(H, z)$  – известная функция, задающая в общем случае неоднородные, нелинейные и анизотропные свойства множества конгруэнтных элементов  $j, z\in D_{mn}$ . Если же  $z\in D_e$ , то  $B=\mu_0 H$ .

Рассмотрим систему диполей с одинаковыми моментами  $M$ , расположенных в точках  $\xi\equiv\xi\text{mod}(\omega_1, \omega_2)$ . Их комплексный потенциал и напряженность поля [2]

$$W_M(z)=\frac{M}{2\pi}\cdot\zeta(z-\xi)+C(z-\xi), \quad (2)$$

$$H_M(z)=-\bar{W}'_M(z)=-\frac{\bar{M}}{2\pi}\cdot\overline{\zeta'(z-\xi)}-\bar{C}=\frac{\bar{M}}{2\pi}\cdot\overline{\wp(z-\xi)}-\bar{C}, \quad (3)$$

где  $\zeta(z-\xi)=\zeta(u), \wp(z-\xi)=\wp(u)$  – функции Вейерштрасса, а черта над комплексным числом означает операцию сопряжения.

Без ограничения общности совместим период  $\omega_1$  с осью  $x$  и примем  $\text{Im}\omega_1=0$ . Учитывая соотношение Лежандра

$$\eta_1\cdot\omega_2-\eta_2\cdot\omega_1=2\pi j,$$

для константы  $C$  получим выражения [2]

$$C=-\frac{1}{2\pi}\cdot\left(M_1\frac{\eta_1}{\omega_1}+M_2\frac{\eta_2}{\omega_2}\right)=\frac{j\cdot M_2}{\omega_1\cdot\omega_2}-\frac{M}{2\pi}\cdot\frac{\eta_1}{\omega_1}=\frac{j\cdot\text{Im}M}{F_\Omega}-\frac{M}{2\pi}\cdot\frac{\eta_1}{\omega_1}, \quad (4)$$

где  $M_1, M_2$  – разложение вектора  $M$  по направлениям периодов  $\omega_1$  и  $\omega_2, F_\Omega=\omega_1\cdot\text{Im}\omega_2$  – площадь основного параллелограмма периодов  $\Omega$ .

Пусть  $J(z), z\in D$  – распределение намагниченности, возникающей под действием поля первичных источников  $H_0(z)$ . Совместное рассмотрение в области  $D$  действия первичных и вторичных источников (намагниченности всех магнетиков в  $E$ ) приводит к выражениям для комплексного потенциала и напряженности:

$$W(z) = W_0(z) + W_J(z) = W_0(z) + \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} J(\xi) \cdot [\zeta(z-\xi) - \frac{\eta_1}{\omega_1} \cdot (z-\xi)] \cdot d\tau_{\xi} + \frac{j}{F_{\Omega}} \int_{\Omega} \text{Im} J(\xi) \cdot (z-\xi) \cdot d\tau_{\xi}, \quad (5)$$

$$H(z) = H_0(z) + H_J(z) = H_0(z) + \frac{1}{2\pi} \times \int_{\Omega} \bar{J}(\xi) \cdot \left[ \overline{\varphi(z-\xi) + \frac{\eta_1}{\omega_1}} \right] d\tau_{\xi} + \frac{j \cdot \text{Im} P}{F_{\Omega}}, \quad (6)$$

где  $P$  – полный дипольный момент основного параллелограмма  $\Omega$ . Интеграл в (6) – сингулярный.

Рассмотрим более подробно линейный случай:  $B^i = \mu_a^i \cdot H = \mu_0 \mu^i \cdot H$ ,  $B_e = \mu_0 \cdot H$  для  $z \in D$  и  $z \in D_e$  соответственно. В этом случае вне области  $D$   $J(z) = 0$  и задача расчета характеристик поля в произвольной точке ГС сводится к расчету распределения вектора намагниченности  $J(z)$  в  $D$ .

Введем в рассмотрение важный для последующего интегральный оператор [2]

$$\Pi_{\omega} J = -\frac{1}{\pi} \int_D J(\xi) \cdot \left[ \overline{\varphi(z-\xi) + \frac{\eta_1}{\omega_1}} \right] d\tau_{\xi} + \frac{2j \cdot \text{Im} P}{F_{\Omega}}. \quad (7)$$

Обозначим  $\tilde{B} = \mu_0^{-1} B$  и рассмотрим цепочку равенств:

$$J = \tilde{B} - H = (\mu - 1) \cdot H; \tilde{B}_J + H_J = \overline{\Pi_{\omega} J}; \tilde{B} + H = (\mu + 1)H = 2H_0 + \tilde{B}_J + H_J = 2H_0 - \overline{\Pi_{\omega} J}. \quad (8)$$

Из соотношений (7) и (8) легко получить интегральное уравнение относительно вектора намагниченности среды  $J(z)$ ,  $z \in D$ :

$$J(z) = \lambda \cdot (2H_0(z) - \overline{\Pi_{\omega} J}) = \lambda \left\{ 2H_0(z) + \frac{1}{\pi} \int_D \bar{J}(\xi) \cdot \left[ \overline{\varphi(z-\xi) + \frac{\eta_1}{\omega_1}} \right] d\tau_{\xi} + \frac{2j \cdot \text{Im} P}{F_{\Omega}} \right\}, \quad (9)$$

где  $\lambda = (\mu - 1) / (\mu + 1)$ .

Приведем еще одно выражение для сингулярного оператора  $\Pi_{\omega} J$ . Обозначая через  $\sigma_{\varepsilon}$  круг малого радиуса  $\varepsilon$ , а через  $D_{\varepsilon} = D \setminus \sigma_{\varepsilon}$  – область  $D$  с выколотой точкой  $z = \xi$ , выражение (7) преобразуем к виду

$$\Pi_{\omega} J = -\frac{1}{\pi} \int_{D_{\varepsilon}} J(\xi) \cdot \partial_{\xi} \left[ \zeta(z-\xi) - \frac{\eta_1}{\omega_1} (z-\xi) \right] d\tau_{\xi} + \frac{2j \cdot \text{Im} P}{F_{\Omega}} = -\frac{1}{\pi} \int_{D_{\varepsilon}} \partial_{\xi} \left\{ J(\xi) \cdot \left[ \zeta(z-\xi) - \frac{\eta_1}{\omega_1} (z-\xi) \right] \right\} d\tau_{\xi} - \frac{1}{\pi} \int_{D_{\varepsilon}} \partial_{\xi} J \left[ \zeta(z-\xi) - \frac{\eta_1}{\omega_1} (z-\xi) \right] d\tau_{\xi} + \frac{2j \cdot \text{Im} P}{F_{\Omega}}. \quad (10)$$

Легко установить, что

$$P = \int_D J(\xi) \cdot d\tau_{\xi} = \int_D \{ \partial_{\xi} [\xi \cdot J(\xi)] - \xi \cdot \partial_{\xi} J \} \cdot d\tau_{\xi}. \quad (11)$$

Применяя к выражениям (10), (11) формулу Грина в предположении дифференцируемости функции  $f$

$$\int_{D_{\varepsilon}} \partial_{\xi} f \cdot d\tau_{\xi} = -\frac{1}{2j} \int_S f(\xi) \cdot d\bar{\xi} + \frac{1}{2j} \int_{|\zeta-\xi|=\varepsilon} f(\xi) \cdot d\bar{\xi} \quad (12)$$

и учитывая, что интеграл (12) по окружности достаточно малого радиуса  $\varepsilon$  равен нулю, находим:

$$P = \int_D J(\xi) \cdot d\tau_{\xi} = \int_D \{ \partial_{\xi} [\xi \cdot J(\xi)] - \xi \cdot \partial_{\xi} J \} \cdot d\tau_{\xi} = -\frac{1}{2j} \int_S \xi \cdot J(\xi) \cdot d\bar{\xi} - \int_D \xi \cdot \partial_{\xi} J \cdot d\tau_{\xi}.$$

Здесь  $S$  – граница области  $D$  (в общем случае многосвязная). При  $\lambda(z) = \text{const}$   $\partial_{\xi} J = 0$ , поэтому сингулярный оператор  $\Pi_{\omega} J$  выражается через поверхностный (граничный) интеграл

$$\Pi_{\omega} J = \frac{1}{2\pi j} \int_S J(\xi) \cdot \left[ \zeta(z-\xi) - \frac{\eta_1}{\omega_1} (z-\xi) \right] \cdot d\bar{\xi} - \frac{1}{F_{\Omega}} \cdot \text{Re} \left[ \int_S \xi \cdot J(\xi) \cdot d\bar{\xi} \right]. \quad (13)$$

**Реализация основных соотношений.** Рассмотрим теперь вопросы практической реализации полученных выражений. Представим область  $D$  совокупностью треугольных элементов  $D \equiv \cup D^k$  с постоянной намагниченностью  $J^k$ , соответствующей центру тяжести  $\xi^k$  треугольника  $D^k$ . В этом случае решение  $J(z) \equiv \cup J^k(z)$  можно получить методом простых итераций для уравнения

$$J_i^m \equiv J_i(z^m) = 2\lambda \cdot H_0^m + \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sum_k \int_{D^k} \overline{J_{i-1}(\xi^k)} \times \left[ \overline{\varphi(z^m - \xi) + \frac{\eta_1}{\omega_1}} \right] \cdot d\tau_k + \frac{2j \cdot \lambda}{F_{\Omega}} \cdot \text{Im} \sum_k \int_{D^k} \overline{J_{i-1}(\xi^k)} \cdot d\tau_k. \quad (14)$$

$(m = 1, 2, 3, \dots, M; i = 1, 2, 3, \dots)$ .

Если рассматривать намагниченные области  $D^k$  как диполи с магнитными моментами  $M^k = J^k \cdot \Delta \tau_k$ , расположенными в точках  $\xi^k$ , то (14) значительно упрощается:

$$J_i^m = 2\lambda \cdot H_0^m + \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sum_k \int_{D^k} \overline{A_m^k} \cdot \overline{J_{i-1}^k} \cdot \Delta \tau_k + \frac{2j \cdot \lambda}{F_{\Omega}} \cdot \text{Im} \sum_k \int_{D^k} \overline{J_{i-1}^k} \cdot \Delta \tau_k, \quad (15)$$

где  $A_{mk} = \overline{\varphi(z^m - \xi^k) + \eta_1 / \omega_1}$ .

Вычисление значений  $A_{mk}$  можно выполнять с использованием формул [15]

$$\varphi(u) + \frac{\eta_1}{\omega_1} = -\frac{4\pi^2}{\alpha^2} \cdot \left\{ \frac{1}{(h-h^{-1})^2} + \sum_{r=1}^{\infty} \left[ \frac{q^{2r} \cdot h^{-2}}{(1-q^{2r} \cdot h^{-2})^2} + \frac{q^{2r} \cdot h^2}{(1-q^{2r} \cdot h^2)^2} \right] \right\}, \quad (16)$$

или при  $-\text{Im} \tau < \text{Im} \nu < \text{Im} \tau$

$$\varphi(u) + \frac{\eta_1}{\omega_1} = \frac{\pi^2}{\alpha^2 \cdot \sin^2(\pi \nu)} - \frac{8\pi^2}{\alpha^2} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nq^{2n}}{1-q^{2n}} \cos(2\pi \cdot n\nu), \quad (17)$$

где  $u \equiv u^{mk} = z^m - \xi^k$ ,  $q = \exp(j\pi \tau)$ ,  $\nu = u / \omega_1$ .

Для однородно намагниченных треугольников интегралы в (14) можно вычислить аналитически. Применяя для  $k$ -го треугольника выражение (13) и учитывая, что [15]

$$\zeta(u) - \frac{\eta_1}{\omega_1} u = \frac{d}{du} \ln \mathcal{A}(\nu, \tau) = -\frac{d}{d\xi} \ln \mathcal{A}(\nu, \tau), \quad (18)$$

получим

$$\begin{aligned} \Pi_{\omega} J &= \sum_k \frac{J^k}{2\pi j} \cdot \int_{S^k} \partial_{\xi} [\ln \mathcal{A}_1(z^m - \xi)] \cdot d\bar{\xi} - \\ &\quad - \frac{1}{F_{\Omega}} \sum_k \operatorname{Re} \left[ J^k \cdot \int_{S^k} \xi \cdot d\bar{\xi} \right] = \\ &= \sum_k \frac{J^k}{2\pi j} \left[ a_{ijk} \ln \mathcal{A}_1(z^m - z^j) + a_{kij} \ln \mathcal{A}_1(z^m - z^i) + \right. \\ &\quad \left. + a_{jki} \ln \mathcal{A}_1(z^m - z^k) - \frac{1}{F_{\Omega}} \sum_k \operatorname{Re} \left[ J^k \cdot \int_{S^k} \xi \cdot d\bar{\xi} \right] \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

В этом выражении  $S^k$  – граница  $k$ -го треугольника,  $z^i, z^j, z^k$  – комплексные координаты его вершин,  $a_{ki} = \frac{a_{ki} - a_{ij}}{z^i - z^j}$ ,  $a_{ijk} = a_{ij} - a_{jk}$ ,  $a_{jki} = a_{jk} - a_{ki}$ ,  $a_{mnn} = (z^n - z^m)/(z^n - z^m)$ ,  $m, n = i, j, k$ ;  $\mathcal{A}_1$  – тэта-функция, имеющая высокую скорость сходимости:

$$\mathcal{A}_1 = 2q^{1/4} \cdot [\sin(\pi\nu) - q^2 \sin(3 \cdot \pi\nu) + q^6 \sin(5 \cdot \pi\nu) - \dots].$$

Рассмотрим более подробно расчет комплексного потенциала (5) по известному распределению вектора намагниченности  $J(z)$  в  $D$ . В простейшем случае дискретный аналог этого уравнения по аналогии с (15) принимает вид

$$\begin{aligned} W(z) &= W_0(z) + \frac{1}{2\pi} \cdot \sum_k J^k \cdot [\zeta(z - \xi^k) - \\ &\quad - \frac{\eta_1}{\omega_1} (z - \xi^k)] \cdot \Delta\tau_k + \frac{j}{F_{\Omega}} \sum_k \operatorname{Im} J^k \cdot (z \cdot \Delta\tau_k - g_k), \end{aligned} \quad (20)$$

где для  $g_k$  с использованием формулы Грина получим

$$\begin{aligned} g_k &= \int_{D^k} \xi \cdot \Delta\tau_k = \frac{1}{2} \int_{D^k} \partial_{\xi} (\xi^2) \cdot \Delta\tau_k = \frac{j}{4} \int_{S^k} \xi^2 \cdot d\bar{\xi} = \\ &= \frac{j}{12} (z_i^3 \cdot a_{kij} + z_j^3 \cdot a_{ijk} + z_k^3 \cdot a_{jki}), \end{aligned}$$

а для  $\zeta(u) = (\eta_1/\omega_1) \cdot u$  можно использовать абсолютно и равномерно сходящийся ряд

$$\zeta(u) - \frac{\eta_1}{\omega_1} \cdot u = \frac{\pi j}{\omega_1} \cdot \left( \frac{h + h^{-1}}{h - h^{-1}} + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{q^{2n} \cdot h^{-2}}{1 - q^{2n} \cdot h^{-2}} - \frac{q^{2n} \cdot h^2}{1 - q^{2n} \cdot h^2} \right] \right), \quad (21)$$

или при  $-\operatorname{Im} \tau < \operatorname{Im} \nu < \operatorname{Im} \tau$

$$\zeta(u) - \frac{\eta_1}{\omega_1} \cdot u = \frac{\pi}{\omega_1} \cdot \left( \operatorname{ctq}(\pi\nu) + 4 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^{2n}}{1 - q^{2n}} \cdot \sin(2\pi n \cdot \nu) \right). \quad (22)$$

Более точное выражение для  $W(z)$  можно получить, переходя в (5) к интегралу по границе  $S^k$ . Используя (18) и (20), перепишем (5) в виде

$$\begin{aligned} W(z) &= W_0(z) - \frac{1}{2\pi} \sum_k J^k \int_{D^k} \partial_{\xi} [\ln \mathcal{A}_1(\nu, \tau)] \cdot d\tau_{\xi} + \\ &+ \frac{j}{F_{\Omega}} \sum_k \operatorname{Im} J^k (z \Delta\tau_k - g_k) = W_0(z) - \\ &- \frac{j}{4\pi} \sum_k J^k \int_{S^k} \ln \mathcal{A}_1(\nu, \tau) d\bar{\xi} + \frac{j}{F_{\Omega}} \sum_k \operatorname{Im} J^k (z \Delta\tau_k - g_k). \end{aligned} \quad (23)$$

Для вычисления интегралов в (23) используем известное разложение для тэта-функции

$$\begin{aligned} \ln \left( \pi \cdot \frac{\mathcal{A}_1(\nu, \tau)}{\mathcal{A}_1(0, \tau)} \right) &= \ln \sin(\pi\nu) + \\ &+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^{2n}}{n \cdot (1 - q^{2n})} [1 - \cos(2\pi n \cdot \nu)]. \end{aligned} \quad (24)$$

Учитывая, что в соответствии с (12)  $\int_{\Gamma} d\bar{\xi} \equiv 0$ ,

$$\begin{aligned} \int_S \ln \mathcal{A}_1(\nu, \tau) \cdot d\bar{\xi} &= \int_S \ln \sin(\pi\nu) \cdot d\bar{\xi} - \\ &- 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_S a_n \cdot \cos(2\pi n \cdot \nu) \cdot d\bar{\xi}, \end{aligned} \quad (25)$$

где  $a_n = q^{2n}/[n \cdot (1 - q^{2n})]$ .

Вычисления первого интеграла в (25) приводит к выражению

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{S^k} \ln \sin(\pi\nu) \cdot d\bar{\xi} = \int_{S^k} \ln \left[ \pi\nu \cdot \prod_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\nu^2}{n^2} \right) \right] \cdot d\bar{\xi} = \\ &= \int_{S^k} \ln(z - \xi) \cdot d\bar{\xi} + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{S^k} \ln \left[ (z - \xi)^2 - (n \cdot \omega_1)^2 \right] \cdot d\bar{\xi} = \\ &= -a_{kij} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cdot [u_{1i} \cdot (\ln u_{1i} - 1) + u_{2i} \cdot (\ln u_{2i} - 1)] - \\ &- a_{ijk} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cdot [u_{1j} \cdot (\ln u_{1j} - 1) + u_{2j} \cdot (\ln u_{2j} - 1)] - \\ &- a_{jki} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cdot [u_{1k} \cdot (\ln u_{1k} - 1) + u_{2k} \cdot (\ln u_{2k} - 1)], \end{aligned} \quad (26)$$

где  $u_{1p} = z - n \cdot \omega_1 - z_p$ ,  $u_{2p} = z + n \cdot \omega_1 - z_p$ ,  $p = i, j, k$ ;  $b_n = 0, 5$  при  $n = 0$  и  $b_n = 1$  при  $n \neq 0$ .

Вычисление второго интеграла в (25) даёт:

$$\begin{aligned} I_2 &= -2 \int_{S^k} a_n \cdot \cos(2\pi \cdot n\nu) \cdot d\bar{\xi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \cdot \omega_1}{\pi n} \times \\ &\times [a_{ijk} \sin(2\pi n\nu^j) + a_{kij} \sin(2\pi n\nu^i) + a_{jki} \sin(2\pi n\nu^k)], \end{aligned} \quad (27)$$

где  $\nu^j = (z - z^j)/\omega_1$ ,  $\nu^i = (z - z^i)/\omega_1$ ,  $\nu^k = (z - z^k)/\omega_1$ .

Следует иметь в виду, что логарифм есть многозначная функция, поэтому при интегрировании по границе  $S^k$  необходимо выбирать его непрерывные ветви.

**Примеры численной реализации.** Ниже приведены примеры численного моделирования, иллюстрирующие возможности изложенного метода. На рис. 4-8 показаны картины поля (силовые линии – синие, эквипотенциалы – красные) для трёхкомпонентной ГС с основными периодами  $\omega_1=8$ ,  $\omega_2=6j$ . Внешнее поле  $H_0$  однородно и направлено под различными углами относительно горизонтальной оси.

На рис. 5 при тех же параметрах, что и на рис. 4, выполнен расчет поля в эквивалентном параллелограмме периодов  $\Omega'$  с  $\omega'_1=8$ ,  $\omega'_2=-8+6j$ . Сравнение распределения поля на рис. 4 и рис. 5 подтверждает вывод о сохранении характеристик поля в конгруэнтных точках эквивалентных периодов. Свобода выбора из эквивалентных периодов более удобного для расчета и визуализации результатов в данном случае однозначно говорит в пользу рис. 4.

Выбор указанного на рис. 6 угла  $9,2535^\circ$  объясняется направлением внешнего поля  $H_0$  по направлению главной оси анизотропии гомогенизированной ГС (расчет – см. далее).

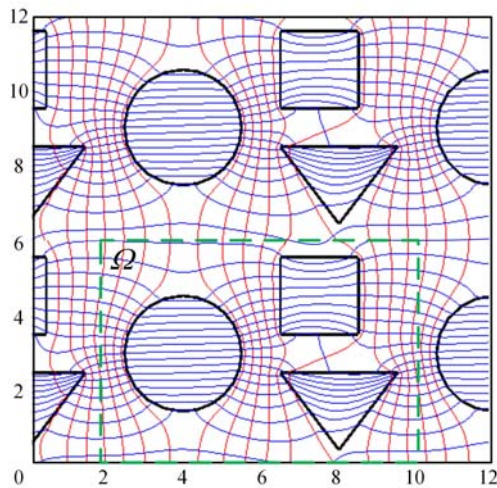


Рис. 4. Картина поля в трехкомпонентной ГС при относительных магнитных проницаемостях дискретных элементов  $\mu=1000$  и внешней среды  $\mu_e=1$ . Зеленым пунктиром выделен основной параллелограмм периодов. Внешнее поле  $H_0=1$

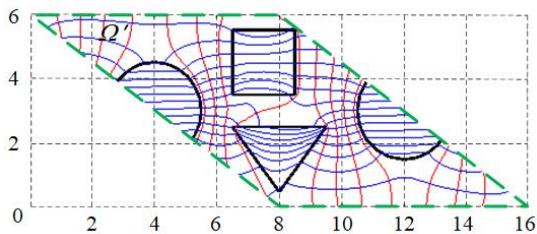


Рис. 5. Картина поля в эквивалентном основном периоде (выделен зеленым пунктиром) при параметрах ГС рис. 4

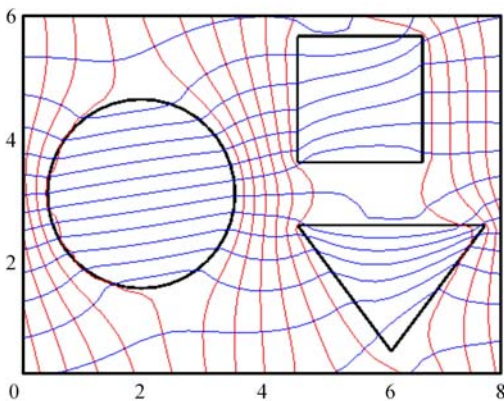


Рис. 6. То же, что на рис. 4, но внешнее поле  $H_0$  направлено под углом  $9,2535^\circ$  к оси  $x$

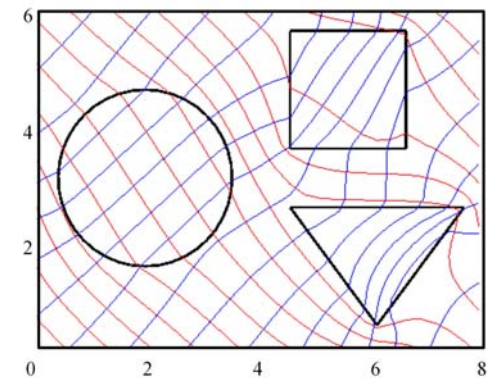


Рис. 7. Относительные магнитные проницаемости треугольных, квадратных и круглых стержней соответственно равны 1000, 10 и 2,  $\mu_e=1$ . Внешнее поле  $H_0$  направлено под углом  $45^\circ$  к оси  $x$

На рис. 8 и рис. 9 показаны результаты решения задачи обтекания: На рис. 8 приведены силовые линии потока, а на рис. 9 – распределение вектора намагниченности в магнитном листе с воздушными дискретными пустотами (см. рис. 8). В данном случае вместо (9) использовано уравнение

$$J(z) = 2H_0 \cdot \frac{\mu_i(\mu_e - 1)}{\mu_i + \mu_e} - \lambda \cdot \overline{\Pi_\omega} J, \quad \lambda = \frac{\mu_i - \mu_e}{\mu_i + \mu_e}.$$

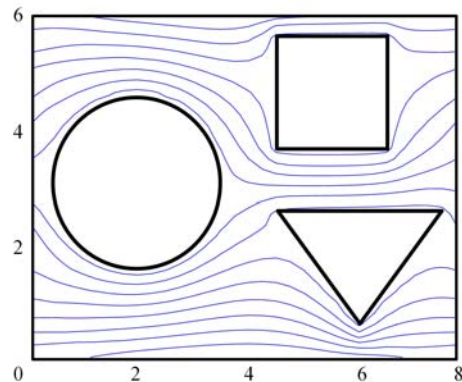


Рис. 8. Задача обтекания. Относительные магнитные проницаемости дискретных элементов  $\mu=1$ , внешней среды –  $\mu_e=1000$

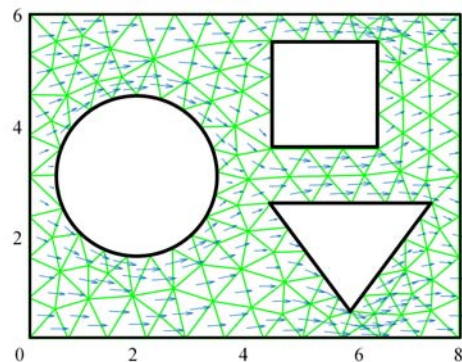


Рис. 9. Дискретизация расчетной области и распределение вектора намагниченности в задаче обтекания (рис. 8)

Следует обратить внимание на важную деталь: несмотря на простую форму основного параллелограмма периодов граничные условия на его сторонах априори не известны и не сводятся к обычно используемым в МКЭ условиям.

**Расчет эффективных параметров многокомпонентной ГС.** Поскольку изложенный выше метод основан на определении комплексного вектора намагниченности  $J$  в основном параллелограмме периодов, решение задачи гомогенизации не представляет существенных затруднений. Для этого следует рассчитать  $J(z)$ ,  $z \in \Omega$  для двух взаимноперпендикулярных внешних полей  $H_0$ , например, для  $H_0 = 1$  и  $H_0 = j$ . Обозначим суммарную намагниченность всех элементов в  $\Omega$  соответственно через  $\rho_x = \rho_{xx} + j\rho_{xy}$  и  $\rho_y = \rho_{yx} + j\rho_{yy}$ . Тогда тензор относительной магнитной восприимчивости  $\kappa$  легко определить через эффективную намагниченность среды: в векторных обозначениях  $J = \rho / F_\Omega = \kappa H_0$ . Очевидно,  $\kappa_{xx} = \rho_{xx} / F_\Omega$ ,  $\kappa_{xy} = \rho_{xy} / F_\Omega$ ,  $\kappa_{yx} = \rho_{yx} / F_\Omega$ ,  $\kappa_{yy} = \rho_{yy} / F_\Omega$ .

В общем случае для выбранной системы координат тензор  $\kappa$  должен быть симметричным, но не обя-

зательно диагональным. Для приведения его к диагональному тензору  $\tilde{\kappa}$  с главными значениями  $\tilde{\kappa}_{xx}, \tilde{\kappa}_{yy}$  ( $\tilde{\kappa}_{xy} = \tilde{\kappa}_{yx} = 0$ ) введём новую систему координат  $(x', y')$  поворотом старой на угол  $\alpha$ . Этот угол можно определить из выражения

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left( \frac{2\kappa_{xy}}{\kappa_{xx} - \kappa_{yy}} \right), \quad (28)$$

а главные значения тензора  $\tilde{\kappa}$  – из соотношений

$$\begin{aligned} \tilde{\kappa}_{xx} &= \frac{(\kappa_{xx} + \kappa_{yy}) + \sqrt{(\kappa_{xx} - \kappa_{yy})^2 + 4\kappa_{xy}^2}}{2}, \\ \tilde{\kappa}_{yy} &= \frac{(\kappa_{xx} + \kappa_{yy}) - \sqrt{(\kappa_{xx} - \kappa_{yy})^2 + 4\kappa_{xy}^2}}{2}. \end{aligned} \quad (29)$$

В соответствии с изложенным для среды с параметрами, соответствующими рис. 4, получены следующие результаты:

$$\kappa = \begin{bmatrix} 1,0054 & 0,0210 \\ 0,0211 & 0,8801 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\kappa} = \begin{bmatrix} 1,0088 & 0 \\ 0 & 0,8766 \end{bmatrix}, \quad \alpha = 9,2535^\circ.$$

Для компонентов тензора эффективной относительной магнитной проницаемости получим очевидные значения:  $\tilde{\mu}_{xx} = 2,0088$ ,  $\tilde{\mu}_{yy} = 1,8801$ .

Для подтверждения правильности расчетов на рис. 6 приведена картина поля, полученная при напряженности внешнего поля  $H_0 = 1$ , направленной под углом  $\alpha = 9,2535^\circ$  к оси  $x$  (т.е. вдоль главной оси анизотропии). Для эффективной намагнитченности среды получен достаточно точный результат:  $\rho = 1,0089 \cdot \exp(j \cdot 9,2561 \cdot \pi / 180)$ .

Для параметров ГС, соответствующей рис. 7, аналогичные результаты равны:

$$\kappa = \begin{bmatrix} 0,4462 & -0,0029 \\ -0,0025 & 0,5571 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\kappa} = \begin{bmatrix} 0,4461 & 0 \\ 0 & 0,5572 \end{bmatrix}, \quad \alpha = 1,4169^\circ.$$

Компоненты тензора эффективной относительной магнитной проницаемости:  $\tilde{\mu}_{xx} = 1,4461$ ,  $\tilde{\mu}_{yy} = 1,5572$ . Их уменьшение по сравнению с приведенными выше значениями объясняется уменьшением эффективной намагнитченности ГС за счет меньших значений магнитных проницаемостей дискретных фаз. Незначительная асимметрия тензора  $\kappa$  объясняется практически нулевыми его недиагональными компонентами.

**Расчет поля магнитных сил.** Для дополнительной иллюстрации возможностей разработанного метода приведем результаты расчета распределения силового поля  $F^* = |\mathbf{H}| \operatorname{grad} |\mathbf{H}| = 0,5 \operatorname{grad} (|\mathbf{H}|^2)$ . Как видно из последнего выражения, силовое поле матрицы ВГМС полностью определяется распределением модуля вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  в рабочем пространстве матрицы. В рамках разработанного метода это распределение легко получить на основе выражения (6) с использованием его дискретного аналога или соотношения  $\mathbf{H} = -\operatorname{grad}(\operatorname{Re}W(z))$ .

Для определения силового поля  $F^*$  необходимо задать вектор напряженности внешнего (фоновое) поля  $\mathbf{H}_0$  и размеры элементов матрицы. Например, для ГС, соответствующей рис. 4, при величине основного периода  $\omega_1 = 8$  мм (размеры элементов матрицы опреде-

ляются пропорциональным пересчетом и видны из рис. 4-9) и направлении внешнего поля  $H_0 = 5$  кА/м вдоль этого периода на рис. 10 изображены линии  $|\mathbf{H}|^2 = \operatorname{const}$  и перпендикулярные им векторы магнитных сил  $F^*$ . Поскольку силовое поле матрицы отличается высокой неоднородностью, на рис. 10 приведен фрагмент области с наиболее интенсивным силовым полем. Площади зон захвата магнитных частиц определяются по известной величине минимальной силы извлечения  $|F^*|_{\min}$ , определение которой лежит за пределами рассмотрения данной статьи. Как отмечено выше, эта сила зависит от магнитной восприимчивости исходного продукта, размера извлекаемой фракции и др. технологических параметров. Например, при  $|F^*|_{\min} = |F|_{\min} / (\mu_0 \chi V) = 5,5 \cdot 10^9 \text{ A}^2/\text{M}^3$ , что примерно соответствует реальным значениям, изодины  $|F^*| = \operatorname{const}$  и зоны извлечения частиц приведены на рис. 11.

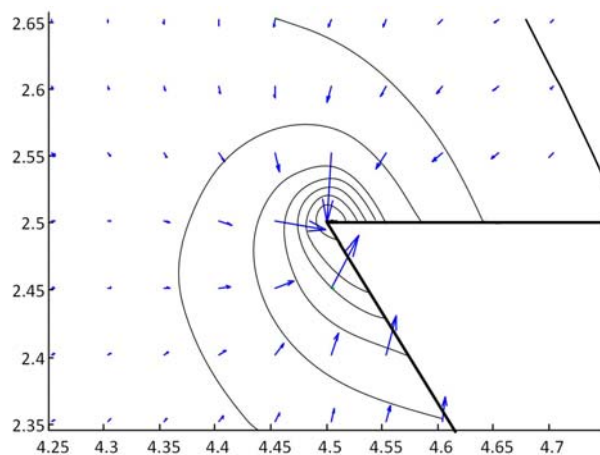


Рис. 10. Характеристики силового поля матрицы рис. 4 в угловой зоне треугольного элемента

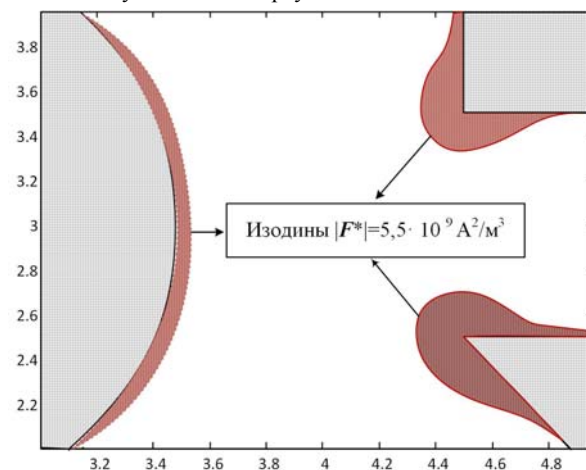


Рис. 11. Изодины  $|F^*| = \operatorname{const}$  и соответствующие им области извлечения силового поля при  $|F^*|_{\min} = 5,5 \cdot 10^9 \text{ A}^2/\text{M}^3$  для фрагмента рабочего пространства матрицы

Из приведенного анализа видно, что высокая неоднородность силового поля (даже в зоне извлечения силы могут отличаться на 2-3 порядка) является отрицательным фактором. Более предпочтительным является достаточное для извлечения поле с минимальным разбросом значений магнитных сил (в идеале – изо-

динамическое). Отметим также высокую чувствительность поля сил к величине напряженности  $H_0$  и размерам элементов фильтра. Это ставит под сомнение универсальность рекомендаций по определению оптимальных геометрических форм элементов матрицы без привязки к магнитной системе конкретного ВГМС и комплексного её исследования.

Полевой анализ силового поля в матрице можно продолжить в следующем направлении. Очевидно, что сформированные зоны извлечения уменьшают площадь и геометрию области свободного протекания пульпы. Гидравлическую проницаемость матрицы можно исследовать путем решения задачи обтекания (см. рис. 8) с видоизмененной за счет налипания частиц геометрией непроницаемых для жидкости областей.

Таким образом, полученная на основе разработанного метода информация может быть использована при разработке новых и модернизации существующих ВГМС в следующих направлениях:

- расчет значения тензора магнитной проницаемости (задача гомогенизации) дает возможность достаточно точно определить магнитное сопротивление матрицы как основного элемента магнитной системы сепаратора, и в результате расчета распределения магнитного потока в нем определить среднюю магнитную индукцию в матрице и расчетное значение напряженности поля  $H_0$ . Для рассмотренного примера  $\tilde{\mu}_{xx} \approx 2$  и  $H_0 = 5$  кА/м средняя магнитная индукция составляет  $B = 0,126$  Тл;

- при выбранных геометрических и магнитных параметрах элементов матрицы при известном значении напряженности  $H_0$  следует рассчитать поле магнитных сил  $|\mathbf{F}^*| \geq |\mathbf{F}^*|_{\min}$  (по примеру рис. 10), а для заданной величины минимальной удерживающей силы  $|\mathbf{F}^*|_{\min}$  – площади потенциальных зон извлечения и коэффициент заполнения рабочего пространства (рис. 10). При этом следует иметь в виду, что удельное магнитное сопротивление матрицы не зависит от абсолютных размеров ее элементов и напряженности внешнего поля. В то же время магнитные силы  $|\mathbf{F}^*|$  пропорциональны  $|H_0|^2$  и обратно пропорциональны абсолютным размерам элементов. Из этого следует, что пересчет силового поля в этих случаях производить не следует, поскольку картина изодин  $|\mathbf{F}^*| = \text{const}$  остается неизменной, изменяются лишь значения их величин;

- рассчитанная конфигурация непроницаемых для жидкости областей дает возможность оценить гидравлическую проницаемость пульпы и принять решение об изменении силового поля  $\mathbf{F}^*$  в ту или иную сторону;

- варьируя геометрические размеры и формы элементов матрицы и проводя серию соответствующих вычислительных экспериментов можно оптимизировать магнитную систему ВГМС в целом при заданных технологических ограничениях.

Таким образом, использование предлагаемого метода позволит создать дополнительные возможности повышения технических характеристик электрофизических устройств с элементами ГС, например, высокоградиентных магнитных сепараторов, электростатических фильтров и др. конструкций, для которых универсальность и точность расчета эффективных и особенно локальных характеристик поля являются определяющими.

## Выводы.

1. Разработан универсальный метод расчета локальных и эффективных характеристик магнитного поля многокомпонентной гетерогенной среды с двоякопериодической структурой, который базируется на решении интегрального уравнения относительно вектора намагниченности элементов основного параллелограмма периодов.

2. Проведенные вычислительные эксперименты подтверждают высокую эффективность и точность предложенного метода. Его основными достоинствами является компактность расчетной области, отсутствие необходимости задания неизвестных граничных условий на сторонах параллелограмма периодов и жестких ограничений геометрию и количество компонентов гетерогенной среды.

3. Одной из эффективных областей применения разработанного метода является анализ силовых полей матриц высокоградиентных магнитных сепараторов. Возможность комплексного учета факторов, определяющих эффективные и локальные характеристики поля, открывает дополнительные возможности оптимизации параметров матрицы и улучшения массогабаритных и технологических характеристик сепаратора в целом.

4. Без существенных изменений метод может быть использован при анализе других потенциальных полей в двоякопериодических системах (конструирование электростатических фильтров, задачи обтекания решеток сложного профиля и др.).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Емец Ю.П. Электрические характеристики композитных материалов с регулярной структурой. – Киев: Наукова думка, 1986. – 191 с.
2. Толмачев С.Т. Специальные методы решения задач магнитостатики. – Киев: Вища школа, 1983. – 166 с.
3. Kowalczyk P., Bielski W., Idzik A. Effective conductivity in two-dimensional two-component structures: macroscopic isotropy // *Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments*. – 2014. – Т. 9290. – P. 92901A. doi: 10.1117/12.2075144.
4. Earhart C.M., Nguyen E.M., Wilson R.J., Wang Y.A., Wang S.X. Designs for a microfabricated magnetic sifter // *IEEE Transactions on Magnetics*. – 2009. – vol. 45. – no. 10. – pp. 4884-4887. doi: 10.1109/tmag.2009.2026486.
5. Ge W., Encinas A., Araujo E., Song Sh. Magnetic matrices used in high gradient magnetic separation (HGMS): A review // *Results in Physics*. – 2017. – vol. 7. – pp. 4278-4286. doi: 10.1016/j.rinp.2017.10.055.
6. Oder R. High gradient magnetic separation theory and applications // *IEEE Transactions on Magnetics*. – 1976. – vol. 12. – iss. 5. – pp. 428-435. doi: 10.1109/TMAG.1976.1059076.
7. Svoboda J. *Magnetic Techniques for the Treatment of Materials*. – Kluwer Academic Publishers, 2004. – 642 p. doi: 10.1007/1-4020-2107-0.
8. Ren L., Zeng S., Zhang Y. Magnetic field characteristics analysis of a single assembled magnetic medium using ANSYS software // *International Journal of Mining Science and Technology*. – 2015. – vol. 25. – no. 3. – pp. 479-487. doi: 10.1016/j.ijmst.2015.03.024.
9. Song C.C., Ning G.H., Yuan Z.Y., Jing L.X., Hui C.C., Yao M.S. Investigation of the influence of different matrix rotation angles on the surrounding magnetic field in a uniform magnetic field // *Ming Metall Eng*. – 2014. – no. 34. – pp. 290-294.
10. Gerlici J., Шведчикова І.О., Романченко Ю.А., Нікітченко І.В. Визначення раціональних геометричних параметрів

пластинчастих елементів магнітної матриці поліградієнтного сепаратора // Електротехніка і електромеханіка. – 2018. – № 4. – С. 58-62. doi: 10.20998/2074-272X.2018.4.10.

11. Hou L.S., Geng L. A kind of high gradient magnetic matrix for high-intensity magnetic separator, CN. Patent. – 2012.

12. Zheng X., Wang Y., Lu D., Li X. Study on the application of elliptic cross-section matrices for axial high gradient magnetic separation: key considerations for optimization // Physico-chemical Problems of Mineral Processing. – 2019. – vol. 55(3). – pp. 655-666. doi: 10.5277/ppmp18178.

13. Ding L., Chen L.Z., Zeng J.W. Investigation of combination of variable diameter rod elements in rod matrix on high gradient magnetic separation performance // Advanced Materials Research. – 2014. – vol. 1030-1032. – pp. 1193-1196. doi: 10.4028/www.scientific.net/amr.1030-1032.1193.

14. Толмачев С.Т., Рожненко Ж.Г. Комплексное решение задачи магнитостатики в системе с упорядоченной гетерогенной средой // Вестник НТУ «ХПИ». – 2008. – № 40. – С. 139-145.

15. Hurwitz A., Courant R. Vorlesungen über allgemeine Funktionentheorie und elliptische Funktionen. – J. Springer, 1922. – 399 p.

16. Толмачев С.Т., Бондаревский С.Л. Классификация гетерогенных структур и условие их двоякопериодичности // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – Т. 5. – № 5(65). – С. 24-29.

#### REFERENCES

1. Yemets Y.P. *Elektricheskie karakteristiki kompozitsionnih materialov s regulirnoy strukturoy* [Electrical characteristics of regular structure composites]. Kyiv, Naukova Dumka Publ., 1986. 191 p. (Rus).

2. Tolmachev S.T. *Specialnie metody resheniya zadach magnetostatiki* [Special methods for solving magnetostatic problems]. Kyiv, Vyshcha shkola Publ., 1983. 166 p. (Rus).

3. Kowalczyk P., Bielski W., Idzik A. Effective conductivity in two-dimensional two-component structures: macroscopic isotropy. *Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments*, 2014, T. 9290, P. 92901A. doi: 10.1117/12.2075144.

4. Earhart C.M., Nguyen E.M., Wilson R.J., Wang Y.A., Wang S.X. Designs for a microfabricated magnetic sifter. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2009, vol. 45, no. 10, pp. 4884-4887. doi: 10.1109/tmag.2009.2026486.

5. Ge W., Encinas A., Araujo E., Song S. Magnetic matrices used in high gradient magnetic separation (HGMS): A review. *Results in Physics*, 2017, vol. 7, pp. 4278-4286. doi: 10.1016/j.rinp.2017.10.055.

6. Oder R. High gradient magnetic separation theory and applications. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1976, vol. 12, iss. 5, pp. 428-435. doi: 10.1109/TMAG.1976.1059076.

7. Svoboda J. *Magnetic Techniques for the Treatment of Materials*. Kluwer Academic Publ., 2004. 642 p. doi: 10.1007/1-4020-2107-0.

8. Ren L., Zeng S., Zhang Y. Magnetic field characteristics analysis of a single assembled magnetic medium using ANSYS software. *International Journal of Mining Science and Technology*, 2015, vol. 25, no. 3, pp. 479-487. doi: 10.1016/j.ijmst.2015.03.024.

9. Song C.C., Ning G.H., Yuan Z.Y., Jing L.X., Hui C.C., Yao M.S. Investigation of the influence of different matrix rotation angles on the surrounding magnetic field in a uniform magnetic field. *Ming Metall Eng*, 2014, no. 34, pp. 290-294.

10. Gerlici J., Shvedchykova I.O., Romanchenko J.A., Nikitchenko I.V. Determination of the rational geometrical parameters of plate type elements of magnetic matrix of the poly-gradient separator. *Electrical engineering & electromechanics*, 2018, no.4, pp. 58-62. doi: 10.20998/2074-272X.2018.4.10.

11. Hou L.S., Geng L. A kind of high gradient magnetic matrix for high-intensity magnetic separator, CN. Patent, 2012.

12. Zheng X., Wang Y., Lu D., Li X. Study on the application of elliptic cross-section matrices for axial high gradient magnetic separation: key considerations for optimization. *Physico-*

*chemical Problems of Mineral Processing*, 2019, vol. 55(3), pp. 655-666. doi: 10.5277/ppmp18178.

13. Ding L., Chen L.Z., Zeng J.W. Investigation of combination of variable diameter rod elements in rod matrix on high gradient magnetic separation performance. *Advanced Materials Research*, 2014, vol. 1030-1032, pp. 1193-1196. doi: 10.4028/www.scientific.net/amr.1030-1032.1193.

14. Tolmachev S.T., Rozhnenko Z.G. Complex solve of a magnetostatic problem in systems with ordered heterogeneous medium. *Bulletin of NTU «KhPI»*, 2008, no. 40, pp. 139-145. (Rus).

15. Hurwitz A., Courant R. *Vorlesungen über allgemeine Funktionentheorie und elliptische Funktionen*. J. Springer, 1922. 399 p. (Ger).

16. Tolmachev S.T., Bondarevskiy S.L. Classification of heterogeneous structures and conditions of their doubly periodicity. *Eastern-European journal of enterprise technologies*, 2013, vol. 5, no. 5(65), pp. 24-29. (Rus).

Поступила (received) 20.08.2019

Толмачев Станислав Трофимович<sup>1</sup>, д.т.н., проф.,  
Бондаревский Станислав Львович<sup>1</sup>, к.т.н., доц.,  
Ильченко Александр Владимирович<sup>1</sup>, к.т.н., доц.,  
<sup>1</sup>Криворожский национальный университет,  
50027, Днепропетровская обл.,  
Кривой Рог, ул. Виталия Матусевича, 11,  
e-mail: kafem.knu@gmail.com

S.T. Tolmachev<sup>1</sup>, S.L. Bondarevskiy<sup>1</sup>, A.V. Il'chenko<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>Kryvyi Rih National University,  
11, Vitaly Matusevich Str., Kryvyi Rih, Dnipropetrovsk Region,  
50027, Ukraine.

#### Magnetic properties of multicomponent heterogeneous media with a doubly periodic structure.

*Heterogeneous media have a wide range of practical applications. Media with a doubly periodic structure (matrices of high-gradient magnetic separators, etc.) occupy an important place. Their study is usually based on experimental and approximate methods and is limited to simple two-phase systems. The development of universal and accurate methods of mathematical modelling of electrophysical processes in such environments is an urgent task. The aim of the paper is to develop a method for calculating local and effective parameters of a magnetostatic field with minimal restrictions on the number of phases, their geometry, concentration, and magnetic properties. Based on the theory of elliptic functions and secondary sources, an integral equation is formulated with respect to the magnetization vector of the elements of the main parallelogram of the periods. The calculated expressions for the complex potential, field strength, and components of the effective magnetic permeability tensor are obtained. The results of a series of computational experiments confirming the universality and effectiveness of the method are presented. As an example of a practical application, a detailed study of the field of the magnetic forces of the matrix is carried out: the lines of magnetic isodine and potential extraction areas for a complex version of the matrix are constructed. Within the framework of the developed method, the calculation of local and effective field characteristics is carried out by solving the field problem in the field of an arbitrary parallelogram of periods without specifying boundary conditions on its sides with a comprehensive consideration of significant interdependent factors. The practical value of the method is to create new opportunities for improving the technical characteristics of electrophysical devices for which the universality and accuracy of calculating local and effective field characteristics is decisive. An algorithm for optimizing the characteristics of the separator is proposed. References 16, figures 11.*

**Key words:** doubly periodic heterogeneous medium, integral equation, magnetization vector, strength field, homogenization problem, magnetic permeability tensor, polygradient separation, matrix, magnetic forces.



М.И. Баранов

**ВЫБОР ДОПУСТИМЫХ СЕЧЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОВОДОВ И КАБЕЛЕЙ В БОРТОВЫХ ЦЕПЯХ ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

*Надані результати запропонованого інженерного електротехнічного підходу до розрахункового вибору гранично допустимих поперечних перерізів  $S_{ij}$  електричних неізолюваних дротів, ізолюваних дротів і кабелів з полівінілхлоридною (ПВХ), гумовою (Г) і поліетиленовою (ПЕТ) ізоляцією і мідними (алюмінієвими) жилами (оболонками) по умові їх термічної стійкості, по яких у бортових силових колах електрообладнання літальних апаратів (ЛА) в аварійному режимі протікає струм  $i_k(t)$  однофазного короткого замикання (КЗ) із заданими амплітудно-часовими параметрами. На підставі цього підходу здійснений вибір гранично допустимих поперечних перерізів  $S_{ij}$  для вказаних дротів (кабелів) бортових силових кіл електрообладнання ЛА з частотою змінного струму  $f=400$  Гц. Виконана розрахункова оцінка гранично допустимих амплітуд щільності  $\delta_{lim}$  струму  $i_k(t)$  вказаного КЗ в даних дротах і кабелях бортових силових кіл ЛА. Бібл. 18, табл. 5.*

*Ключові слова:* літальний апарат, бортові силові кола електрообладнання, електричні дроти і кабелі, частота змінного струму, вибір гранично допустимих перерізів кабельно-провідникової продукції.

*Приведены результаты предложенного инженерного электротехнического подхода к расчетному выбору предельно допустимых поперечных сечений  $S_{ij}$  электрических неизолированных проводов, изолированных проводов и кабелей с поливинилхлоридной (ПВХ), резиновой (Р) и полиэтиленовой (ПЭТ) изоляцией и медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) по условию их термической стойкости, по которым в бортовых силовых цепях электрооборудования летательных аппаратов (ЛА) в аварийном режиме протекает ток  $i_k(t)$  однофазного короткого замыкания (КЗ) с заданными амплитудно-временными параметрами. На основании этого подхода осуществлен выбор предельно допустимых поперечных сечений  $S_{ij}$  для указанных проводов (кабелей) бортовых силовых цепей электрооборудования ЛА с частотой переменного тока  $f=400$  Гц. Выполнена расчетная оценка предельно допустимых амплитуд плотности  $\delta_{lim}$  тока  $i_k(t)$  указанного КЗ в рассматриваемых проводах и кабелях бортовых силовых цепей ЛА. Библ. 18, табл. 5.*

*Ключевые слова:* летательный аппарат, бортовые силовые цепи электрооборудования, электрические провода и кабели, частота переменного тока, выбор предельно допустимых сечений кабельно-проводниковой продукции.

**Введение.** В [1, 2] применительно к задачам промышленной электроэнергетики были рассмотрены вопросы уточненного выбора предельно допустимых  $S_{ij}$  и критических  $S_{ic}$  сечений электрических неизолированных проводов, а также изолированных проводов и кабелей с поливинилхлоридной (ПВХ), резиновой (Р) и полиэтиленовой (ПЭТ) изоляцией и медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) по условиям их соответственно термической стойкости и электрического взрыва (ЭВ). Как известно, расчетными режимами при выборе предельно допустимых сечений  $S_{ij}$  кабельно-проводниковой продукции (КПП), используемой в силовых цепях электрооборудования с переменным током частотой  $f=50$  Гц, являются режимы одно- или трехфазного короткого замыкания (КЗ) [3, 4]. Приведенные в [1-4] технические данные для выбора КПП касаются силовых цепей электрооборудования, применяемого в наземных стационарных объектах при их промышленном электроснабжении переменным током частотой  $f=50$  Гц. А как быть с выбором предельно допустимых сечений  $S_{ij}$  КПП объектов авиационной и ракетно-космической техники, в бортовых электрических сетях которых возможно применение переменного тока частотой  $f$ , существенно отличающейся от традиционной промышленной частоты 50 Гц? Ведь не секрет, что массогабаритные показатели бортовой КПП, а значит и значения поперечных сечений  $S_{ij}$  ее металлических жил (оболочек-экранов), для подобных объектов «выходят» для разработчиков указанной наукоемкой техники на первый план. В этой части следует заметить, что, например, на современном авиалайнере «Airbus 380» протяженность КПП его бортовой сети составляет более 530 км

[5]. При этом суммарная мощность источников электроэнергии на борту летательных аппаратов (ЛА) военного и гражданского назначения может составлять от 20 кВт для легких ЛА до 600 кВт и более для тяжелых ЛА [6]. В этой связи актуальными в области прикладной электротехники применительно к современным ЛА становятся задачи, связанные с исследованиями особенностей применения в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА переменного тока частотой  $f>50$  Гц и выбор для таких частот  $f$  переменного тока в бортовых сетях ЛА предельно допустимых сечений  $S_{ij}$  их электрических проводов и кабелей, содержащих внутренние медные (алюминиевые) жилы ( $i=1$ ) и наружные обратные (защитные) оболочки ( $i=2$ ), а также ПВХ, Р и ПЭТ поясную изоляцию.

**Целью статьи** является выполнение выбора предельно допустимых поперечных сечений  $S_{ij}$  неизолированных проводов и изолированных проводов (кабелей) с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) в бортовых силовых цепях электрооборудования различных ЛА с переменным током частотой  $f>50$  Гц.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим широко используемые в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА неизолированные медные и алюминиевые провода, а также изолированные провода и кабели с медными (алюминиевыми) внутренними жилами и наружными оболочками-экранами, имеющие ПВХ, Р и ПЭТ поясную (защитную) изоляцию [7]. Принимаем, что по круглым сплошным (расщепленным) медным (алюминиевым) жилам (оболочкам) указанных проводов (кабелей) силовых цепей электрооборудования ЛА, находящихся в воздушной атмосфере с

© М.И. Баранов

температурой  $\theta_0=20$  °С в нормальном режиме их работы под номинальной токовой нагрузкой, в их продольном направлении протекает переменный ток частотой  $f>50$  Гц, а максимальная длительно допустимая температура  $\theta_{II}$  джоулевого нагрева для не- и изолированных проводов (кабелей) с ПВХ, Р и ПЭТ изоляцией численно не превышает регламентируемых действующими требованиями для электротехнических устройств уровней в 70 °С и 65 °С соответственно [8]. Пусть для общности решаемой электротехнической задачи в силовых цепях ЛА с КПП возможны режимы их работы, когда какие-то участки их проводов (кабелей) могут быть полностью обесточены. Считаем, что термическая стойкость рассматриваемых электрических проводов и кабелей бортовых цепей ЛА, как и для наземного стационарного электрооборудования с двухпроводной сетью электропитания, лимитируется предельно допустимой кратковременной температурой  $\theta_{IS}$  нагрева токонесущих частей проводов (кабелей) при однофазном виде КЗ в исследуемой бортовой сети ЛА. В первом приближении решения формулируемой задачи полагаем, что значения  $\theta_{IS}$  соответствуют известным предельно допустимым кратковременным температурам нагрева КПП переменным током КЗ промышленной частоты  $f=50$  Гц [8]. В этой связи численные значения температуры  $\theta_{IS}$  для неизолированных медных проводов при тяжениях менее 20 Н/мм<sup>2</sup> будут составлять 250 °С, а для неизолированных алюминиевых проводов при тяжениях менее 10 Н/мм<sup>2</sup> – 200 °С [8]. Для изолированных проводов и кабелей с медными и алюминиевыми жилами, ПВХ и Р изоляцией численные значения температуры  $\theta_{IS}$  тогда оказываются равными 150 °С, а для рассматриваемой КПП с ПЭТ изоляцией – 120 °С [8]. Допускаем, что при выборе сечений  $S_{II}$  электрический ток  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА, выполненной по одно- или двухпроводной схеме, практически равномерно распределяется по поперечному сечению жилы и оболочки-экрана исследуемого провода (кабеля). Обоснованием такому допущению является то, что минимальная глубина проникновения  $\Delta_i$  магнитного поля (толщина скин-слоя) от тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА в квазистационарном приближении в рассматриваемые проводниковые ферромагнитные материалы жилы (оболочки-экрана), определяемая из расчетного соотношения  $\Delta_i \approx [1/(\pi f \mu_0 \gamma_{0i})]^{1/2}$  [9], где  $\gamma_{0i}$  – удельная электропроводность материала жилы (оболочки) КПП при  $\theta_0=20$  °С, а  $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная, например, для частот аварийного тока  $f=50$  Гц и  $f=400$  Гц численно составляет для меди ( $\gamma_{0i}=5,81 \cdot 10^7 \cdot (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$ ) соответственно около 9,3 и 3,3 мм, а для алюминия ( $\gamma_{0i}=3,61 \cdot 10^7 \cdot (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$ ) – 11,8 и 4,2 мм. Видно, что указанные значения толщин скин-слоя  $\Delta_i$  оказываются соизмеримыми с радиусами (толщинами) токонесущих жил (оболочек) проводов и кабелей, обычно используемыми в цепях электрооборудования рассматриваемых ЛА (в частности, в сетях авиационной техники [7]). Как и в [1, 2] воспользуемся условием адиабатического характера протекающих при временах  $t_{kC}$  действия тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА не более  $t_{kC}=40f^{-1}=100$  мс в провод-

никовых материалах жил (оболочек) рассматриваемой КПП термических процессов, при котором влиянием теплоотдачи с поверхностей их токонесущих частей, имеющих текущую температуру  $\theta_{is} \geq \theta_0$ , и теплопроводности слоев их электропроводящих материалов и изоляции на джоулев нагрев токонесущих частей жил (оболочек) исследуемых проводов (кабелей) можно пренебрегать. Требуется расчетным путем в приближенном виде с учетом нелинейного характера изменения из-за джоулевого нагрева исследуемой КПП величины удельной электропроводности  $\gamma_i$  материала ее жил (оболочек) и условия термической стойкости КПП к действию тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА определить в диапазоне изменения частоты переменного тока  $f=(50-400)$  Гц в силовых цепях ее электрооборудования предельно допустимые поперечные сечения  $S_{II}$  токонесущих частей для неизолированных медных (алюминиевых) проводов, а также для изолированных проводов и кабелей с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками), ПВХ, Р и ПЭТ изоляцией, по которым в аварийном режиме работы однопроводной бортовой сети ЛА (с общим «минусом» на его массивном металлическом корпусе, служащим обратным токопроводом [10]) или двухпроводной бортовой сети ЛА [11] протекает ток  $i_k(t)$  однофазного КЗ известной длительности  $t_{kC}$  и с заданными амплитудно-временными параметрами (АВП). Кроме того, с учетом нахождения поперечных сечений  $S_{II}$  необходимо для исследуемой КПП в ЛА определить и предельно допустимые амплитуды плотности  $\delta_{ilm}$  тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА.

**2. Инженерный подход к выбору предельно допустимых сечений  $S_{II}$  проводов и кабелей в цепях электрооборудования ЛА.** Из уравнения теплового баланса для токонесущих частей КПП бортовых цепей электрооборудования ЛА в адиабатическом режиме и условия их термической стойкости к току  $i_k(t)$  указанного КЗ аналитическое выражение для расчетного определения предельно допустимых поперечных сечений  $S_{II}$  рассматриваемых электрических проводов и кабелей приобретает следующий вид [1]:

$$S_{II} = [J_{ak} / (J_{IS} - J_{ill})]^{1/2} = J_{ak}^{1/2} / C_{ik}, \quad (1)$$

где  $J_{ak} = \int_0^{t_{kC}} i_k^2(t) dt$  – интеграл Джоуля (действия) тока

$i_k(t)$  однофазного КЗ, А<sup>2</sup>·с;  $J_{IS}$ ,  $J_{ill}$  – интегралы тока для токонесущих частей проводов (кабелей), предельно допустимая кратковременная температура и длительно допустимая температура нагрева материала которых равны  $\theta_{IS}$  и  $\theta_{II}$  соответственно, А<sup>2</sup>·с·м<sup>-4</sup>;  $C_{ik} = (J_{IS} - J_{ill})^{1/2}$  – расчетный коэффициент, А·с<sup>1/2</sup>·м<sup>-2</sup>.

Из (1) однозначно следует то, что для расчетного определения величин сечений  $S_{II}$  необходимо знать значения интеграла Джоуля  $J_{ak}$  и коэффициента  $C_{ik}$ .

**2.1. Определение интегралов тока  $J_{IS}$ ,  $J_{ill}$  и коэффициента  $C_{ik}$  для КПП бортовой сети ЛА.** Для расчета с инженерной точностью величин входящих в (1) интегралов тока  $J_{IS}$  и  $J_{ill}$ , применяемых, в частности, в [9] в виде интегралов тока или инерции (см. формулу 4.56), подынтегральная функция которых в отличие от классического интеграла Джоуля

содержит не квадрат аварийного тока  $i_k(t)$ , а квадрат плотности данного тока  $\delta_{ik}(t)$  в электропроводящих материалах КПП бортовой сети ЛА, используем следующие приближенные аналитические выражения [1, 12]:

$$J_{iIS} = \gamma_{0i} \beta_{0i}^{-1} \ln[c_{0i} \beta_{0i} (\theta_{IS} - \theta_0) + 1]; \quad (2)$$

$$J_{iII} = \gamma_{0i} \beta_{0i}^{-1} \ln[c_{0i} \beta_{0i} (\theta_{II} - \theta_0) + 1], \quad (3)$$

где  $c_{0i}$ ,  $\beta_{0i}$  – соответственно количественно определяемые при  $\theta_0=20^\circ\text{C}$  удельная объемная теплоемкость ( $\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot ^\circ\text{C})$ ) и тепловой коэффициент удельной электропроводности ( $\text{м}^3/\text{Дж}$ ) проводящего материала жилы (оболочки) провода (кабеля) бортовой силовой цепи электрооборудования ЛА с током частотой  $f > 50$  Гц до воздействия на КПП аварийного тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА с заданными АВП.

В табл. 1 приведены численные значения используемых в (2) и (3) электрофизических параметров  $\gamma_{0i}$ ,  $c_{0i}$  и  $\beta_{0i}$  для основных проводниковых материалов, применяемых в токонесущих частях КПП бортовой сети ЛА при температуре, равной  $\theta_0=20^\circ\text{C}$  [9, 12].

Таблица 1

Численные значения характеристик основных материалов токонесущих жил (оболочек) не- и изолированных проводов (кабелей) силовых цепей электрооборудования бортовой сети ЛА при  $\theta_0=20^\circ\text{C}$  [9, 12]

Материал жилы (оболочки) провода (кабеля)	Численное значение характеристики		
	$\gamma_{0i}$ , $10^7 \cdot (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$	$c_{0i}$ , $10^6 \cdot \text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot ^\circ\text{C})$	$\beta_{0i}$ , $10^{-9} \cdot \text{м}^3/\text{Дж}$
Медь	5,81	3,92	1,31
Алюминий	3,61	2,70	2,14

Используя значения указанных характеристик  $\gamma_{0i}$ ,  $c_{0i}$  и  $\beta_{0i}$  (см. табл. 1), при заданных величинах нормированных температур  $\theta_0$ ,  $\theta_{IS}$  и  $\theta_{II}$  с помощью (2) и (3) могут быть найдены численные значения искомых интегралов тока  $J_{iIS}$ ,  $J_{iII}$  и коэффициента  $C_{ik}$ , используемого в (1), для широкой номенклатуры КПП, применяемой в бортовых силовых цепях электрооборудования тех или иных ЛА. В табл. 2 указаны численные значения расчетного коэффициента  $C_{ik}$  для основных исполнений КПП, широко применяемой в бортовых силовых цепях электрооборудования различных ЛА.

Таблица 2

Численные значения коэффициента  $C_{ik}$  для не- и изолированных проводов (кабелей) с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками), применяемых в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА [1]

Вид изоляции в проводе (кабеле) цепи электрооборудования ЛА	Материал жилы (оболочки) провода (кабеля)	Численное значение $C_{ik}$ , $10^8 \text{ А} \cdot \text{с}^{1/2}/\text{м}^2$	
		$J_{iII} \neq 0$	$J_{iII} = 0$
Без изоляции	Медь	1,56	1,86
	Алюминий	0,88	1,09
ПВХ, Р	Медь	1,16	1,51
	Алюминий	0,74	0,97
ПЭТ	Медь	0,96	1,36
	Алюминий	0,62	0,88

В табл. 2 случай, когда  $J_{iII} \neq 0$ , соответствует номинальной токовой нагрузке КПП в бортовых силовых

цепях исследуемого электрооборудования ЛА (температура их токонесущих частей равна  $\theta_{II}$ ), а случай при  $J_{iII} = 0$  – режиму обесточивания КПП в ЛА (температура их токонесущих частей до протекания по ним тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА соответствует температуре окружающей КПП воздушной среды, принятой нами равной  $\theta_0=20^\circ\text{C}$ ). Далее остановимся на нахождении интеграла Джоуля  $J_{ak}$ , являющегося основным параметром для расчетного определения по (1) величины искомого сечения  $S_{il}$ .

**2.2. Определение интеграла действия  $J_{ak}$  аварийного тока при КЗ в бортовой сети ЛА.** Для этого первоначально запишем аналитическое соотношение, описывающее изменение во времени  $t$  тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовых силовых цепях электрооборудования, используемого в различных самолетах и ракетах-носителях и запитанного от бортового источника переменного тока частотой  $f > 50$  Гц. Согласно [1, 4] АВП этого тока  $i_k(t)$  КЗ в бортовой сети ЛА, содержащей активные и реактивные сопротивления, будут подчиняться следующей временной зависимости:

$$i_k(t) = I_{mk} [\exp(-t/T_a) - \cos(2\pi ft)], \quad (4)$$

где  $I_{mk}$  – амплитуда установившегося в силовой цепи электрооборудования ЛА тока  $i_k(t)$  КЗ, А;  $T_a$  – постоянная времени спада аperiodической составляющей аварийного тока  $i_k(t)$  КЗ в бортовой цепи ЛА, с.

Из (4) при  $f=400$  Гц и  $t=1,25$  мс, соответствующем наибольшей амплитуде ударного тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА, следует аналитическое выражение для расчетного ударного коэффициента  $k_s$ , характерного для рассматриваемой бортовой системы электроснабжения ЛА в аварийном режиме:

$$k_s = [1 + \exp(-0,00125/T_a)]. \quad (5)$$

При  $T_a=3$  мс согласно (5) значение ударного коэффициента  $k_s$  оказывается численно равным 1,66. Поэтому при рабочем напряжении переменного тока частотой  $f=400$  Гц в бортовой сети ЛА, вырабатываемом, например, бортовым преобразователем типа ПОС-1000 и равном 115 В [6], в режиме однофазного КЗ амплитуда тока отключения в соответствии с данными [13-15] может достигать уровня в (2-25) кА.

Тогда с учетом (1) и (4) выражение для искомого интеграла действия  $J_{ak}$  тока  $i_k(t)$  КЗ в бортовой цепи электрооборудования ЛА в принятом приближении приобретает следующий аналитический вид [1]:

$$J_{ak} = I_{mk}^2 \left\{ 0,5 t_{kC} + 0,25 (\pi f)^{-1} \sin(2\pi f t_{kC}) \times \right. \\ \times \cos(2\pi f t_{kC}) - 2 T_a^2 (1 + 4\pi^2 f^2 T_a^2)^{-1} \left[ e^{-t_{kC}/T_a} \times \right. \\ \times [2\pi f \sin(2\pi f t_{kC}) - T_a^{-1} \cos(2\pi f t_{kC}) + T_a^{-1}] \left. \right] + \\ \left. + 0,5 T_a (1 - e^{-2t_{kC}/T_a}) \right\}. \quad (6)$$

Из (6) следует, что значения интеграла действия  $J_{ak}$  тока  $i_k(t)$  КЗ в бортовой системе электроснабжения ЛА прямо пропорциональны квадрату амплитуды  $I_{mk}$  установившегося тока КЗ и длительности  $t_{kC}$  (времени отключения, равному времени срабатывания  $t_a$  бортовых устройств защиты [13, 14]) протекания рассматриваемого КЗ. Видно, что чем больше численные значения величин  $I_{mk}$  и  $t_{kC}$ , тем будут большими и численные значения искомой величины интеграла  $J_{ak}$ . В табл. 3 при  $T_a=3$  мс ( $f=400$  Гц) для четырех фиксиро-

ванных численных значений амплитуды  $I_{mk}$  установившегося тока КЗ (3, 5, 10 и 30 кА) и двух возможных согласно [13, 14] численных значений длительности  $t_{kC}$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА (5 и 100 мс) приведены численные значения интеграла действия  $J_{ak}$  тока  $i_k(t)$  указанного КЗ, рассчитанные по (6).

Таблица 3

Численные значения интеграла действия  $J_{ak}$  для тока  $i_k(t)$  КЗ по (4), протекающего в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА ( $f=400$  Гц;  $T_a=3$  мс)

Численное значение амплитуды $I_{mk}$ установившегося тока $i_k(t)$ однофазного КЗ в бортовой силовой цепи электрооборудования ЛА, кА	Значение интеграла действия $J_{ak}$ для тока $i_k(t)$ КЗ по (4), А <sup>2</sup> ·с	
	$t_{kC}=5$ мс	$t_{kC}=100$ мс
3	$3,55 \cdot 10^4$	$4,63 \cdot 10^5$
5	$9,86 \cdot 10^4$	$12,86 \cdot 10^5$
10	$39,46 \cdot 10^4$	$51,44 \cdot 10^5$
30	$35,51 \cdot 10^5$	$46,30 \cdot 10^6$

Определив по (6) значения интеграла действия  $J_{ak}$  тока  $i_k(t)$  КЗ (см. табл. 3) и зная численные значения коэффициента  $C_{ik}$  (см. табл. 2), на основании (1) могут быть найдены численные значения предельно допустимых сечений  $S_{il}$  токонесущих частей рассматриваемой КПП в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА. Используя принятые допущения, при заданных амплитудах  $I_{mk}$  из соотношения вида  $\delta_{ilm} \approx I_{mk}/S_{il}$  могут быть количественным образом оценены и предельно допустимые амплитуды плотности  $\delta_{ilm}$  тока в материалах жил (оболочек) исследуемой КПП бортовой сети ЛА для аварийного режима КЗ.

**2.3. Результаты выбора предельно допустимых сечений  $S_{il}$  и плотностей тока  $\delta_{ilm}$  в проводах и кабелях бортовой сети ЛА.** В табл. 4 приведены результаты расчета по (1) с учетом данных, сведенных в табл. 2 и 3, предельно допустимых сечений  $S_{il}$  токонесущих медных (алюминиевых) частей КПП бортовых силовых цепей электрооборудования ЛА при  $f=400$  Гц,  $J_{ill} \neq 0$ ,  $t_{kC}=5$  мс и амплитуде  $I_{mk}$  тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети самолета (ракеты-носителя), изменяющейся дискретно в диапазоне (3-30) кА.

Таблица 4

Значения предельно допустимых сечений  $S_{il}$  для проводов (кабелей) с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА с амплитудой  $I_{mk}$  тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ от 3 до 30 кА ( $f=400$  Гц;  $J_{ill} \neq 0$ ;  $t_{kC}=5$  мс;  $T_a=3$  мс)

Вид изоляции в проводе (кабеле) цепи электрооборудования ЛА	Материал жилы (оболочки) провода (кабеля)	Значение сечения $S_{il}$ , мм <sup>2</sup>			
		Амплитуда $I_{mk}$ установившегося тока КЗ, кА			
		3	5	10	30
Без изоляции	Медь	1,21	2,01	4,03	12,08
	Алюминий	2,14	3,57	7,14	21,41
ПВХ, Р	Медь	1,62	2,71	5,41	16,24
	Алюминий	2,55	4,24	8,49	25,46
ПЭТ	Медь	1,96	3,27	6,54	19,63
	Алюминий	3,04	5,06	10,13	30,39

Следует указать, что вопросы выбора предельно допустимых поперечных сечений  $S_{il}$  жил (оболочек-

экранов) исследуемой КПП для случая, когда  $f=50$  Гц ( $J_{ill} \neq 0$ ;  $t_{kC}=(100-160)$  мс;  $I_{mk}=(30-100)$  кА;  $T_a=20$  мс) были подробно рассмотрены автором в [1]. Сравнивая данные для  $S_{il}$  из указанной выше табл. 4 и из табл. 5 в [1], можно заключить, что переход в бортовой сети ЛА на частоту переменного тока  $f=400$  Гц (в восемь раз большую частоты  $f=50$  Гц, используемой в силовых цепях электроэнергетических объектов наземного базирования) позволяет за счет применения в бортовой сети ЛА быстродействующих автоматов защиты от КЗ (например, типа АЗ-250 на токи амплитудой до 6 кА) [13, 14] и соответственно резкого уменьшения при  $f=400$  Гц времени  $t_{kC}$  действия тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА (со 100 мс до 5 мс) существенно уменьшить численные значения предельно допустимых сечений  $S_{il}$  ее медных (алюминиевых) проводов и кабелей (для аварийного режима при  $I_{mk}=30$  кА примерно в 3,9 раза). Это может приводить к аналогичному уменьшению (в 3,9 раза) и массогабаритных показателей указанной КПП, устанавливаемой на борт ЛА. Разумеется, что, несмотря на указанные преимущества использования в бортовых сетях ЛА частоты переменного тока  $f=400$  Гц и быстродействующих автоматов защиты от КЗ (например, для автоматов АЗ-250  $t_a=5$  мс), не так просто имеющиеся в авиационной и ракетно-космической технике разработки и схемно-технические решения в части тепловой защиты от КЗ сравнительно маломощных низковольтных бортовых сетей ЛА ( $f=400$  Гц) перенести на наземные мощные высоковольтные электрические сети промышленного электроснабжения ( $f=50$  Гц).

Из данных табл. 4 следует, что предельно допустимые амплитуды плотности  $\delta_{ilm} \approx I_{mk}/S_{il}$  тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ при времени его протекания (отключения)  $t_{kC}=5$  мс в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА ( $f=400$  Гц;  $T_a=3$  мс) для неизолированных проводов с медными и алюминиевыми жилами составляют примерно  $2,48$  кА/мм<sup>2</sup> и  $1,40$  кА/мм<sup>2</sup> соответственно, для кабелей с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками), ПВХ и Р изоляцией –  $1,85$  ( $1,18$ ) кА/мм<sup>2</sup>, а для кабелей с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) и ПЭТ изоляцией –  $1,53$  ( $0,99$ ) кА/мм<sup>2</sup>. Причем, указанные численные значения предельно допустимых амплитуд плотности  $\delta_{ilm}$  тока КЗ в рассматриваемых проводниковых материалах токонесущих частей проводов (кабелей) бортовой сети ЛА не зависят от уровня амплитуды  $I_{mk}$  установившегося аварийного тока частотой  $f=400$  Гц в них.

Приведенные выше численные данные для  $\delta_{ilm}$  в КПП бортовой сети ЛА ( $f=400$  Гц) по сравнению с аналогичными численными значениями из [1] предельно допустимых амплитуд плотности  $\delta_{ilm}$  тока  $i_k(t)$  при КЗ, характерных для указанного случая ( $J_{ill} \neq 0$ ;  $t_{kC}=100$  мс;  $I_{mk}=30$  кА;  $T_a=20$  мс) и рассматриваемой КПП силовых цепей электрооборудования общепромышленного назначения ( $f=50$  Гц), оказываются примерно в 3,9 раза большими. Для оценки влияния длительности  $t_{kC}$  протекания КЗ в бортовой силовой цепи ЛА на выбор значений предельно допустимых сечений  $S_{il}$  исследуемых проводов и кабелей в табл. 5 приведены данные, соответствующие случаю  $t_{kC}=100$  мс.

Таблица 5

Значения предельно допустимых сечений  $S_{il}$  для проводов (кабелей) с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА с амплитудой  $I_{mk}$  тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ от 3 до 30 кА ( $f=400$  Гц;  $J_{il} \neq 0$ ;  $t_{kC}=100$  мс;  $T_a=3$  мс)

Вид изоляции в проводе (кабеле) цепи электрооборудования ЛА	Материал жилы (оболочки) провода (кабеля)	Значение сечения $S_{il}$ , мм <sup>2</sup>			
		Амплитуда $I_{mk}$ установившегося тока КЗ, кА			
		3	5	10	30
Без изоляции	Медь	4,36	7,27	14,54	43,62
	Алюминий	7,73	12,89	25,77	77,32
ПВХ, Р	Медь	5,86	9,78	19,55	58,66
	Алюминий	9,19	15,32	30,65	91,95
ПЭТ	Медь	7,09	11,81	23,62	70,88
	Алюминий	10,97	18,29	36,58	109,75

Отметим, что количественные результаты для сечений  $S_{il}$  токонесущих частей КПП бортовой сети ЛА ( $f=400$  Гц), представленные в табл. 5, были получены по (1) с учетом данных табл. 2 и 3 для режима, когда в бортовых цепях электрооборудования ЛА с активно-индуктивной нагрузкой выполняется равенство  $T_a=3$  мс, а в качестве бортовых устройств защиты на ЛА от КЗ используются автоматы защиты типа АЗДЗ-200 ( $t_a=100$  мс) [13, 14]. Из данных табл. 5 вытекает, что при  $t_{kC}=100$  мс вне зависимости от численного значения токовой амплитуды  $I_{mk}$  предельно допустимые амплитуды плотности  $\delta_{ilm} \approx I_{mk}/S_{il}$  аварийного тока  $i_k(t)$  при КЗ для неизолированных проводов с медными и алюминиевыми жилами в бортовых цепях электрооборудования ЛА ( $T_a=3$  мс) составляют около 0,69 кА/мм<sup>2</sup> и 0,39 кА/мм<sup>2</sup> соответственно, для кабелей с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками), ПВХ и Р изоляцией – 0,51 (0,33) кА/мм<sup>2</sup>, а для кабелей с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) и ПЭТ изоляцией – 0,42 (0,27) кА/мм<sup>2</sup>. Полученные результаты как для  $S_{il}$ , так и  $\delta_{ilm}$  ( $f=400$  Гц;  $t_{kC}=100$  мс) от соответствующих количественных данных для  $S_{il}$  и  $\delta_{ilm}$  ( $f=50$  Гц;  $t_{kC}=100$  мс) из [1] отличаются (из-за различных значений параметра  $T_a$ , который в первом случае численно составлял 3 мс, а во втором – 20 мс) практически не более, чем на 8 %. Отсюда можно заключить, что на выбор в бортовой сети ЛА предельно допустимых сечений  $S_{il}$  ее КПП и соответственно предельно допустимых амплитуд плотности  $\delta_{ilm}$  тока в токоведущих медных (алюминиевых) частях ее проводов и кабелей определяющее влияние оказывает не частота  $f$  переменного тока в бортовой сети ЛА, а длительность  $t_{kC}$  протекания в рассматриваемой электрической сети аварийного тока  $i_k(t)$  КЗ.

Учитывая вышеизложенное, для уменьшения в бортовых цепях электрооборудования ЛА предельно допустимых поперечных сечений  $S_{il}$  применяемых в них электрических проводов (кабелей) и соответственно обеспечения снижения для ЛА массогабаритных показателей их бортовой КПП необходимо в бортовых сетях ЛА наряду с использованием повышенной частоты  $f$  переменного тока (например,  $f=400$  Гц) применять быстродействующие автоматы защиты от КЗ, имеющие времена срабатывания  $t_a < 100$  мс.

**2.4. Расчетная оценка термической стойкости проводов и кабелей в бортовой сети ЛА.** Предлагаемый подход к расчетному выбору предельно допустимых поперечных сечений  $S_{il}$  рассматриваемых проводов (кабелей) в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА ( $f=400$  Гц) позволяет осуществить и расчетную оценку их термической стойкости. При этом, как и в [1, 8], термическую стойкость исследуемой КПП в бортовой сети ЛА предлагается определять по следующему теплофизическому условию:

$$\theta_{iS} \leq \theta_{iS}, \quad (7)$$

где  $\theta_{iS}$ ,  $\theta_{iS}$  – соответственно текущая (конечная) и предельно допустимая кратковременная температуры нагрева токонесущих частей рассматриваемых электрических проводов и кабелей в бортовых цепях ЛА.

Для нахождения в (7) значений текущей или конечной температуры  $\theta_{iS}$  нагрева материала токонесущих частей КПП, определяемой джоулевым теплом от действия на него тока  $i_k(t)$  КЗ, первоначально используем известную нелинейную зависимость удельной электропроводности  $\gamma_i$  материала жилы (оболочки) провода и кабеля от величины температуры  $\theta_{iS}$  [1, 9]:

$$\gamma_i = \gamma_{0i} [1 + c_{0i} \beta_{0i} (\theta_{iS} - \theta_0)]^{-1}. \quad (8)$$

Важно отметить, что соотношение (8) в интервале температур от 20 °С до температуры плавления материалов жил (оболочек) КПП согласно экспериментальным данным из [9] аппроксимирует температурную зависимость величины  $\gamma_i$  для меди и алюминия с погрешностью не более 5 %. Заметим, что в (8) под величиной  $\gamma_{0i}$  понимается удельная электропроводность  $\gamma_i$  проводникового материала токонесущих частей КПП при температуре  $\theta_0=20$  °С. Тогда учитывая (8), решение неоднородного дифференциального уравнения первого порядка для конечной температуры  $\theta_{iS}$  джоулевого нагрева током  $i_k(t)$  однофазного КЗ материала жилы (оболочки) КПП в бортовой силовой цепи электрооборудования ЛА при начальном условии вида  $[\theta_{iS}(t=0) - \theta_{0i}] = 0$  может быть записано в следующем приближенном аналитическом виде [1, 12]:

$$\theta_{iS} = \theta_{0i} + (c_{0i} \beta_{0i})^{-1} [\exp(J_{ak} \gamma_{0i}^{-1} \beta_{0i} / S_{il}^2) - 1], \quad (9)$$

где  $\theta_{0i}$  – первоначальная температура материала токонесущих частей КПП, составляющая в зависимости от режима работы бортовых цепей электрооборудования величину  $\theta_{iI}$  ( $J_{iI} \neq 0$ ) или величину  $\theta_0=20$  °С ( $J_{iI}=0$ ).

Из (9) видно, что при принятых допущениях, известных численных значениях теплофизических характеристик  $\gamma_{0i}$ ,  $c_{0i}$  и  $\beta_{0i}$  для рассматриваемых проводниковых материалов токонесущих частей КПП в бортовой сети ЛА (см. данные табл. 1), а также для найденных по (1) и (6) численных значений предельно допустимых поперечных сечений  $S_{il}$  медных (алюминиевых) жил (оболочек) проводов (кабелей) и интеграла действия  $J_{ak}$  тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ определение искомой величины конечной температуры  $\theta_{iS}$  и ее сравнение по условию (7) с известной согласно [8] допустимой кратковременной температурой  $\theta_{iS}$  не вызывает ни каких электротехнических затруднений.

В качестве примера по расчетной оценке согласно условию (7) термической стойкости КПП бортовой сети ЛА ( $f=400$  Гц;  $J_{iI} \neq 0$ ;  $\theta_{0i} = \theta_{iI} = 65$  °С) рассмотрим

случай, когда для ее авиационного экранированного провода марки БПВЛЭ с ПВХ изоляцией и медной расщепленной жилой [7, 15] в аварийном режиме однофазного КЗ выполняются следующие исходные данные:  $I_{mk}=5$  кА;  $t_{kc}=5$  мс;  $T_a=3$  мс. Согласно данным табл. 4 для указанных исходных параметров предельно допустимое поперечное сечение  $S_{il}$  рассматриваемого провода численно составляет примерно  $2,71$  мм<sup>2</sup>. В этом случае величина интеграла действия  $J_{ak}$  тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА по (6) будет численно составлять около  $9,86 \cdot 10^4$  А<sup>2</sup>·с (см. табл. 3). Тогда по (9) с учетом данных табл. 1 конечная температура  $\theta_{is}$  джоулева нагрева аварийным током  $i_k(t)$  КЗ вида (4) рассматриваемого медного провода, установленного в бортовой сети ЛА, окажется численно равной около  $133,8$  °С. Видно, что полученное расчетное значение конечной температуры  $\theta_{is}=133,8$  °С меньше предельно допустимой кратковременной температуры  $\theta_{is}$  нагрева проверяемого на термическую стойкость авиационного медного провода марки БПВЛЭ с ПВХ изоляцией, составляющей  $150$  °С [8]. Поэтому можно заключить, что условие (7) для этого расчетного случая применительно к бортовой сети ЛА выполняется.

В этой связи можно говорить о том, что выполненная по (7) расчетная оценка термической стойкости авиационного провода марки БПВЛЭ с медной жилой и ПВХ изоляцией силовых цепей электрооборудования ЛА с переменным током частотой  $f=400$  Гц указывает на работоспособность предложенного электротехнического подхода к расчетному выбору предельно допустимых сечений  $S_{il}$  токонесущих частей КПП, применяемой в бортовых сетях различных ЛА.

**3. Влияние частоты тока в бортовой сети ЛА на время срабатывания устройства ее защиты от КЗ.** Этот малоизученный на сегодня в области прикладной электротехники вопрос рассмотрим на примере возможного применения в бортовой сети ЛА защитного устройства (предохранителя) от КЗ, использующего не расплавляющуюся из-за джоулева нагрева током КЗ металлическую плоскую пластину (как в обычном плавком электрическом предохранителе [11, 16]), а электрически взрывающуюся металлическую круглую проволоку [9, 12]. Известно, что время срабатывания  $t_a$  обычных плавких электрических предохранителей (например, одних из лучших в мире серии Ultra Quick на амплитуды тока промышленной частоты  $f=50$  Гц до  $1,4$  кА [17]) составляет не менее  $10$  мс. Уменьшить эти значения времени  $t_a$  срабатывания устройства защиты до единиц миллисекунд или долей единицы миллисекунды возможно за счет применения в исследуемой бортовой сети ЛА быстродействующих предохранителей (БП), использующих явление ЭВ металлической проволоки под действием аварийного тока КЗ частотой  $f=400$  Гц с амплитудой  $I_{mk}$  в единицы (десятки) килоампер [9, 18].

Воспользуемся известным аналитическим соотношением, определяющим время ЭВ  $t_e$  в атмосферном воздухе (время срабатывания  $t_a$  БП) круглой металлической проволоки сечением  $S_i$  при протекании через нее аварийного тока  $i_k(t)$  КЗ в бортовой сети ЛА [18]:

$$t_e = 1,333 \cdot \left[ J_c S_i^2 / (2\pi^2 f^2 k_s^2 I_{mk}^2) \right]^{1/3}, \quad (10)$$

где  $J_c$  – критическое значение интеграла тока для проводящего материала электрически взрывающейся металлической проволоки (для меди –  $J_c=1,95 \cdot 10^{17}$  А<sup>2</sup>·с·м<sup>-4</sup> [9]; для алюминия –  $J_c=1,09 \cdot 10^{17}$  А<sup>2</sup>·с·м<sup>-4</sup> [9]).

Из (10) при  $f=400$  Гц,  $k_s=1,66$  ( $T_a=3$  мс) и  $I_{mk}=30$  кА для круглой медной проволоки ( $J_c=1,95 \cdot 10^{17}$  А<sup>2</sup>·с·м<sup>-4</sup>) радиусом  $r_i=1$  мм ( $S_i=3,141$  мм<sup>2</sup>) величина времени срабатывания  $t_a$  рассматриваемого БП (времени воздушного ЭВ  $t_e$  этой проволоки) от воздействия на него (этот тип предохранителя) переменного тока  $i_k(t)$  КЗ в бортовой сети ЛА составляет примерно  $0,84$  мс. Как видим, ЭВ указанной проволоки, составляющей основу рассматриваемого БП, происходит на фронте первой полуволны аварийного тока  $i_k(t)$  (максимум этой полуволны при  $f=400$  Гц соответствует времени  $t_m=1,25$  мс), протекающего при однофазном КЗ в исследуемой бортовой сети ЛА. Отметим, что для  $I_{mk}=20$  кА при прежних указанных выше исходных данных время срабатывания  $t_a$  БП (время ЭВ  $t_e$  принятой круглой медной проволоки сечением  $S_i=3,141$  мм<sup>2</sup>) оказывается равным около  $1,09$  мс. Из (10) следует, что время ЭВ  $t_e$  металлической проволоки в бортовой сети ЛА с переменным током частотой  $f$  обратно пропорционально величине  $(f)^{2/3}$ . Чем выше частота  $f$  переменного тока в бортовой сети ЛА, тем будет меньше время срабатывания  $t_a$  указанного БП. Переход в бортовой сети ЛА с частоты  $f=50$  Гц переменного тока на его частоту  $f=400$  Гц приводит к уменьшению времени срабатывания  $t_a$  БП, использующего ЭВ металлической проволоки, в четыре раза.

Учитывая выявленную особенность влияния величины частоты  $f$  на время срабатывания  $t_a$  рассматриваемого БП, применение повышенной частоты переменного тока (например,  $f=400$  Гц) в бортовой сети ЛА с позиции возможности повышения быстродействия устройства ее защиты от КЗ, работа которого основывается на явлении ЭВ металлической проволоки, является технически оправданным предложением.

#### Выводы.

1. Предложенный инженерный электротехнический подход позволяет по условию термической стойкости КПП бортовых силовых цепей электрооборудования ЛА с переменным током повышенной частоты  $f=400$  Гц осуществлять расчетный выбор предельно допустимых поперечных сечений  $S_{il}$  неизолированных проводов, изолированных проводов и кабелей с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) с ПВХ, Р и ПЭТ изоляцией, токонесущие части которых в аварийном режиме их работы могут испытывать воздействие тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в бортовой сети ЛА с прогнозируемыми и подтвержденными многолетним опытом эксплуатации различных ЛА амплитудно-временными параметрами.

2. Установлено, что в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА ( $f=400$  Гц;  $T_a=3$  мс) предельно допустимые амплитуды плотности  $\delta_{lim} \approx I_{mk}/S_{il}$  тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ при времени его отключения  $t_{kc}=5$  мс в бортовой электрической сети ЛА вне зависимости от численного значения амплитуды  $I_{mk}$  установившегося тока КЗ для неизолированных проводов с медными (алюминиевыми) жилами составляют соответственно около  $2,48$  ( $1,40$ ) кА/мм<sup>2</sup>, для про-

водов и кабелей с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) и ПВХ (Р) изоляцией – 1,85 (1,18) кА/мм<sup>2</sup>, а для проводов и кабелей с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) и ПЭТ изоляцией – 1,53 (0,99) кА/мм<sup>2</sup>. При увеличении в бортовой электрической сети ЛА времени отключения  $t_{кС}$  тока  $i_k(t)$  однофазного КЗ в указанных силовых цепях ЛА ( $T_a=3$  мс) предельно допустимые амплитуды плотности  $\delta_{ilm}$  аварийного тока КЗ уменьшаются и при  $t_{кС}=100$  мс для неизолированных проводов с медными (алюминиевыми) жилами составляют соответственно примерно 0,69 (0,39) кА/мм<sup>2</sup>, для проводов и кабелей с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) и ПВХ (Р) изоляцией – 0,51 (0,33) кА/мм<sup>2</sup>, а для проводов и кабелей с медными (алюминиевыми) жилами (оболочками) и ПЭТ изоляцией – 0,42 (0,27) кА/мм<sup>2</sup>.

3. Определяющее влияние на выбор в бортовой сети ЛА предельно допустимых сечений  $S_{il}$  ее КПП и соответственно предельно допустимых амплитуд плотности  $\delta_{ilm}$  тока в токоведущих медных (алюминиевых) частях ее проводов и кабелей оказывает не частота  $f$  переменного тока в бортовой сети ЛА, а длительность  $t_{кС}$  протекания (время отключения) в бортовой электрической сети аварийного тока  $i_k(t)$  КЗ.

4. Для уменьшения в бортовых силовых цепях электрооборудования ЛА предельно допустимых сечений  $S_{il}$  применяемых в них не- и изолированных электрических проводов (кабелей) и соответственно обеспечения снижения для различных ЛА массогабаритных показателей их бортовой КПП необходимо в бортовых сетях ЛА наряду с использованием повышенной частоты  $f=400$  Гц переменного тока применять быстродействующие устройства (автоматы) защиты от КЗ с временем их срабатывания  $t_{а} \ll 100$  мс.

5. Показано, что применение повышенной частоты  $f=400$  Гц переменного тока в бортовых сетях ЛА по сравнению с его частотой  $f=50$  Гц приводит к значительному повышению (в четыре раза) быстродействия устройств (предохранителей) их защиты от КЗ, работа которых базируется на воздушном ЭВ круглой металлической (в частности, медной) проволоки.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баранов М.И. Уточненный выбор допустимых сечений электрических проводов и кабелей в силовых цепях промышленного электрооборудования с учетом аварийных режимов работы. – 2019.– № 3. – С. 37-43. doi: 10.20998/2074-272X.2019.3.06.
2. Баранов М.И. Выбор критических сечений электрических проводов и кабелей в силовых цепях электрооборудования промышленной электроэнергетики // Электротехника і електромеханіка. – 2019.– № 5.– С. 35-39. doi: 10.20998/2074-272X.2019.5.06.
3. Справочник по проектированию электрических сетей и оборудования / Под ред. Ю.Г. Барыбина и др. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 464 с.
4. Князевский Б.А., Липкин Б.Ю. Электроснабжение промышленных предприятий. – М.: Высшая школа, 1972. – 432 с.
5. <https://docplayer.ru/27377176-Lekciya-2-1-razdel-2-bortovaya-elektricheskaya-set-vozdushnogo-sudna-tema-2-1-elektricheskaya-provodka.html>.
6. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Бортовая\\_система\\_электроснабжения\\_летательных\\_аппаратов](https://ru.wikipedia.org/wiki/Бортовая_система_электроснабжения_летательных_аппаратов).

7. Белоруссов Н.И., Саакян А.Е., Яковлева А.И. Электрические кабели, провода и шнуры. Справочник. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 536 с.
8. Электротехнический справочник. Производство и распределение электрической энергии. Том 3, Кн. 1 / Под общей ред. И.Н. Орлова и др. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 880 с.
9. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. – М.: Мир, 1972. – 391 с.
10. Баранов М.И. Антология выдающихся достижений в науке и технике. Часть 48: Авиаконструктор Андрей Туполев и его свершения в самолетостроении // Электротехника і електромеханіка. – 2019. – №2. – С. 3-8. doi: 10.20998/2074-272X.2019.2.01.
11. Системы электроснабжения летательных аппаратов (Учебник) / Под ред. С.П. Халютин. – М.: ВВИА имени Н.Е. Жуковского, 2010. – 428 с.
12. Баранов М.И. Избранные вопросы электрофизики. Монография в 3-х томах. Том 3: Теория и практика электрофизических задач. – Х.: Точка, 2014. – 400 с.
13. Отраслевой стандарт ОСТ 1 00195-76. Аппараты защиты бортовых электрических сетей самолетов и вертолетов. Методика выбора и проверки правильности установки в системах электроснабжения. – М.: Госстандарт СССР, 1976. – 167 с.
14. <https://files.stroyinf.ru/Index2/1/4293834/4293834330.htm>.
15. Власов Г.Д. Проектирование систем электроснабжения летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1967. – 415 с.
16. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Электрический\\_предохранитель](https://ru.wikipedia.org/wiki/Электрический_предохранитель).
17. <https://www.compel.ru/lib/na/2014/3/2-klassika-navsegda-sovremennyye-plavkie-predohraniteli-i-derzhatelyi-razediniteli>.
18. Баранов М.И., Лысенко В.О. Основные характеристики электрического взрыва металлического проводника при больших импульсных токах // Электричество. – 2013. – №4. – С. 24-30.

#### REFERENCES

1. Baranov M.I. Refined selection of allowable cross-sections of electrical conductors and cables in the power circuits of industrial electrical equipment taking into account emergency operating modes. *Electrical engineering & electromechanics*, 2019, no. 3, pp. 37-43. doi: 10.20998/2074-272X.2019.3.06.
2. Baranov M.I. A choice of critical sections of electric wires and cables in power circuits of electrical equipment of power industry. *Electrical engineering & electromechanics*, 2019, no. 5, pp. 35-39. doi: 10.20998/2074-272X.2019.5.06.
3. Barybin Yu.G. *Spravochnik po proektirovaniyu elektricheskikh setey i oborudovaniya* [Handbook per planning electrical circuit and equipment]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1991. 464 p. (Rus).
4. Knyazevskiy B.A., Lipkin B.Yu. *Elekrosnabzhenie promyshlennyykh predpriyatij* [Electric supply industrial organization]. Moscow, High school Publ., 1972. 432 p. (Rus).
5. Available at: <https://docplayer.ru/27377176-Lekciya-2-1-razdel-2-bortovaya-elektricheskaya-set-vozdushnogo-sudna-tema-2-1-elektricheskaya-provodka.html> (accessed 23 May 2019). (Rus).
6. Available at: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Бортовая\\_система\\_электроснабжения\\_летательных\\_аппаратов](https://ru.wikipedia.org/wiki/Бортовая_система_электроснабжения_летательных_аппаратов) (accessed 11 May 2019). (Rus).
7. Belorussov N.I., Saakjan A.E., Jakovleva A.I. *Elektricheskie kabeli, provoda i shnury. Spravochnik* [Electrical cables, wires and cords. Directory]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1988. 536 p. (Rus).
8. Orlov I.N. *Elektrotehnicheskij spravochnik. Proizvodstvo i raspredelenie elektricheskoy energii. Tom 3, Kn. 1* [Electrical engineering handbook. Production and distribution of electric energy. Vol. 3, Book 1. Ed. I.N. Orlov]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1988. 880 p. (Rus).

9. Knopf'el' G. *Sverkhshil'nye impul'snye magnitnye polia* [Ultra strong pulsed magnetic fields]. Moscow, Mir Publ., 1972. 391 p. (Rus).
10. Baranov M.I. An anthology of the distinguished achievements in science and technique. Part 48: Aircraft designer Andrey Tupolev and his accomplishments in airplane design. *Electrical engineering & electromechanics*, 2019, no.2, pp. 3-8. doi: 10.20998/2074-272X.2019.2.01.
11. Khalyutin S.P. *Sistemy elektrosnabzheniya letatel'nykh apparatov* [Systems of electric supply of aircrafts]. Moscow, AFEA to the name of N.E. Zhukovskogo Publ., 2010. 428 p. (Rus).
12. Baranov M.I. *Izbrannyye voprosy elektrofiziki. Monografiya v 3kh tomakh. Tom 3: Teoriya i praktika elektrofizicheskikh zadach* [Selected topics of Electrophysics. Monograph in 3 Vols. Vol. 3. Theory and practice of electrophysics tasks]. Kharkiv, Tochka Publ., 2014. 400 p. (Rus).
13. *Otraslevoy standart OST 1 00195-76. Apparaty zashchity bortovykh elektricheskikh setey samoletov i vertoletov. Metodika vybora i proverki pravil'nosti ustanovki v sistemah elektrosnabzheniya* [Industry standard OST 1 00195-76. Vehicles of protection of side electric networks of airplanes and helicopters. Is there a method of choice and verification of rightness of setting in the systems of electric supply]. Moscow, National Standard of the USSR Publ., 1976. 167 p. (Rus).
14. Available at: <https://files.stroyinf.ru/Index2/1/4293834/4293834330.htm> (accessed 10 June 2019). (Rus).
15. Vlasov G.D. *Proektirovanie sistem elektrosnabzheniya letatel'nykh apparatov* [Planning of the systems of electric supply of aircrafts]. Moscow, Engineer Publ., 1967. 415 p. (Rus).
16. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Fuse\\_\(electrical\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Fuse_(electrical)) (accessed 10 June 2019).
17. Available at: <https://www.compel.ru/lib/na/2014/3/2-klklassika-navsegda-sovremennyye-plavkie-predohraniteli-i-derzhateli-razediniteli> (accessed 20 July 2019). (Rus).
18. Baranov M.I., Lysenko V.O. The main characteristics of an electric explosion of a metallic conductor at high impulse currents. *Electricity*, 2013, no.4, pp.24-30. (Rus).

Поступила (received) 29.05.2019

Баранов Михаил Иванович, д.т.н., з.л.н.с.,  
НИПКИ «Молния»  
Национальный технический университет  
«Харьковский политехнический институт»,  
61013, Харьков, ул. Шевченко, 47,  
тел/phone +380 57 7076841,  
e-mail: baranovmi@kpi.kharkov.ua

M.I. Baranov

Scientific-&-Research Planning-&-Design Institute «Molniya»,  
National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
47, Shevchenko Str., Kharkiv, 61013, Ukraine.

**A choice of acceptable sections of electric wires and cables in on-board circuits of aircraft electrical equipment.**

**Purpose.** Implementation of choice of maximum permissible sections  $S_{ii}$  of the uninsulated wires and insulated wires (cables) with copper (aluminum) cores (shells) in the on-board power circuits of electrical equipment of different aircrafts with AC

current of frequency  $f > 50$  Hz. **Methodology.** Theoretical bases of the electrical engineering, electrophysics bases of technique of high voltage and high pulsed currents, applied thermal physics. **Results.** The engineering approach is developed for a calculation choice on the condition of thermal resistibility of aircraft cable-conductor products (CCP) of maximum permissible sections  $S_{ii}$  of the uninsulated wires, insulated wires and cables with copper (aluminum) cores (shells), polyvinyl chloride (PVC), rubber (R) and polyethylene (PET) insulation, on which in malfunction of operation of on-board aircraft network with AC frequency of  $f > 50$  Hz flows of  $i_k(t)$  current at single phase short circuit (SC) with given amplitude-temporal parameters. It is determined that in the on-board power circuits of electrical equipment of aircrafts ( $f=400$  Hz; for permanent time of slump of  $T_a=3$  ms of aperiodic constituent of current of SC) maximum permissible amplitudes of current density of  $\delta_{ilm} \approx I_{mk}/S_{ii}$  of single phase SC at time of its disconnecting  $t_{kc}=5$  ms in the on-board network of aircraft without dependence on the numerical value of amplitude  $I_{mk}$  of the given current of SC for the uninsulated wires with copper (aluminum) cores is accordingly about 2.48 (1.40) kA/mm<sup>2</sup>, for wires (cables) with copper (aluminum) cores (shells) and PVC (R) with insulation – 1.85 (1.18) kA/mm<sup>2</sup>, and for wires (cables) with copper (aluminum) cores (shells) and PET insulation – 1.53 (0.99) kA/mm<sup>2</sup>. The influence on a choice in the on-board network of aircrafts of maximum permissible sections  $S_{ii}$  of its CCP and accordingly maximum permissible amplitudes of current density  $\delta_{ilm}$  of current copper (aluminum) parts of its wires and cables of frequency  $f$  of AC in the on-board network of aircraft is determined, but duration of flow  $t_{kc}$  (time of disconnecting) renders in the on-board network of aircrafts of emergency current of SC  $i_k(t)$ . For diminishing in the on-board power circuits of electrical equipment of aircrafts of maximum permissible sections  $S_{ii}$  of the electric wires (cables) applied in them and accordingly providing of decline for different aircrafts of mass and overall indicators of their on-board CCP is needed in the on-board networks of aircrafts along with the use of enhance frequency of  $f=400$  Hz of AC to apply the fast-acting devices of their protecting from SC in course of time wearing-outs of  $t_a \ll 100$  ms. It is shown that application of enhance frequency of  $f=400$  Hz of AC in the on-board networks of aircrafts as compared to its frequency of  $f=50$  Hz results in the considerable increase (in four times) of fast-acting of devices of their protection from SC, operation of which is based on the air electric explosion of metallic wire. **Originality.** First for the on-board network of aircrafts with AC of frequency of  $f=400$  Hz the maximum permissible sections  $S_{ii}$  and amplitudes of current density  $\delta_{ilm}$  of SC are determined for the uninsulated wires and insulated wires (cables) with copper (aluminum) cores (shells), PVC, R and PET insulation. **Practical value.** The obtained results will be used in the increase of thermal resistibility of CCP with copper (aluminum) cores (shells), PVC, R and PET insulation applied in the on-board electric networks of different aircrafts. References 18, tables 5.

**Key words:** aircraft, on-board power circuits of electrical equipment, electric wires and cables, frequency of alternating current, selection of maximum permissible cross-sections of cable products.



А.В. Беспрозванных, И.А. Костюков

## ПОГРЕШНОСТЬ КОНТРОЛЯ ЭЛЕКТРОИЗОЛЯЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ПАРАМЕТРАМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ АБСОРБЦИИ В СООТВЕТСТВИИ С КОНЦЕПЦИЕЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

*Представлено методологію оцінки похибки вимірювань параметрів діелектричної абсорбції електроізоляційних конструкцій в рамках концепції невизначеності вимірювань. Наведено статистичний аналіз результатів багаторазових вимірювань ємності і тангенса кута діелектричних втрат скручених пари неекранованого кабелю категорії 5е. Отримано рівняння лінійної регресії для вимірних значень параметрів діелектричної абсорбції від числа вимірів. Виконано оцінювання похибки вимірювань ємності і тангенса кута діелектричних втрат неекранованого кабелю. Бібл. 16, рис. 3.*

*Ключові слова:* параметри діелектричної абсорбції, ємність, тангенс кута діелектричних втрат, багаторазові вимірювання, похибка вимірювань, стандартна невизначеність, розширена невизначеність, скручена пара, цифровий вимірювач імітансу.

*Представлена методология оценки погрешности измерений параметров диэлектрической абсорбции электроизоляционных конструкций в рамках концепции неопределенности измерений. Приведен статистический анализ результатов многократных измерений емкости и тангенса угла диэлектрических потерь витой пары неэкранированного кабеля категории 5е. Получены уравнения линейной регрессии для измеренных значений параметров диэлектрической абсорбции от числа измерений. Выполнено оценивание погрешности измерений емкости и тангенса угла диэлектрических потерь неэкранированного кабеля. Библ. 16, рис. 3.*

*Ключевые слова:* параметры диэлектрической абсорбции, емкость, тангенс угла диэлектрических потерь, многократные измерения, погрешность измерений, стандартная неопределенность, расширенная неопределенность, витая пара, цифровой измеритель импеданса.

**Введение.** Измерения на переменном токе параметров диэлектрической абсорбции – емкости  $C$  и тангенса угла диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta$  позволяют оценить качество изоляции кабелей, электрических машин, трансформаторов и т.д., как на технологической стадии изготовления, так и в эксплуатации [1-4].

При представлении результатов измерения параметров диэлектрической абсорбции должна быть представлена некоторая количественная характеристика качества полученного результата измерения для возможности: оценки его достоверности; сопоставления со значениями, указанными в технической документации, стандартах; сравнения с результатами, полученными другими авторами.

Увеличение достоверности результата измерения параметров обеспечивается уменьшением погрешности измерений за счет улучшения измерительных приборов и методов измерений и увеличением числа самих измерений [5-9].

**Постановка проблемы.** При проведении многократных измерений порядок оценки погрешностей измерения определен в [10-12]. Обработка результатов наблюдений включает следующие процедуры:

1. Исключение известных систематических погрешностей из результатов наблюдений.
2. Вычисление среднего арифметического значения результатов наблюдений, принимаемого за результат измерения.
3. Вычисление среднего квадратического отклонения результата наблюдений.
4. Выявление и исключение результатов, содержащих промахи.
5. Вычисление среднего квадратического отклонения результатов измерения.
6. Проверка гипотезы о принадлежности результатов измерений нормальному закону распределения

(при числе измерений  $n < 10$  проверка гипотезы не проводится).

7. Вычисление случайной составляющей погрешности результата измерения с учетом коэффициента Стьюдента в зависимости от принятой доверительной вероятности  $P$  и числа результатов наблюдений ( $P = 0,95$  при проведении технических измерений).

8. Вычисление неисключенной систематической погрешности результата измерения (пределы допускаемых основных и дополнительных погрешностей средств измерений, а также методические погрешности и погрешности, вызванные другими источниками) [10-12].

По своему определению погрешность результата измерения представляет отклонение результата измерения от *истинного (действительного)* значения измеряемой величины, которое на практике при измерении неизвестно [10-12].

В концепции неопределенности измерений не используются понятия истинного и действительного значений измеряемой величины. Результат считается реальностью, поскольку значение истинного измерения – неизвестно [11-13].

Концепция неопределенности является единственной признанной на международном уровне мерой оценки погрешности. Неопределенность измерений рассматривается как неполное знание значения измеряемой величины. Для количественного выражения этой неполноты вводится распределение вероятностей возможных значений измеряемой величины. Параметр этого распределения, называемый неопределенность, количественно характеризует погрешность результата измерений [13].

Неопределенность может быть выражена средним квадратическим отклонением (стандартная неопределенность) или интервалом (расширенная неопределенность) и рассчитана по методу А (на основании

ряда экспериментальных данных) или по методу В (на основании дополнительной информации) [13].

Неопределенность является количественной мерой того, насколько надежной оценкой измеряемой величины является полученный результат. Неопределенность не означает сомнения в результате, а, наоборот, неопределенность предполагает увеличение степени достоверности результата.

Оценивание результата измерения и его неопределенности проводится в следующей последовательности: составление уравнения измерений; оценка входных величин и их стандартных отклонений (неопределенностей); оценка измеряемой (выходной) величины и ее неопределенности; составление бюджета неопределенности; оценка расширенной неопределенности результата измерений; представление результата измерений [13].

Расширенная неопределенность трактуется как интервал, содержащий заданную долю распределения значений, которые могли быть обоснованно приписаны измеряемой величине. Расширенная неопределенность в концепции неопределенности не играет той роли, которая отводится в концепции погрешности. Считается, что основным результатом оценки является суммарная неопределенность  $u_C$ , а расширенная неопределенность отличается от нее на постоянный коэффициент, который необходим в ряде специальных случаев для показа надежности оценки. Этот коэффициент может принимать значения от 2 до 3 при уровне доверия от 0,95 до 0,99.

**Целью статьи** является оценка погрешности контроля электроизоляционных конструкций по параметрам диэлектрической абсорбции в соответствии с концепцией неопределенности измерений.

**Методология оценки погрешности измерений емкости и тангенса угла диэлектрических потерь.** Обследования электроизоляционных конструкций в стационарных лабораторных условиях допускают повторные наблюдения измеряемых параметров диэлектрической абсорбции. Результаты повторных измерений параметров даже в стационарных условиях отличаются один от другого, т.к. сказывается влияние множества случайных помех.

Стандартными способами уменьшения влияния случайных помех является вычисление среднего и дисперсии  $s$  измеряемых параметров [7-8, 14].

Основное различие в концепциях (неопределенности и погрешности) состоит в том, к какой величине относят дисперсию (среднее квадратическое отклонение): к действительному значению измеряемой величины или к результату измерения.

Исходными данными для оценивания стандартной неопределенности измерений являются результаты многократных измерений ( $N$ ) емкости  $C_i$  и тангенса угла диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta_i$ . На основании полученных результатов рассчитываются средние арифметические  $\bar{C}_i$ ,  $\overline{\text{tg}\delta}_i$ , которые являются оценкой емкости и тангенса угла диэлектрических потерь.

Так, для электрической емкости среднее значение

$$\bar{C}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \quad (1)$$

Стандартная неопределенность, связанная с оценкой  $\bar{C}$ , является экспериментальным стандарт-

ным отклонением среднего значения и равна положительному квадратному корню из экспериментальной дисперсии среднего значения.

Стандартная неопределенность измерений  $u(C_i)$  по методу А

$$u(C_i) = u_A(C_i) = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (C_i - \bar{C}_i)^2} \quad (2)$$

для результата измерения  $C_i = \bar{C}_i$ , вычисленного как среднее арифметическое.

При вычислении стандартной неопределенности в соответствии с (2) используется  $N$  независимых случайных значений вида  $C_i$  и одно значение  $\bar{C}_i$ , зависящее от них. Поэтому число степеней свободы, связанное с (1), равно  $k = N - 1$ .

Сумма квадратов в (2) относится к одной степени свободы, поэтому в знаменателе (2) стоит число  $N - 1$ .

При увеличении количества измерений среднее арифметическое  $\bar{C}_i$  стремится к истинному значению  $\bar{C}_i$  при условии устранения всех систематических погрешностей. При этом разность между погрешностью и  $(C_i - \bar{C}_i)$  будет стремиться к нулю. Тогда и математические закономерности поведения совокупностей погрешности и  $u(C_i)$  будут подобны.

При вычислении среднего выполняется суммирование ряда случайных значений емкости  $C_i$  (тангенса угла диэлектрических потерь) – результатов единичных наблюдений. Каждый из результатов  $C_i$  можно представить как сумму математического ожидания  $\bar{C}$  и случайной аддитивной погрешности  $e$ , распределенной по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием [14]

$$C_i = \bar{C} + e \quad (3)$$

При суммировании  $N$  случайных значений вида (3) происходит увеличение математического ожидания слагаемого  $\bar{C}$  в  $N$  раз, а случайного ( $e$ ) – только в  $\sqrt{N}$  раз. Другими словами,  $\bar{C}$  – усиливается, а случайное  $e$  – уменьшается. В результате среднее в меньшей степени подвержено флуктуациям, чем результат единичного наблюдения  $C_i$ . Дисперсия среднего  $s_C^2$  оказывается в  $N$  раз меньше дисперсии единичного наблюдения  $s^2$  [6, 14]

$$s_C^2 = \frac{s^2}{N} \quad (4)$$

Накопление результатов  $N$  измерений и вычисление среднего приводят к уменьшению ширины доверительного интервала практически в  $\sqrt{N}$  раз

$$\tilde{C} - t(k, p) \frac{s}{\sqrt{N}} \leq \bar{C} \leq \tilde{C} + t(k, p) \frac{s}{\sqrt{N}}, \quad (5)$$

где  $t(k, p)$  – критерий Стьюдента, выбранный с доверительной вероятностью  $P$  (обычно  $P = 0,95$ ) для числа степеней свободы  $k$ .

Так, при  $N = 100$  ширина интервала неопределенности уменьшается в 10 раз. При использовании, например, цифрового измерителя иммитанса E7-14 появляется дополнительная значащая цифра, свидетельствующая об уменьшении погрешности результата измерения [5].

**Статистический анализ результатов многократных измерений параметров диэлектрической абсорбции.** Апробация методологии оценки погрешности измерений емкости и тангенса угла диэлектрических потерь в концепции неопределенности измерений электроизоляционных конструкций выполнена на примере витой неэкранированной пары категории 5е [15, 16]. Длина кабеля 100 м. Измерения емкости и тангенса угла диэлектрических потерь выполнены на частоте 120 Гц в течение 1 часа с помощью цифрового измерителя иммитанса RLC E7-22 при неизменных условиях окружающего воздуха в лабораторных условиях. В режиме реального времени с дискретностью 1 с результаты измерений по стандартному электрическому интерфейсу RS-232 записывались в память компьютера с помощью программного обеспечения. Погрешность измерителя 0,7 %.

На рис. 1 приведена 3D диаграмма временных рядов электрической емкости и тангенса угла диэлектрических потерь витой неэкранированной пары категории 5е.

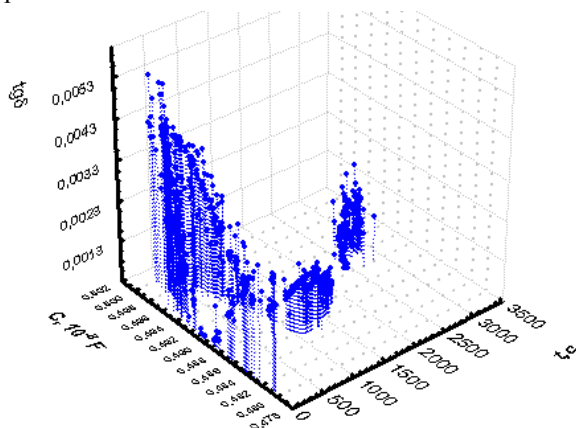


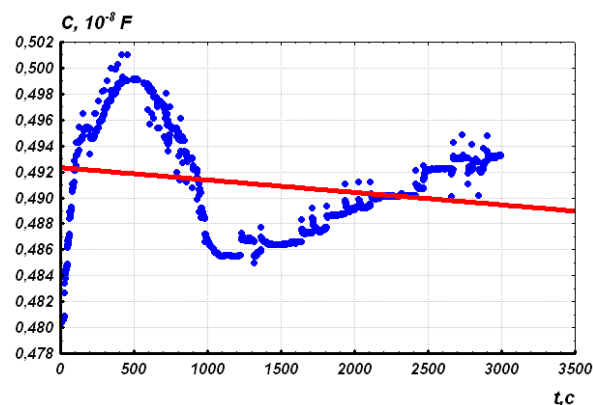
Рис. 1. Временные ряды параметров диэлектрической абсорбции витой неэкранированной пары

Динамика изменения во времени емкости (рис. 2,а) и тангенса угла диэлектрических потерь (рис. 2,б) – практически идентична. Но различие во временных зависимостях и больший разброс значений  $\text{tg}\delta$  обусловлены физической сущностью тангенса угла диэлектрических потерь. Этот параметр отражает не только потери на поляризацию, но и на электропроводность. Прямой линией на рисунках показана линия регрессии значений параметров в зависимости от числа измерений  $N$ . Уравнения линейной регрессии для измеренных значений параметров диэлектрической абсорбции от числа измерений  $N$  имеют вид

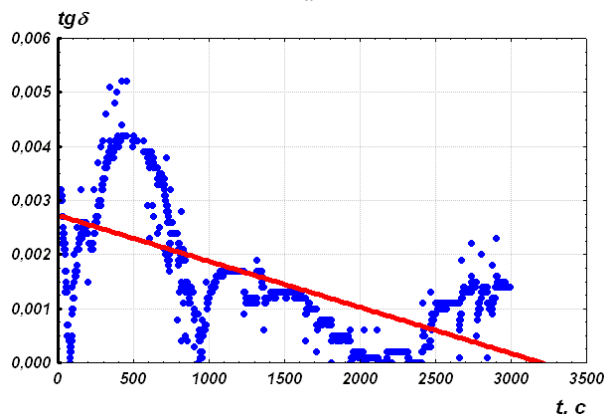
$$C = (0,4923 - 9,5794 \cdot 10^{-7} N) \cdot 10^{-8}, F \quad (6)$$

$$\text{tg}\delta = 0,0027 - 8,5081 \cdot 10^{-7} N. \quad (7)$$

Среднее значение емкости равно  $0,4909 \cdot 10^{-8}$  Ф; среднее квадратическое отклонение  $0,00406 \cdot 10^{-8}$  Ф; максимальное значение  $0,501 \cdot 10^{-8}$  Ф; минимальное  $0,4803 \cdot 10^{-8}$  Ф (рис. 3,а). Среднее значение тангенса угла диэлектрических потерь равно 0,001433; среднее квадратическое отклонение 0,001128; максимальное значение 0,052; минимальное значение равно 0, что может быть связано с недостаточной чувствительностью цифрового измерителя (рис. 3,б).

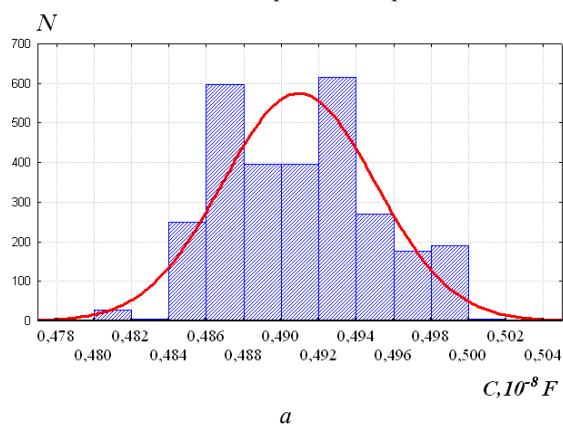


а

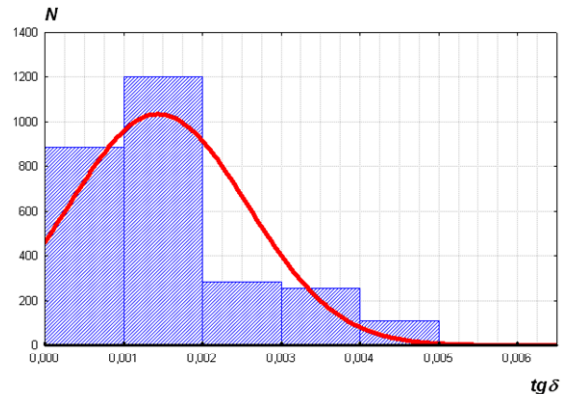


б

Рис. 2. Результаты многократных измерений с дискретностью 1 с электрической емкости и тангенса угла диэлектрических потерь витой пары



а



б

Рис. 3. Гистограмма результатов наблюдений в предположении нормального закона распределения измеренных параметров диэлектрической абсорбции

**Оценка погрешности измерений емкости и тангенса угла диэлектрических потерь.** Вычисленная стандартная неопределенность измерений по типу А, обусловленная источниками неопределенности, имеющими случайный характер, в соответствии с (2), равна  $u(C_i) = 7,5007 \cdot 10^{-13}$  Ф или 0,00153 % – для емкости;  $u(\operatorname{tg}\delta_i) = 2,0771 \cdot 10^{-5}$  или 1,45 % – для тангенса угла диэлектрических потерь.

Стандартная неопределенность измерений по типу Б для источников неопределенности систематического характера, т.е. приборная погрешность, составляет:  $1,9827 \cdot 10^{-11}$  Ф или 0,4 % – для емкости и  $5,7983 \cdot 10^{-6}$  или 0,4 % – для тангенса угла диэлектрических потерь соответственно.

Суммарная стандартная неопределенность:  $1,9841 \cdot 10^{-11}$  Ф или 0,4 % – для емкости и  $2,1565 \cdot 10^{-11}$  или 1,5 % – для тангенса угла диэлектрических потерь соответственно.

Расширенная неопределенность результатов измерений цифровым измерителем иммитанса E7-22 составляет: для емкости 0,8 %; для тангенса угла диэлектрических потерь 3 % соответственно для доверительной вероятности (вероятности охвата)  $P = 0,95$  и коэффициенте охвата  $k = 2$ .

#### Выводы.

Представлена методология оценки погрешности измерений параметров диэлектрической абсорбции электроизоляционных конструкций в рамках концепции неопределенности измерений.

Апробация методологии оценки погрешности контроля электроизоляционных конструкций по емкости и тангенсу угла диэлектрических потерь в концепции неопределенности измерений выполнена на примере витой неэкранированной пары категории 5е.

Проведен статистический анализ результатов многократных измерений емкости и тангенса угла диэлектрических потерь неэкранированного кабеля. Получены уравнения линейной регрессии для измеренных значений параметров диэлектрической абсорбции от числа измерений.

Выполнено оценивание погрешности измерений емкости и тангенса угла диэлектрических потерь неэкранированного кабеля. Стандартная неопределенность измерений по типу А составляет 0,00153 % для емкости и 1,45 % для тангенса угла диэлектрических потерь. Расширенная неопределенность результатов измерений цифровым измерителем иммитанса E7-22 для доверительной вероятности (вероятности охвата)  $P = 0,95$  и коэффициенте охвата  $k = 2$  составляет 0,8 % и 3 % для емкости и тангенса угла диэлектрических потерь соответственно.

Обеспечение единства в методах оценки погрешности результатов измерения, как при использовании традиционного понятия «погрешность результата измерения», так и при внедрении в практику понятия «неопределенность результата измерения», позволит однозначно интерпретировать и корректно сопоставлять между собой результаты измерений емкости и тангенса угла диэлектрических потерь электроизоляционных конструкций.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Liu T., Fothergill J., Dodd S., Nilsson U. Dielectric spectroscopy measurements on very low loss cross-linked polyethyl-

ene power cables // Journal of Physics: Conference Series. – 2009. – vol.183. – p. 012002. doi: 10.1088/1742-6596/183/1/012002.

2. Setayeshmehr A., Fofana I., Eichler C., Akbari A., Borsi H., Gockenbach E. Dielectric spectroscopic measurements on transformer oil-paper insulation under controlled laboratory conditions // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. – 2008. – vol.15. – no.4. – pp. 1100-1111. doi: 10.1109/tdei.2008.4591233.

3. Gavrilă Doina Elena. Dielectric Spectroscopy, a Modern Method for Microstructural Characterization of Materials // Journal of Materials Science and Engineering A. – 2014. – no.1. – pp. 18-26. doi: 10.17265/2161-6213/2014.01.003.

4. Беспрозванных А.В., Рогинский А.В. Диэлектрическая спектроскопия корпусной термореактивной композитной электроизоляционной системы асинхронных тяговых электрических машин // Электротехника і електромеханіка. – 2018. – №6 – С. 17-20. doi: 10.20998/2074-272X.2018.1.02.

5. Беспрозванных А.В., Набока Б.Г. Влияние паразитных емкостей на результаты измерений параметров многожильных кабелей при оценке их технического состояния // Электротехника. – 2011. – №5. – С. 27-36.

6. Беспрозванных Г.В., Бойко А.М. Электростатичні процеси в силових кабелях // Электротехника і електромеханіка. – 2013. – №4. – С. 27-31.

7. Харт Х. Введение в измерительную технику. – М.: Мир, 1999. – 391 с.

8. Марков Н.С. Основы теории обработки результатов измерений. – М.: Изд-во стандартов, 1991. – 176 с.

9. ДСТУ ISO 10012:2005 Системи керування вимірюванням. Вимоги до процесів вимірювання та вимірювального обладнання. Чинний від 2007-01-01.

10. ДСТУ ISO/TR 10017:2005 Настанови щодо застосування статистичних методів згідно з ISO 9001:2000. Чинний від 2007-01-01.

11. Миронов Э.Г., Фирсанов В.А. Погрешности и неопределенности измерений // Практика приборостроения. – 2004. – №2. – С. 79-84.

12. Кузнецов В.П. Сопоставительный анализ погрешности и неопределенности измерений // Измерительная техника. – 2003. – №8. – С. 21-27.

13. JCGM 100:2008. Evaluation of measurement data. Guide to the expression of uncertainty in measurement [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm>.

14. Гольцман Ф.М. Физический эксперимент и статистические выводы: Учебное пособие. – Л.: Изд-во Ленингр. Университета, 1982. – 192 с.

15. Бойко А.Н. Дрейф во времени емкости и тангенса угла диэлектрических потерь неэкранированных и экранированных сетевых кабелей // Вісник НТУ «ХП». – 2013. – №42. – С. 65-68.

16. Беспрозванных Г.В., Бойко А.М. Експериментальне визначення трибоелектричного потенціалу в мережевих неекраниваних та екраниваних кабелях // Электротехника і електромеханіка. – 2012. – №3. – С. 56-60.

#### REFERENCES

1. Liu T., Fothergill J., Dodd S., Nilsson U. Dielectric spectroscopy measurements on very low loss cross-linked polyethylene power cables. *Journal of Physics: Conference Series*, 2009, vol.183, p. 012002. doi: 10.1088/1742-6596/183/1/012002.

2. Setayeshmehr A., Fofana I., Eichler C., Akbari A., Borsi H., Gockenbach E. Dielectric spectroscopic measurements on transformer oil-paper insulation under controlled laboratory conditions. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 2008, vol.15, no.4, pp. 1100-1111. doi: 10.1109/tdei.2008.4591233.

3. Gavrilă Doina Elena. Dielectric Spectroscopy, a Modern Method for Microstructural Characterization of Materials. *Journal of Materials Science and Engineering A*, 2014, no.1, pp. 18-26. doi: 10.17265/2161-6213/2014.01.003.
4. Bezprozvannyh G.V., Roginskiy A.V. Dielectric spectroscopy of casing thermosetting composite electrical insulation system of induction traction electric machines. *Electrical engineering & electromechanics*, 2018, no.1, pp. 17-20. doi: 10.20998/2074-272X.2018.1.02.
5. Bezprozvannyh G.V., Naboka B.G. Influence of parasitic capacitance on the results of measurements of parameters of multicore cables in assessing their technical condition. *Electricity*, 2011, no.5, pp. 27-36. (Rus).
6. Bezprozvannyh G.V., Boyko A.M. Electrostatic processes in power cables. *Electrical engineering & electromechanics*, 2013, no.4, pp. 27-31. (Ukr).
7. Hart H. *Vvedenie v izmeritel'nuu tekhniku* [Introduction to Measurement Technology]. Moscow, Mir Publ., 1999. 391 p. (Rus).
8. Markov N.S. *Osnovy teorii obrabotki rezul'tatov izmerenii* [Fundamentals of the theory of processing measurement results]. Moscow, Standards Publishing House, 1991. 176 p. (Rus).
9. DSTU 4743: 2007. *Provody samoutrymni izolovani ta zakhyshcheni dlia povitrianykh liniy elektropereдавannya. Zahalni tekhnichni umovy* [State Standard of Ukraine DSTU 4743: 2007. Wires self-supporting insulated and protected for overhead transmission lines. General specifications]. Kyiv, 2007. 26 p. (Ukr).
10. DSTU ISO 10012:2005 *Systemy keruvannya vymirivanniam. Vymohy do protsesiv vymirivannia ta vymirivannoho obladnannia* [State Standard of Ukraine DSTU ISO 10012. Measurement management systems requirements for measurement processes and measuring equipment]. (Ukr).
11. Mironov E.G., Firsanov V.A. Errors and measurement uncertainties. *Instrumentation Practice*, 2004, no.2, pp. 79-84. (Rus).
12. Kuznetsov V.P. Error of Measurement and Uncertainty: A Comparison. *Measurement Techniques*, 2003, vol.46, iss.8, pp. 751-760. doi: 10.1023/a:1026157229045.
13. JCGM 100:2008. *Evaluation of measurement data. Guide to the expression of uncertainty in measurement*. Available at: <http://www.bipm.org/ utils/common/documents/jcgm> (accessed 17 June 2018).
14. Goltsman F.M. *Fizicheskii eksperiment i statisticheskie vyvody* [Physical experiment and statistical conclusions]. Leningrad, Leningrad University Publ., 1982. 192 p. (Rus).
15. Boyko A.N. Drift in time capacity and dielectric loss tangent of unshielded and shielded network cables. *Bulletin of NTU «KhPI»*, 2013, no.42, pp. 65-68. (Rus).
16. Bezprozvannyh G.V., Boyko A.M. Experimental determination of triboelectric potential in unshielded and shielded network cables. *Electrical engineering & electromechanics*, 2012, no.3, pp. 56-60 (Ukr).

Поступила (received) 12.11.2019

Безпрозванных Анна Викторовна<sup>1</sup>, д.т.н., проф.,  
Костюков Иван Александрович<sup>1</sup>, к.т.н., докторант,  
<sup>1</sup>Национальный технический университет  
«Харьковский политехнический институт»,  
61002, Харьков, ул. Кирпичева, 2,  
тел/phone +380 57 7076010,  
e-mail: bezprozvannyh@kpi.kharkov.ua,  
iakostiukow@gmail.com

G.V. Bezprozvannyh<sup>1</sup>, I.A. Kostukov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
2, Kyrpychova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

**Error of control of electrical insulation structures by dielectric absorption parameters according to the concept of uncertainty of measurements .**

**Introduction.** Measurements on alternating current of dielectric absorption parameters – capacitance and dielectric loss tangent  $\text{tg}\delta$  allow us to evaluate the quality of insulation of cables, electrical machines, transformers, etc., both at the technological stage of manufacture and in operation. An increase in the reliability of the measurement result of the parameters is provided by a decrease in the measurement error due to the improvement of measuring instruments and measurement methods and an increase in the number of measurements **Purpose.** The estimation of the error of control of electrical insulation structures by dielectric absorption parameters in accordance with the concept of measurement uncertainty. **Methodology.** The error of measurements of the capacitance and the tangent of the dielectric loss angle is estimated using the example of a twisted unshielded pair of category 5e. A statistical analysis of the results of multiple measurements of the capacitance and the tangent of the dielectric loss angle of an unshielded cable is carried out. The linear regression equations for the measured values of the dielectric absorption parameters of the number of measurements are obtained. **Practical value.** Ensuring unity in the methods for estimating the error of measurement results, both when using the traditional concept of «measurement result error» and when introducing the concept of «measurement result uncertainty» into practice, it will allow to unambiguously interpret and correctly compare the results of measurements of the capacitance and tangent of the dielectric loss angle of electrical insulation structures. References 16, figures 3.

**Key words:** dielectric absorption parameters, capacitance, dielectric loss tangent, multiple measurements, measurement error, standard uncertainty, expanded uncertainty, twisted pair, digital imittance meter.

Д.Г. Коліушко, С.С. Руденко, Л.В. Асмолова, Т.І. Ткачова

## ВИЗНАЧЕННЯ ГЛИБИНИ ЗОНДУВАННЯ ҐРУНТУ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ОПОРУ ЗАЗЕМЛЮВАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ ПІДСТАНЦІЙ 35 КВ

*Метою роботи є підвищення точності визначення опору заземлювального пристрою електроустановок напругою понад 1 кВ, що працюють в мережі з ізольованою нейтраллю. Для цього було проаналізовано величину необхідної глибини зондування ґрунту у процесі виконання електромагнітної діагностики стану заземлювального пристрою. Були проведені чисельні експерименти, які полягали у розрахунку електричних параметрів заземлювача, виконаного у вигляді прямокутника розмірами  $a \times b$  з діагоналлю  $D$  і розташованого на глибині 0,3 м у двошаровому ґрунті. Було розглянуто різні варіанти співвідношення питомих електричних опорів ґрунту та розмірів заземлювального пристрою. Врахування статистичного розподілу вказаних параметрів для понад 500 підстанцій України класом напруги 35 кВ дозволило встановити двофакторну ймовірнісну залежність мінімально необхідної глибини зондування ґрунту установкою Веннера. Бібл. 9, рис. 4.*

*Ключові слова:* заземлювальний пристрій, опір заземлювального пристрою, зондування ґрунту, установка Веннера електромагнітна діагностика.

*Целью работы является повышение точности определения сопротивления заземляющего устройства электроустановок напряжением выше 1 кВ, работающих в сети с изолированной нейтралью. Для этого была проанализирована величина необходимой глубины зондирования грунта в процессе выполнения электромагнитной диагностики состояния заземляющего устройства. Были проведены расчетные эксперименты, которые заключались в нахождении электрических параметров заземления, выполненного в виде прямоугольника размерами  $a \times b$  с диагональю  $D$  и расположенного на глубине 0,3 м в двухслойном грунте. При этом были рассмотрены различные варианты соотношения удельных электрических сопротивлений грунта и размеров заземляющего устройства. Учет статистического распределения указанных параметров для более 500 подстанций Украины классом напряжения 35 кВ, позволил установить двухфакторную вероятностную зависимость минимально необходимой глубины зондирования грунта установкой Веннера. Библ. 9, рис. 4.*

*Ключевые слова:* заземляющее устройство, сопротивление заземляющего устройства, зондирование грунта, установка Веннера, электромагнитная диагностика.

**Постановка проблеми.** Для забезпечення надійної та безпечної роботи енергетичних об'єктів при короткому замиканні [1] або прямому ударі блискавки [2] використовується заземлювальний пристрій, виконаний у відповідності до нормативних вимог. Для електроустановок напругою понад 1 кВ, що працюють у мережі з ізольованою нейтраллю (підстанції класом напруги 35 кВ та нижче), єдиним електричним параметром, який дозволяє оцінити стан заземлювального пристрою (ЗП), є його опір ( $R_{EA}$ ) [1]. Відповідно до [3] значення  $R_{EA}$  має періодично контролюватися й визначатися не рідше ніж раз на 12 років. Вимірювання опору ЗП, як правило, виконується за методом амперметр-вольтметра з використанням однопроменевої або двопробевої схеми. При цьому, необхідно встановлювати вимірювальні електроди в зоні нульового потенціалу, відстань до якої, як правило, у декілька разів перевищує найбільший розмір ЗП [4].

Для підстанцій класом напруги 35 кВ, які розташовані в умовах щільної міської чи промислової забудови при розгалуженій комунікаційній системі, це є практично неможливим. Тому єдиним способом визначення опору ЗП таких енергооб'єктів є розрахунковий з використанням спеціальних програмних комплексів. Отже, підвищення точності розрахунку  $R_{EA}$  є актуальною задачею з точки зору електробезпеки та надійності роботи електроустановок напругою понад 1 кВ з ізольованою нейтраллю.

Вихідними даними для розрахунку опору ЗП є реальна схема конструктивного виконання з зазначенням глибини розташування елементів ЗП, поперечний переріз заземлювачів та електрофізичні характеристики ґрунту (ЕФХ) (кількість шарів ґрунту, їх питомий електричний опір (ПЕО) та товщина) [5].

Конструктивне виконання ЗП об'єктів, які тривалий час знаходяться в експлуатації, визначається за допомогою індукційного методу при проведенні електромагнітної діагностики стану ЗП [4], поперечний переріз заземлювачів вимірюється при вибіркового розкритті ґрунту, а ЕФХ – ґрунту за результатами вертикального електричного зондування (ВЕЗ) поблизу підстанції. Співвідношення ЕФХ ґрунту (ПЕО першого шару  $\rho_1$  та другого шару  $\rho_2$ , а також товщини першого шару  $h_1$ ) й геометричні розміри ЗП фактично визначають необхідну глибину зондування та технічні параметри приладу для проведення ВЕЗ [6]. Авторами в період з 1999 р. по 2019 р. була проведена електромагнітна діагностика стану ЗП понад 500 підстанцій класом напруги 35 кВ, які розташовані в усіх областях України, тому накоплені статистичні дані дозволяють визначити характерні розміри ЗП підстанцій та межі значень ЕФХ ґрунту.

Як показує аналіз літератури, проведений в [7], чітка залежність між розміром ЗП та необхідною глибиною зондування відсутня. Глибина зондування ( $H_{VES}$ ) визначена Кострубою С.І. ще в 1983 р., як залежність довжини рознесення струмових електродів від квадратного кореня площі ЗП, лише для установки Бургсдорфа, проте не приведена подібна або будь-яка інша залежність для інших установок ВЕЗ (зокрема, для найбільш поширеної установок Веннера) [6].

В [6, 8, 9] наведено деякі дані з дослідження необхідної глибини зондування, отримані при вивченні залежності величини опору ЗП від його площі. З аналізу вказаних робіт слідує висновок: якщо зі збільшенням глибини величина ПЕО падає, то необхідно визначити структуру ґрунту на глибину мінімум

$1,5 \cdot \sqrt{S}$ , а при зростанні – декілька  $(3-5) \cdot \sqrt{S}$ . Таким чином, в роботах, присвячених проведенню ВЕЗ в цілях проектування або діагностики ЗП, відсутня однозначна залежність необхідної глибини зондування від розмірів ЗП та ЕФХ ґрунту.

**Метою роботи** є визначення мінімально необхідної глибини зондування ґрунту для проведення розрахунку опору ЗП підстанцій класом напруги 35 кВ.

**Матеріали дослідження.** Розмір ЗП, як вказувалося раніше, визначає необхідну глибину зондування  $H_{VES}$  при проведенні діагностики стану ЗП, тому пропонується знайти її у вигляді добутку найбільшого геометричного розміру ЗП (діагоналі)  $D$  та коефіцієнту зондування  $K_{VES}$ :

$$H_{VES} = K_{VES} D. \quad (1)$$

Таким чином, задача фактично зводиться до визначення коефіцієнту  $K_{VES}$ , який залежить від відповідного розміру діагоналі ЗП та ЕФХ ґрунту.

Для вирішення поставленої задачі необхідно проаналізувати вплив кожного з факторів в межах їх значень. Для визначення впливу розміру ЗП скористаємося статистичними даними, отриманими при проведенні діагностики стану ЗП підстанцій класом напруги 35 кВ та представленими у вигляді густини ймовірності максимального розміру  $D$  [5].

З аналізу рис. 1 випливає, що значення найбільшої діагоналі лежить в межах від 10 м до 300 м з урахуванням підстанцій, на яких дослідження не проводилося.

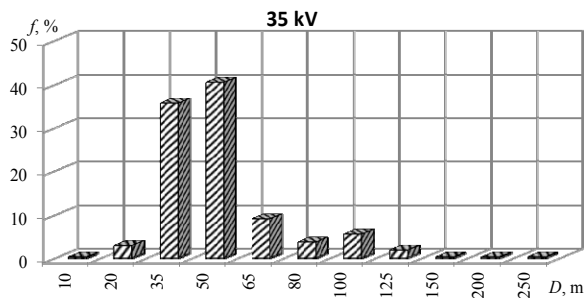


Рис. 1. Густина ймовірності розміру  $D$  ЗП

Також було систематизовано різні співвідношення ПЕО ґрунту  $\rho^* = \rho_2/\rho_1$ : на рис. 2 наведена густина ймовірності значення відносного ПЕО  $\rho^*$ , яка була визначена за результатами проведення ВЕЗ в рамках електромагнітної діагностики ЗП досліджуваних підстанцій в усіх областях України.

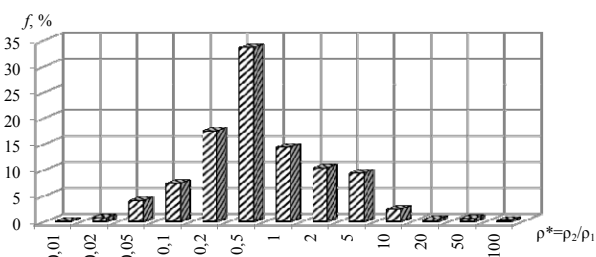


Рис. 2. Густина ймовірності відносного ПЕО

Відповідно до отриманих результатів доцільним є розглянути  $\rho^*$  в діапазоні  $[0,05; 10]$ , що дозволяє охопити 99 % ґрунтів України в місцях розташування діючих підстанцій.

Для визначення  $H_{VES}$  проведено чисельні експерименти, які полягали у розрахунку опору ЗП ( $R_{EA}$ ),

виконаного у вигляді квадрата розмірами  $a \times a$  з діагоналлю  $D$  і розташованого на глибині 0,3 м у двошаровому ґрунті. Внутрішні комірки у ЗП відсутні, оскільки їх вплив на  $R_{EA}$  є незначним та не перевищує 10 % [6]. Необхідна глибина зондування визначалася за відносним опором ЗП на основі дослідження впливу на його значення глибини розділу шарів  $h$ . Для кожного  $\rho^*$  розраховувалося значення  $R_{EA}$  при зміні співвідношення  $h/D$  в межах від 0,4 м до  $h_{max}$ , де  $h_{max}$  – значення глибини розділу шарів у двошаровому ґрунті, при якому значення опору ЗП стає рівним опору ЗП в однорідному ґрунті ( $R_{EA} = R_{EAUNI}$ ). При цьому для варіації  $\rho^*$  змінювалося значення  $\rho_1$ , а базове  $\rho_2$  становило 1000 Ом·м, що дозволяє охопити всі співвідношення  $\rho_2/\rho_1$  [5].

У ході проведених експериментів було отримано сімейство кривих, що описують вплив величини  $h$  для різних комбінацій ЕФХ ґрунту і геометричних параметрів ЗП  $R_{EA}^* = f(h/D)$ , де  $R_{EA}^* = R_{EA} / R_{EAUNI}$ . Результати розрахунків для ЗП, який виконано у вигляді квадрата зі стороною  $a = [10; 40; 100; 200]$  м та діагоналлю  $D = [14; 56,6; 141; 282]$  м відповідно, наведено на графіках рис. 3.

На графіках пунктиром позначено 10 %-ве відхилення. Як бачимо, для ЗП з діагоналлю 14 м для розрахунку з похибкою не більше 10 % необхідно зондувати ґрунт на глибину не менше  $4D$ , а для ЗП з діагоналлю 56 м –  $3D$ . Розглянувши окремі діапазони значень  $\rho^*$ , можемо констатувати, що при знаходженні  $\rho^*$  в діапазоні  $[0,05; 2]$  (що відповідає 95 % досліджених підстанцій в Україні) глибина зондування становить  $1,5 \cdot D$  для 14 м та  $1,0 \cdot D$  для 56 м. Тобто, наприклад, зменшивши ймовірність потрапляння  $\rho^*$  в діапазон  $p_{EA}$  з 0,99 до 0,95, можна суттєво зменшити (в три рази) розрахункове значення необхідної глибини зондування для однієї й тієї ж підстанції ( $D=56$  м) з  $H_{VES}=3D$  до  $H_{VES}=D$ . Це значно зменшує трудові затрати на виконання ВЕЗ при збереженні точності розрахунків.

Можливість зменшення ймовірності визначається у залежності від попередніх відомостей про структуру ґрунту у відповідній географічній місцевості (наприклад, це є недопустимим для гористої місцевості, де відомо, що опір нижніх шарів скальних порід буде на порядок більшим за опір верхніх осадових порід, тобто  $\rho^* \geq 10$ ).

У цілому залежність опору ЗП від його геометричних розмірів носить нелінійний характер й при умовному безкінечному зростанні розміру ЗП значення опору входить в «насиченість» [6, 9]. Логічною виглядає аналогія з залежністю коефіцієнта  $K_{VES}$  від діагоналі ЗП, який, у свою чергу, визначає необхідну глибину зондування. Враховуючи представлені графіки (див. рис. 3), було отримано функцію  $K_{VES}(D)$  для досліджуваних діапазонів значень з заданою ймовірністю (див. рис. 4):

- $\rho^* \in [0,05; 10]$ , що відповідає ймовірності потрапляння в діапазон  $p_{EA} = 0,99$ ;
- $\rho^* \in [0,05; 5]$ , що відповідає  $p_{EA} = 0,98$ ;
- $\rho^* \in [0,05; 2]$ , що відповідає  $p_{EA} = 0,95$ .

Отримані графіки дозволяють визначити необхідну глибину зондування в залежності від максимального розміру ЗП та ймовірності потрапляння  $\rho^*$  в діапазон згідно з виразом (1).

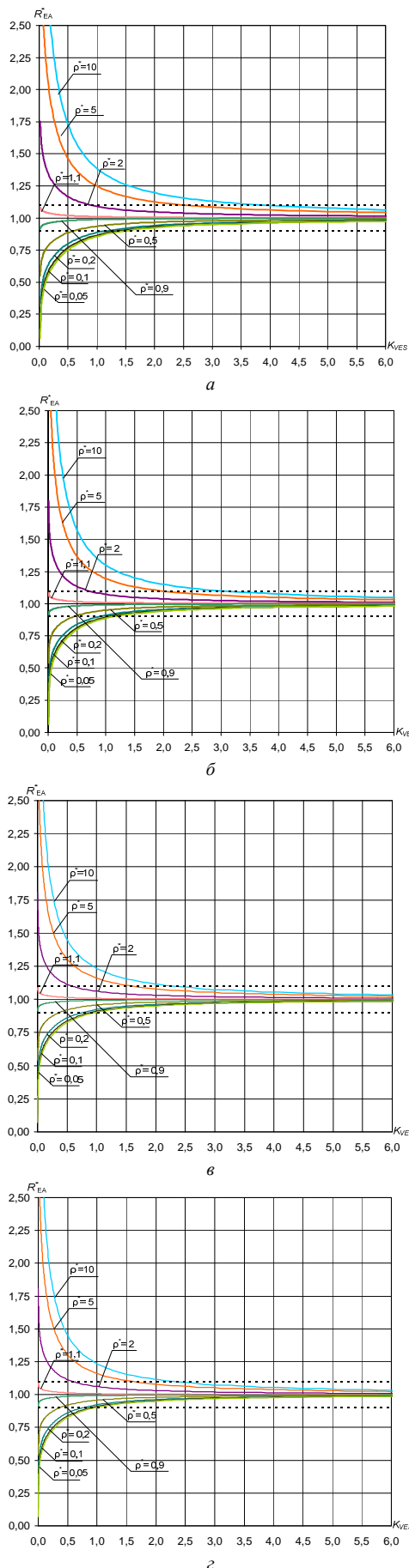


Рис. 3. Залежності відносного опору від коефіцієнту глибини зондування: а –  $a = 10$  м,  $D = 14$  м; б –  $a = 40$  м,  $D = 56,6$  м; в –  $a = 100$  м,  $D = 141$  м; г –  $a = 200$  м,  $D = 282$  м

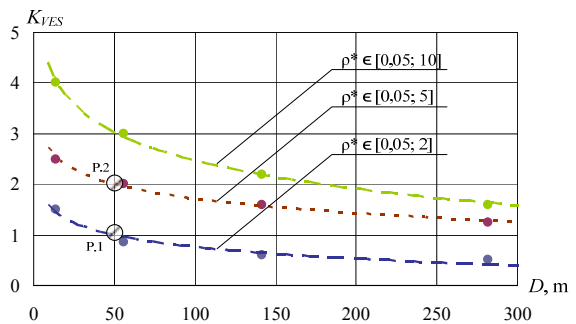


Рис. 4. Залежність коефіцієнту зондування від розміру ЗП

Крім того, аналіз отриманих даних показує, що існують такі співвідношення ґрунту та розміри ЗП, для яких необхідна глибина зондування не перевищує максимальний розмір ЗП ( $D$ ): це підстанції у яких ЗП  $D \geq 50$  м (згідно рис. 1 їх 61 %) для  $p_{EA} = 0,95$ .

Враховуючи статистичні дані (див. рис. 1 та рис. 2), ймовірність знаходження такої підстанції  $p_{LD}$  становить:

$$p_{LD} = 61 \% \cdot 0,95 / 100 \% = 0,58.$$

Враховуючи вище наведене, пропонується наступний алгоритм визначення  $H_{VES}$  при проведенні ВЕЗ в рамках виконання електромагнітної діагностики стану ЗП діючих підстанцій класом напруги 35 кВ (за умови відсутності попередніх відомостей про структуру ґрунту):

- 1) визначаємо максимальний розмір ЗП за допомогою індукційного методу (наприклад,  $D = 50$  м);
- 2) вважаємо, що ґрунт має відносне значення ПЕО в діапазоні  $\rho^* \in [0,05; 2]$  (див. P.1 на рис. 4:  $K_{VES} = 1$ , отже  $H_{VES} = D$ );
- 3) проводиться зондування ґрунту за допомогою установки Веннера [3-5] при максимальній міжелектродній відстані рівній  $D$ ;
- 4) виконується наближена інтерпретація результатів ВЕЗ;
- 5) у залежності від отриманого значення ПЕО в п.4 можливі наступні варіанти:

- якщо  $0,05 \leq \rho^* \leq 2$ , то вважаємо, що глибина зондування достатня;
- якщо  $2 < \rho^* \leq 5$  або  $\rho^* > 5$ , то визначаємо необхідну глибину зондування за відповідною кривою рис. 5 та виразу (1), збільшуємо міжелектродну відстань та проводимо додаткові вимірювання (наприклад, якщо  $\rho^* = 4,5$ , то необхідна глибина зондування збільшилась до  $2D$  – див. P.2 на рис. 4);

- 6) за необхідності проводиться повторна інтерпретація результатів ВЕЗ та оцінюється отримане значення  $\rho^*$ .

#### Висновки.

1. На основі аналізу статистичних даних за результатами електромагнітної діагностики підстанцій класом напруги 35 кВ була встановлена ймовірнісна залежність необхідної глибини зондування від співвідношення питомих опорів ґрунту та розмірів ЗП.

2. Виявлено, що існують такі співвідношення ґрунту та розміри ЗП, для яких необхідна глибина зондування не перевищує максимальний розмір ЗП. Враховуючи статистичні дані, ймовірність знаходження таких підстанцій становить 0,58.



3. Розроблено алгоритм визначення мінімально необхідної глибини зондування в залежності від розміру діагоналі ЗП підстанції та співвідношення ПЕО шарів ґрунту.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Правила улаштування електроустановок. – Х. : «Форт», 2017. – 760 с.
2. Баранов М.И., Буряковский С.Г., Рудаков С.В. Инструментальное обеспечение в Украине натуральных испытаний объектов энергетики, авиационной и ракетно-космической техники на стойкость к воздействию импульсного тока искусственной молнии // *Электротехника і електромеханіка*. – 2018. – №4. – С. 45-53. doi: 10.20998/2074-272X.2018.4.08.
3. Випробування та контроль пристроїв заземлення електроустановок. Типова інструкція. СОУ 31.2-21677681-19:2009. – К.: Мінпаливенерго України, 2010. – 54 с.
4. Колюшко Д.Г., Руденко С.С. Аналіз методів контролю стану заземлювальних пристроїв діючих енергооб'єктів на сучасному етапі // *Електротехніка і електромеханіка*. – 2019. – №1. – С. 67-72. doi: 10.20998/2074-272X.2019.1.11.
5. Колюшко Д.Г., Руденко С.С., Колюшко Г.М. Электрофизические характеристики грунта в местах расположения энергообъектов Украины // *Електротехніка і електромеханіка*. – 2015. – № 3. – С. 67-72. doi: 10.20998/2074-272X.2015.3.10.
6. Коструба С.И. Измерение электрических параметров земли и заземляющих устройств. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 168 с.
7. Колюшко Г.М., Колюшко Д.Г., Руденко С.С. К вопросу повышения точности расчета нормируемых параметров заземляющих устройств действующих электроустановок // *Електротехніка і електромеханіка*. – 2014. – №4. – С. 65-70. doi: 10.20998/2074-272X.2014.4.13.
8. Колечицкий Е.С., Медведев В.Т. Оценка размеров зоны растекания токов в районе заземлителей // *Энергетик*. – 2015. – №10. – С. 17-20.
9. Заземляющие устройства электроустановок (требования нормативных документов, расчет, проектирование, конструкции, сооружение): справочник / [Борисов Р.К., Горшков А.В., Жарков Ю.В. и др.]. – М.: Издательский дом МЭИ, 2013. – 360 с.

#### REFERENCES

1. *Pravyla ulashtuvannya elektroustanovok* [Electrical Installation Regulations]. Kharkiv, Fort Publ., 2017. 760 p. (Ukr).
2. Baranov M.I., Buriakovskiy S.G., Rudakov S.V. The tooling in Ukraine of model tests of objects of energy, aviation and space-rocket engineering on resistibility to action of pulsed current of artificial lightning. *Electrical engineering & electromechanics*, 2018, no.4, pp. 45-53. doi: 10.20998/2074-272X.2018.4.08.
3. *Natsional'nyy standart Ukrayiny. SOU 31.2-21677681-19:2009. Viprobuвання та контроль' prystroyiv zazemlennya elektroustanovok. Tipova instruktsiya* [National Standard of Ukraine SOU 31.2-21677681-19:2009. Test and control devices, electrical grounding. Standard instruction]. Kyiv, Minenergovugillya Ukrayiny Publ., 2010. 54 p. (Ukr).
4. Koliushko D.G., Rudenko S.S. Analysis of methods for monitoring of existing energy objects grounding devices state at the present stage. *Electrical engineering & electromechanics*, 2019, no.1, pp. 67-72. doi: 10.20998/2074-272X.2019.1.11.
5. Koliushko D.G., Rudenko S.S., Koliushko G.M. Analysis of electrophysical characteristics of grounds in the vicinity electrical substation of Ukraine. *Electrical engineering & electromechanics*, 2015, no.3, pp. 67-72. (Rus). doi: 10.20998/2074-272X.2015.3.10.
6. Kostuba S.I. *Izmerenie elektricheskikh parametrov zemli i zazemlyayushchih ustrojstv* [Measurement of electrical parameters of the earth and grounding device]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1983. 168 p. (Rus).

7. Koliushko G.M., Koliushko D.G., Rudenko S.S. On the problem of increasing computation accuracy for rated parameters of active electrical installation ground grids. *Electrical engineering & electromechanics*, 2014, no.4, pp. 65-70. (Rus). doi: 10.20998/2074-272X.2014.4.13.

8. Kolechitsky E.S., Medvedev V.T. Estimation of the size of the current spreading zone in the area of grounding conductors. *Energetik*, 2015, no.10, pp. 17-20. (Rus).

9. Borisov R.K., Gorshkov A.V., Zharkov Y.V. *Zazemlyayushchie ustroystva elektroustanovok (trebovaniia normativnykh dokumentov, raschet, proektirovaniie, konstruktzii, sooruzhenie): spravochnik* [The grounding system of electrical installations (regulatory requirements, calculation, design, construction: Handbook)]. Moscow, Publishing House MEI, 2013. 360 p. (Rus).

Поступила (received) 16.09.2019

Колюшко Денис Георгійович<sup>1</sup>, к.т.н., с.н.с.,

Руденко Сергій Сергійович<sup>1</sup>, к.т.н., с.н.с.,

Асмолова Лариса Валеріївна<sup>1</sup>, к.т.н., доц.,

Ткачова Тетяна Іванівна<sup>2</sup>, м.н.с.,

<sup>1</sup> Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», 61002, Харків, вул. Кирпичова, 2,

e-mail: nio5\_molnija@ukr.net

<sup>2</sup> Національний науковий центр

«Харківський фізико-технічний інститут»,

61108, Харків, вул. Академічна, 1

D.G. Koliushko<sup>1</sup>, S.S. Rudenko<sup>1</sup>, L.V. Asmolova<sup>1</sup>, T.I. Tkachova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», 2, Kyrpychova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

<sup>2</sup> National Science Center «Kharkov Institute of Physics and Technology»,

1, Akademicheskaya Str., Kharkov, 61108, Ukraine.

**Determination of the soil sounding depth for the earthing resistance calculation of substations 35 kV.**

**Purpose.** Determination of the minimum required sounding depth for calculation of the earthing resistance for substations with a voltage class of 35 kV. **Methodology.** For each ratio of electrical resistivity values of soil layers, earthing resistance was calculated with changing of the layers separation depth from 0.4 m to  $h_{max}$ , where  $h_{max}$  is the layers separation depth in a two-layer soil at which the earthing resistance value becomes the same as in a uniform soil. **Results.** In the experiments carried out, a family of curves was obtained that describes the effect of separation depth of soil layers for various combinations of soil electrical resistivities and geometric dimensions of the earthing arrangement. The accumulated statistical data for substations with a voltage class of 35 kV made it possible to determine the required sounding depth depending on the maximum size of the earthing arrangement and the probability of the relative resistivity falling into the corresponding range of values. An algorithm is proposed for determining the required investigation depth by Wenner method as part of the electromagnetic diagnostics of the earthing arrangement of existing substations with a voltage class of 35 kV. **Originality.** For the first time, a probabilistic relationship was established between the ratio of the electrical resistivity of soil layers, the size of the earthing arrangement, and the necessary depth investigation of the geological medium. As a result it has been proven that there are substations for which the required sounding depth does not exceed the maximum size of the earthing arrangement. **Practical value.** The use of the algorithm developed in this work allows increasing the accuracy of the earthing resistance calculation of electrical installations with voltages above 1 kV operating in a network with isolated neutral. References 9, figures 4.

**Key words:** earthing arrangement, earthing resistance, the soil sounding, Wenner installation, electromagnetic diagnostics.

В.Ф. Сивокобиленко, В.А. Лисенко

## МУЛЬТИЧАСТОТНИЙ МЕТОД ЗАХИСТУ ВІД ЗАМИКАНЬ ФАЗИ НА ЗЕМЛЮ В КОМПЕНСОВАНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖАХ

*За допомогою математичної моделі компенсованої електричної мережі виконано аналіз струмів і напруг нульової послідовності при замиканнях фази на землю і показано, що в них під час перехідного процесу виникають вищі гармонійні складові, які обумовлені розрядом ємностей ушкодженої фази, дозарядом ємностей неушкоджених фаз, а також зростанням струму реактора в нейтралі мережі. Показано, що незалежно від ступеня компенсації реактором ємнісного струму промислової частоти, реактивна потужність для гармонічних складових струмів і напруг з частотою в два рази і більше промислової, є додатною для ушкодженого присоединення і від'ємною для неушкоджених. Це прийнято за основу в розробленому методі захисту направленої дії, в якому при замиканнях фази на землю спочатку визначають похідні струмів і напруг нульової послідовності, що зменшує вплив аперіодичних складових і підсилює складові вищих гармонік, а потім за допомогою перетворення Фур'є знаходять комплексні значення для ряду найбільш впливових гармонічних складових, більших за першу. За допомогою отриманих складових струмів і напруг для кожної частоти знаходять реактивну потужність, і якщо їх сума перевищує задану, то спрацьовує вихідний орган захисту. Достовірність розробленого методу захисту підтверджено результатами математичного моделювання і перевіркою роботи дослідного зразка на лабораторному стенді. Бібл. 10, табл. 1, рис. 6.*

*Ключові слова:* електрична мережа, захист від замикань на землю, струм і напруга нульової послідовності, перетворення Фур'є, частотний спектр.

*С помощью математической модели компенсированной электрической сети выполнен анализ токов и напряжений нулевой последовательности при замыканиях фазы на землю и показано, что у них во время переходного процесса возникают высшие гармонические составляющие, которые обусловлены разрядом емкостей поврежденной фазы, дозарядом емкостей неповрежденных фаз, а также ростом тока реактора в нейтрали сети. Показано, что независимо от степени компенсации реактором емкостного тока для промышленной частоты, реактивная мощность, рассчитанная для выделенных гармонических составляющих токов и напряжений с частотой в два раза и более промышленной, положительная для поврежденного присоединения и отрицательная для неповрежденных. Это принято за основу в разработанной защите направленного действия, в которой при замыканиях фазы на землю сначала определяют производные токов и напряжений нулевой последовательности, что уменьшает влияние аперіодических составляющих и усиливает гармонические составляющие, а затем с помощью преобразования Фурье находят комплексные значения для ряда наиболее влиятельных гармонических составляющих, больших первой. С помощью полученных составляющих токов и напряжений для каждой частоты находят реактивную мощность, и если их сумма превышает заданную, то срабатывает выходной орган защиты. Достоверность разработанной защиты подтверждена результатами математического моделирования и проверкой работы опытного образца на лабораторном стенде. Библ. 10, табл. 1, рис. 6.*

*Ключевые слова:* электрическая сеть, защита от замыканий на землю, ток и напряжение нулевой последовательности, преобразования Фурье, частотный спектр.

**Актуальність теми та її зв'язок з прикладними задачами.** Електричні мережі напругою 6-10 кВ, що працюють в режимі незаземленої нейтралі є основою систем електропостачання промислових підприємств, електростанцій, міст. Зважаючи на велику протяжність і широку розповсюдженість таких мереж, актуальною є проблема захисту мереж від найбільш поширеного ушкодження ізоляції – однофазного замикання на землю. Значна частка замикань на землю є нестаціонарним і короткочасним процесом, який супроводжується електричною дугою. У таких випадках пристрій захисту від замикань на землю, що реагує на усталений струм і напругу в мережі, не здатен діяти правильно. Також застосування котушки Петерсена для компенсації ємнісного струму замикання на землю ускладнює роботу пристроїв захисту, оскільки суттєво зменшує струм однофазного замикання на землю в усталеному режимі.

**Огляд публікацій і недоліки відомих рішень.** Проблема аналізу перехідних процесів в мережах з незаземленою нейтраллю з метою створення ефективного алгоритму захисту від нестійких замикань на землю активно досліджується в Європі і в усьому світі [1-3]. Зокрема, в роботі [3] досліджується аперіодична складова перехідного процесу однофазного замикання на землю і аналізується її вплив на роботу

відомих методів захисту від таких замикань. Багато уваги приділяється особливостям математичного моделювання електричної дуги у місці пошкодження і методам класифікації різних видів пошкоджень [4, 5]. В роботі [6] досліджуються способи фільтрації сигналів давачів струму і напруги, а також приділяється увага тестуванню їх за допомогою реальних сигналів, записаних реєстратором на діючій підстанції. В роботі [7] розробляються методи ідентифікації однофазних замикань на землю і аналізується чутливість таких методів в умовах великих опорів у місці замикання. Досліджуються математичні моделі електричних мереж, які включають також і моделі пристроїв релейного захисту [8, 9]. Ведеться пошук оптимальних параметрів математичних методів обробки сигналів первинних давачів і уставок спрацювання систем захисту від однофазних замикань на землю [6, 10]. Також відомо про спроби використання для захисту від однофазних замикань на землю різних методів «чорної скриньки» типу нейронних мереж тощо, однак, на наш погляд, не вичерпаними є можливості більш простих підходів, серед яких найбільш привабливим є аналіз і використання складових різної частоти в струмах ( $3i_0$ ) і напрузі ( $3u_0$ ) нульової послідовності.

© В.Ф. Сивокобиленко, В.А. Лисенко

**Мета досліджень.** За допомогою математичної моделі вивчити гармонійний склад струмів і напруг нульової послідовності в компенсованих електричних мережах при замиканнях фази на землю і розробити метод селективного захисту шляхом використання гармонійних складових, які виникають у струмах і напрузі нульової послідовності в перехідних процесах.

**Основний матеріал і отримані результати.** У роботах [8, 9] для селективного захисту від замикань фази на землю запропоновано за допомогою частотних фільтрів виділяти зі струму нульової послідовності  $3i_0$  і напруги нульової послідовності  $3u_0$  складові однієї з частот, наприклад, 200 або 300 Гц і забезпечувати селективність роботи захисту за напрямком розрахункової реактивної потужності, вплив на яку реактора при вказаних частотах значно послаблюється. В даній роботі для підвищення чутливості захисту розглядається можливість використання одночасно струмів і напруг для декількох частот, знайдених за допомогою перетворення Фур'є.

Для дослідження гармонійного складу струмів  $3i_0$  і напруги  $3u_0$  нульової послідовності скористаємось математичною моделлю, яку описано в [8]. Застосуємо її, наприклад, для компенсованої електричної мережі, що складається з лінії електропередачі 110 кВ, понижувального трансформатора, який підключено до секції 6 кВ з трьома кабельними лініями, фазні ємності в кожній з яких становлять відповідно 3,8 і 12 мкФ. Нейтраль мережі заземлена через реактор з резонансною індуктивністю 0,142 Гн. Результати моделювання глухого і дугового однофазного замикання на землю (ОЗЗ) за різних режимів налаштування реактора показали, що струми  $3i_0$  і напруга  $3u_0$  на початку перехідного процесу містять у собі з різними сталими затухання аперіодичні і періодичні складові, які обумовлені розрядом ємностей ушкодженої фази, дозарядом ємностей неушкоджених фаз, а також зростанням струму реактора в нейтралі мережі. Тривалість цього перехідного процесу становить близько періоду промислової частоти (20 мс). Порівняння спектрів Фур'є для струмів  $3i_0$  і напруг  $3u_0$ , а також для їх похідних  $p(3i_0)$  і  $p(3u_0)$ , показало, що амплітуди гармонік і розрахункові значення реактивної потужності за допомогою похідних є майже на порядок більшими і їх доцільно використати для захисту. Характер зміни в часі похідних струму і напруги нульової послідовності при ОЗЗ показано на рис. 1. Операція диференціювання значно зменшує аперіодичні складові і підсилює складові більш високої частоти. Чисельний розрахунок ортогональних складових сигналів за допомогою похідних  $p(3i_0)$  і  $p(3u_0)$  виконується за (1) за трьома дискретними миттєвими значеннями струму (напруги)  $x_{n-2}$ ,  $x_{n-1}$ ,  $x_n$  для кроку розрахунку, наприклад,  $h = 0,625$  мс і для частоти  $\omega = 314$  с<sup>-1</sup>.

$$\frac{d}{dt}(x) = px = \frac{1}{2\omega h}(3x_{n-2} - 4x_{n-1} + x_n). \quad (1)$$

Спектр Фур'є (рис. 2) був розрахований для даних, які приведені на рис. 1 і з яких було сформовано масив з  $N = 32$  дискретними елементами упродовж часу 0,02 с.

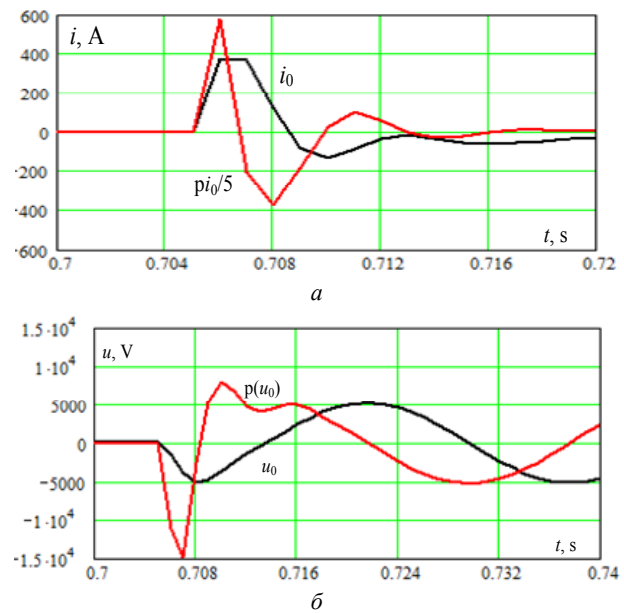


Рис. 1. Характер зміни в часі струму нульової послідовності та похідної цього струму (а), напруги нульової послідовності та похідної цієї напруги (б) при ОЗЗ

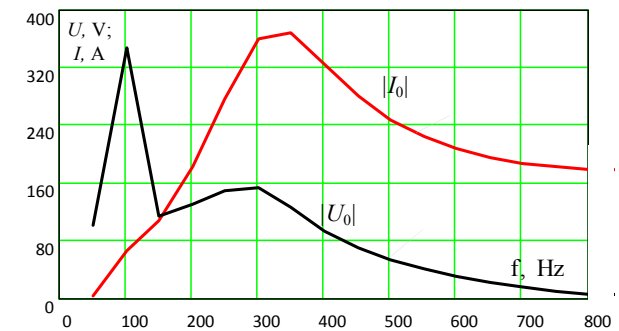


Рис. 2. Спектр Фур'є для похідних струму і напруги нульової послідовності при ОЗЗ

З числових даних, які отримано за допомогою функції  $fft(y)$  пакету MathCAD і наведено на рис. 2, витікає, що найбільш впливові гармоніки знаходяться в діапазоні частот 150-500 Гц. Розрахунок для кожної  $k$ -тої гармоніки реактивних потужностей за допомогою комплексних значень струмів і напруг, що отримані за допомогою перетворення Фур'є, виконуються за виразами (2):

$$\begin{aligned} q_k &= i_{ak} \cdot u_{\beta k} - i_{\beta k} \cdot u_{ak}; \\ p(\vec{i}_0)_k &= i_{ak} - j i_{\beta k}; \\ p(\vec{u}_0)_k &= u_{ak} + j u_{\beta k}. \end{aligned} \quad (2)$$

Результати розрахунку за допомогою перетворення Фур'є амплітуд струмів і напруг, реактивних і активних потужностей для гармонік кратних першій ( $f_0 = 50$  Гц) в діапазоні від 1 до 9 наведені в табл. 1.

Дані (табл. 1) приведені для режиму резонансного налаштування реактора. Згідно з цими даними, для захисту доцільно використати гармоніки з кратністю 3, 4, 5, 6, для яких значення реактивної потужності є максимальними. Розрахунки для режимів перекомпенсації реактора показали, що реактивна потужність для гармонік 1, 2 може бути від'ємною і тому для захисту ці гармоніки використовувати небажано.

Таблиця 1  
Результати розрахунку реактивних і активних потужностей та амплітуд гармонійних складових для похідних струмів і напруг

$f/f_0$	$I, A$	$U, V$	$Q, kVA$	$P, kW$
1	66,15	5196	226	-259
2	106,6	1715	182,8	3,058
3	181,3	1957	354,5	11,22
4	277,0	2234	618,8	6,941
5	360,0	2287	822,7	-37,46
6	367,4	1900	692	-95,31
7	324,0	1406	441	-11,32
8	280,0	1044	273	-104
9	246,0	796	177	-85,48

З урахуванням отриманих розрахункових даних розроблено метод селективного захисту, блок-схему алгоритму якого наведено на рис. 3 і в якій присутні: аналого-цифрові перетворювачі – ADC, блоки перетворення Фур'є – FFT, блоки визначення похідних d/dt, блоки перемноження – X, блок підсумовування –  $\Sigma$ , компаратори для порівняння з уставкою амплітуд напруги  $3u_0$  для частоти 50 Гц і сумарної реактивної потужності  $Q_T$  для вибраних гармонік з уставкою  $U_T$ , логічні елементи OR, AND і вихідний орган Relay.

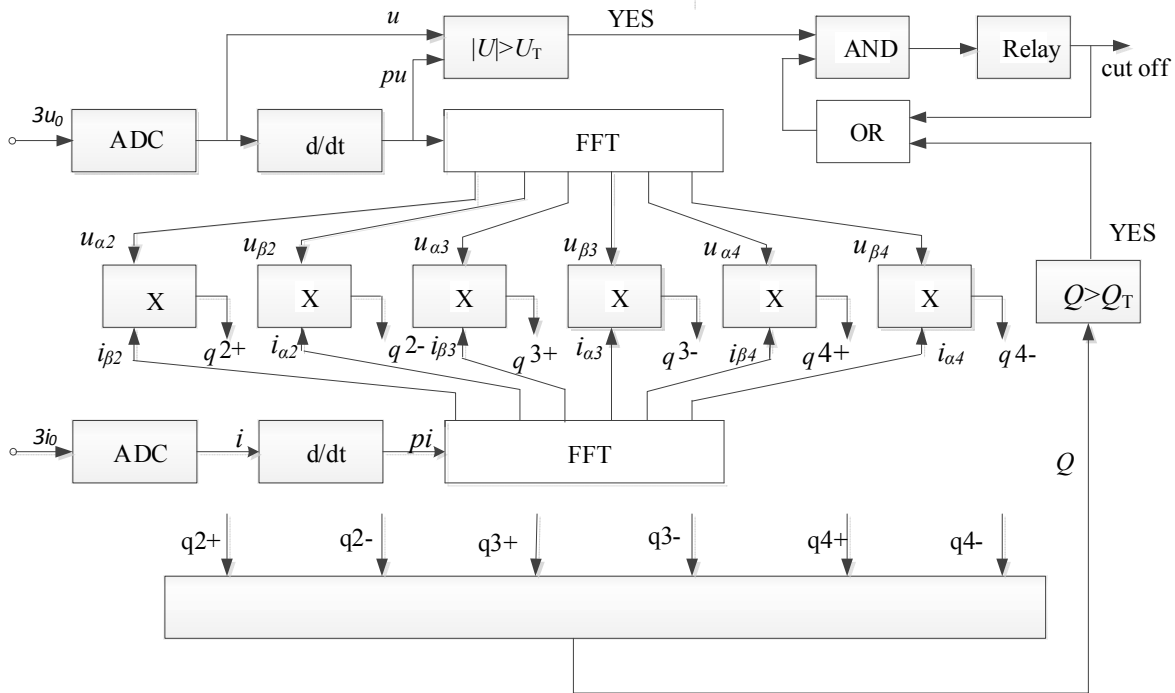


Рис. 3. Блок-схема мультичастотного методу селективного захисту від замикань фази на землю в компенсованих мережах

Пусковий орган захисту спрацьовує у випадку перевищення амплітудою напруги  $3u_0$  уставки  $U_T$ , яка становить 10-15 % від номінальної. Амплітуда цієї напруги розраховується за ортогональними складовими, які отримують з блоків ADC і d/dt, а потім розраховують як  $\sqrt{u_n^2 + (pu_n)^2}$ .

Вхідні сигнали реле – струм  $3i_0$  і напруга  $3u_0$  після блоків ADC і диференціювання d/dt надходять до блоків перетворення Фур'є, в яких для заданих частот  $f_2 - f_n$  розраховують комплексні значення гармонійних складових для струмів (синусні  $i_{\beta 2}, i_{\beta 3}, \dots$  і косинусні  $i_{\alpha 2}, i_{\alpha 3}, \dots$ ) і для напруг (синусні  $u_{\beta 2}, u_{\beta 3}, \dots$  і косинусні  $u_{\alpha 2}, u_{\alpha 3}, \dots$ ). На основі цих значень для кожної із частот у відповідних блоках перемноження X розраховують додатні ( $q^+$ ) і від'ємні ( $q^-$ ) значення реактивної потужності. Для кожної частоти їх знаходять як:

$$q^+ = u_{\beta} \cdot i_{\alpha}; \quad q^- = u_{\alpha} \cdot i_{\beta}; \quad q = q^+ - q^-.$$

У загальній математичній моделі компенсованої електричної системи і реле захисту програмний модуль для реалізації перетворення Фур'є і визначення сумарної реактивної потужності вищих гармонік  $f$  (з третьої по шосту) наведено на рис. 4.

$$\begin{aligned}
 Fur(FI, FU) := & \begin{cases} I \leftarrow FI \\ U \leftarrow FU \\ N \leftarrow rows(U) \\ \text{for } f \in 3..6 \\ \left| \begin{aligned} Ico_f &\leftarrow \sum_{n=1}^N I_n \cdot \cos\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot f}{N} \cdot (N - n)\right] \\ Isi_f &\leftarrow \sum_{n=1}^N I_n \cdot \sin\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot f}{N} \cdot (N - n)\right] \\ Uco_f &\leftarrow \sum_{n=1}^N U_n \cdot \cos\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot f}{N} \cdot (N - n)\right] \\ Usi_f &\leftarrow \sum_{n=1}^N U_n \cdot \sin\left[\frac{2 \cdot \pi \cdot f}{N} \cdot (N - n)\right] \\ Q_f &\leftarrow \frac{2^2}{N^2} \cdot (Ico_f \cdot Usi_f - Isi_f \cdot Uco_f) \end{aligned} \right. \\ Q &\leftarrow \sum_{f=3}^6 Q_f \end{cases}
 \end{aligned}$$

Рис. 4. Програмний модуль у пакеті MathCAD для реалізації перетворення Фур'є в реле захисту від ОЗЗ

Результати математичного моделювання методу захисту при ОЗЗ показали, що сумарна реактивна потужність гармонік залежить від миттєвого значення фазної напруги в момент виникнення замикання. Найбільше значення реактивної потужності має місце при досягненні фазною напругою ( $u_f$ ) амплітудного значення (рис. 5,а,б), а найменше – при досягненні нульового значення (рис. 5,б,г). Ці значення потужності (рис. 5,в,г) відрізняються більш ніж на порядок, що необхідно враховувати, вибираючи значення уставки для компаратора  $Q_T$ .

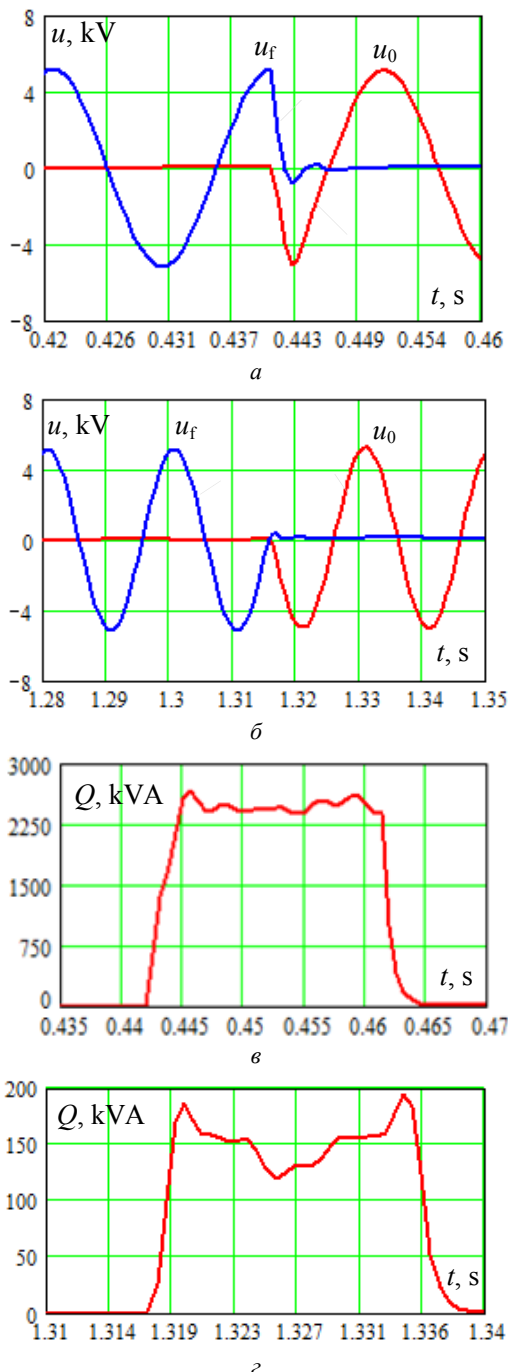


Рис. 5. Результати розрахунків реактивної потужності (в, г) при виникненні ОЗЗ при максимальному (а) і при мінімальному (б) значеннях фазної напруги

Результати математичного моделювання роботи реле при дугових замиканнях на землю, перше з яких виникло при амплітудному значенні фазної напруги, а

друге при нульовому, показані на рис. 6. Характер зміни напруги  $3u_0$  – на рис. 6,а, струму  $3i_0$  і його похідних  $p(3i_0)$  – на рис.6,б, а контактів вихідного органу реле – на рис. 6,в. В обох випадках отримано чітку роботу реле захисту.

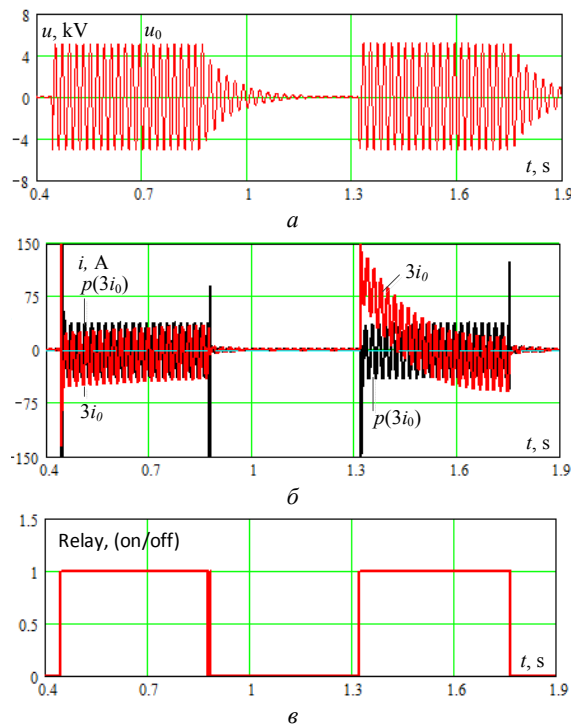


Рис. 6. Результати моделювання поведінки реле захисту при ОЗЗ з різними аперіодичними складовими в  $3i_0$

Моделювання роботи реле захисту за умови п'ятикратної недокомпенсації і перекомпенсації ємнісного струму, а також при ОЗЗ в зоні і поза зоною захисту, підтвердило правильну і надійну роботу реле.

Дослідний зразок захисту за алгоритмом, наведеним на рис. 3, було реалізовано на базі мікроконтролера STM32F4Discovery. Задовільна його робота при ОЗЗ отримана на фізичній моделі компенсованої електричної мережі напругою 0,4 кВ, а також при подачі сигналів струму і напруги нульової послідовності, які були записані цифровими регістраторами в реальній мережі при ОЗЗ.

Результати моделювання і експериментів підтверджують можливість впровадження розробленого захисту в діючих електричних мережах.

### Висновки.

1. Результатами математичного моделювання показано, що в компенсованих електричних мережах при замиканні фази на землю реактивна потужність ушкодженого приєднання, яку знайдено за допомогою гармонічних складових виділених зі струму і напруги нульової послідовності для частот, більших за 100-150 Гц, є додатною незалежно від ступеня компенсації ємнісного струму реактором, що може бути покладено в основу роботи селективного захисту.

2. Розроблено метод селективного захисту електричної мережі від замикань фази на землю, при використанні якого для зменшення впливу аперіодичних складових знаходять спочатку похідні струму і напруги нульової послідовності, а потім за допомогою перетворення Фур'є виділяють з них ряд гармонійних ортогональних складових, для кожної з яких розраховують реактивну

потужність і знаходять їх загальну суму, і якщо вона перевищує задану, то спрацьовує вихідний орган.

3. Достовірність розробленого методу селективного захисту підтверджено наведеними результатами математичного моделювання і перевіркою роботи дослі-дного зразка на лабораторному стенді та за допомо-гою натурних сигналів, які були записані цифровими реєстраторами при ОЗЗ на діючих підстанціях.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Shafiq M., Kiitam I., Taklaja P., Kütt L., Kauhaniemi K., Palu I. Identification and location of PD defects in medium voltage underground power cables using high frequency current transformer // *IEEE Access*. – 2019. – vol.7. – pp. 103608-103618. doi: [10.1109/ACCESS.2019.2930704](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2930704).
2. Marciniak L. General earth fault protection for MV networks using wavelet decomposition and Bayesian criterion // *E3S Web of Conferences*. – 2019. – vol.84. – p. 02007. doi: [10.1051/e3sconf/20198402007](https://doi.org/10.1051/e3sconf/20198402007).
3. Habrych M. Comparative performance study of the Hall sensor based directional ground fault protection in MV mining network with ineffective earthing // *Przegląd Elektrotechniczny*. – 2016. – no.8. – pp. 251-254. doi: [10.15199/48.2016.08.65](https://doi.org/10.15199/48.2016.08.65).
4. Kavaskar S., Mohanty N.K. Detection of high impedance fault in distribution networks // *Ain Shams Engineering Journal*. – 2019. – vol.10. – no.1. – pp. 5-13. doi: [10.1016/j.asej.2018.04.006](https://doi.org/10.1016/j.asej.2018.04.006).
5. Torres V., Guardado J.L., Ruiz H.F., Maximov S. Modeling and detection of high impedance faults // *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. – 2014. – vol.61. – pp. 163-172. doi: [10.1016/j.ijepes.2014.03.046](https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2014.03.046).
6. Daqing Hou. Detection of high-impedance faults in power distribution systems // *2007 Power Systems Conference: Advanced Metering, Protection, Control, Communication, and Distributed Resources*. – Clemson, SC. – 2007. – pp. 85-95. doi: [10.1109/PSAMP.2007.4740902](https://doi.org/10.1109/PSAMP.2007.4740902).
7. Marciniak L. Identyfikacja zwarć doziemnych wysokorezystancyjnych w sieciach średnich napięć // *Przegląd Elektrotechniczny*. – 2015. – no.8. – pp. 185-189. doi: [10.15199/48.2015.08.45](https://doi.org/10.15199/48.2015.08.45).
8. Syvokobylenko V.F., Lysenko V.A. Mathematical modeling of new algorithms for single-phase earth faults protection in a compensated electrical network // *Problemele Energeticii Regionale*. – 2019. – no.1-2(41). – pp. 1-11. doi: [10.5281/zenodo.3239135](https://doi.org/10.5281/zenodo.3239135).
9. Сивокобыленко В.Ф., Лысенко В.А. Микропроцессорная селективная защита от замыканий фазы на землю в электрических сетях с катушкой Петерсена в нейтрали // *Технічна електродинаміка*. – 2019. – №2. – С. 54-62. doi: [10.15407/techned2019.02.054](https://doi.org/10.15407/techned2019.02.054).
10. Marciniak L. Określenie nastaw zabezpieczenia ziemnozwarciowego z falkowymi kryteriami działania // *Przegląd Elektrotechniczny*. – 2014. – no.6. – pp. 261-264. doi: [10.12915/pe.2014.06.52](https://doi.org/10.12915/pe.2014.06.52).

#### REFERENCES

1. Shafiq M., Kiitam I., Taklaja P., Kütt L., Kauhaniemi K., Palu I. Identification and location of PD defects in medium voltage underground power cables using high frequency current transformer. *IEEE Access*, 2019, vol.7, pp. 103608-103618. doi: [10.1109/ACCESS.2019.2930704](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2930704).
2. Marciniak L. General earth fault protection for MV networks using wavelet decomposition and Bayesian criterion. *E3S Web of Conferences*, 2019, vol.84, p. 02007. doi: [10.1051/e3sconf/20198402007](https://doi.org/10.1051/e3sconf/20198402007).
3. Habrych M. Comparative performance study of the Hall sensor based directional ground fault protection in MV mining network with ineffective earthing. *Przegląd Elektrotechniczny*, 2016, no.8, pp. 251-254. doi: [10.15199/48.2016.08.65](https://doi.org/10.15199/48.2016.08.65).
4. Kavaskar S., Mohanty N.K. Detection of high impedance fault in distribution networks. *Ain Shams Engineering Journal*, 2019, vol.10, no.1, pp. 5-13. doi: [10.1016/j.asej.2018.04.006](https://doi.org/10.1016/j.asej.2018.04.006).
5. Torres V., Guardado J.L., Ruiz H.F., Maximov S. Modeling and detection of high impedance faults. *International Journal of*

*Electrical Power & Energy Systems*, 2014, vol.61, pp. 163-172.

doi: [10.1016/j.ijepes.2014.03.046](https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2014.03.046).

6. Daqing Hou. Detection of high-impedance faults in power distribution systems. *2007 Power Systems Conference: Advanced Metering, Protection, Control, Communication, and Distributed Resources*, Clemson, SC, 2007, pp. 85-95. doi: [10.1109/PSAMP.2007.4740902](https://doi.org/10.1109/PSAMP.2007.4740902).

7. Marciniak L. Identyfikacja zwarć doziemnych wysokorezystancyjnych w sieciach średnich napięć. *Przegląd Elektrotechniczny*, 2015, no.8, pp. 185-189. (Pol). doi: [10.15199/48.2015.08.45](https://doi.org/10.15199/48.2015.08.45).

8. Syvokobylenko V.F., Lysenko V.A. Mathematical modeling of new algorithms for single-phase earth faults protection in a compensated electrical network. *Problemele Energeticii Regionale*, 2019, no.1-2(41), pp. 1-11. doi: [10.5281/zenodo.3239135](https://doi.org/10.5281/zenodo.3239135).

9. Syvokobylenko V.F., Lysenko V.A. Microprocessor selective protection from the phase to the earth fault in electric networks with Petersen coil in neutral. *Technical Electrodynamics*, 2019, no.2, pp. 54-62. (Rus). doi: [10.15407/techned2019.02.054](https://doi.org/10.15407/techned2019.02.054).

10. Marciniak L. Określenie nastaw zabezpieczenia ziemnozwarciowego z falkowymi kryteriami działania. *Przegląd Elektrotechniczny*, 2014, no.6, pp. 261-264. (Pol). doi: [10.12915/pe.2014.06.52](https://doi.org/10.12915/pe.2014.06.52).

Надійшла (received) 11.10.2019

Сивокобыленко Віталій Федорович<sup>1</sup>, д.т.н., проф.,  
Лусенко Віктор Анатолійович<sup>1</sup>, к.т.н.,

<sup>1</sup>Донецький національний технічний університет,  
85300, Донецька обл., Покровськ, пл. Шибанкова, 2,  
e-mail: svf1934@gmail.com, viktor.lysenko@donntu.edu.ua

V.F. Syvokobylenko<sup>1</sup>, V.A. Lysenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Donetsk National Technical University,  
2, Shybankova Square, Pokrovsk, Donetsk region, 85300,  
Ukraine.

#### Multifrequency protecting method against earth-faults of phase in the compensated electric networks.

**Introduction.** A significant proportion of earth faults in 6 - 35 kV networks is a transient and short-lived process, which is followed by an electric arc. **Problem.** In such cases, earth-fault protection that responds to steady-state current and voltage is not able to operate properly. Also, the use of the Petersen coil to compensate for the capacitive earth fault current complicates the protection function because it significantly reduces the single phase earth fault current in steady state. **Purpose.** To develop selective single-phase earth faults protection algorithm using harmonic components that occur in zero-sequence currents and voltage in the transient process. **Method.** A mathematical model of the power supply system is applied to study the frequency components of currents and voltage of zero sequence in compensated electrical networks with phase-to-earth faults, and a mathematical model is used to test the operation of the developed protection algorithm. The **results** showed that, the reactive power for harmonic components of the frequency greater than 100 Hz, which are separated from the current and voltage of zero sequence in compensated electrical networks on the damaged feeder, is positive regardless of the degree of compensation of the capacitive current. That may be the basis of the principle of directional protection. **Originality.** Phase-to-earth fault selective protection algorithm has been developed. In that algorithm, first derivatives of currents and voltages of zero sequence are found, to reduce the influence of aperiodic components. And then, by using of the Fourier transform, a number of harmonic orthogonal components are extracted from them. Reactive power is calculated for each of frequency component and their total sum is found. If that sum excess of threshold, the relay will make a decision. The reliability of the developed protection algorithm is confirmed by the results of mathematical modeling and verification of the test sample at the laboratory stand and by means of field signals that were recorded by digital loggers at the substations. References 10, table 1, figures 6.

**Key words:** electrical network, earth fault protection, zero sequence current and voltage, Fourier transform, frequency spectrum.

M. Dehghani, Z. Montazeri, O.P. Malik, K. Al-Haddad, J. M. Guerrero, G. Dhiman

## A NEW METHODOLOGY CALLED DICE GAME OPTIMIZER FOR CAPACITOR PLACEMENT IN DISTRIBUTION SYSTEMS

*Purpose. Shunt capacitors are installed in power system for compensating reactive power. Therefore, feeder capacity releases, voltage profile improves and power loss reduces. However, determination optimal location and size of capacitors in distribution systems is a complex optimization problem. In order to determine the optimum size and location of the capacitor, an objective function which is generally defined based on capacitor installation costs and power losses should be minimized according to operational limitations. This paper offers a newly developed metaheuristic technique, named dice game optimizer to determine optimal size and location of capacitors in a distribution network. Dice game optimizer is a game based optimization technique that is based on the rules of the dice game. References 27, tables 3, figures 3.*

*Key words: capacitor placement, dice game optimizer, distribution systems, optimization algorithm.*

*Цель. Шунтирующие конденсаторы в энергосистеме устанавливаются для компенсации реактивной мощности. Следовательно, снижается емкость фидера, улучшается профиль напряжения и снижаются потери мощности. Однако определение оптимального местоположения и размера конденсаторов в системах распределения является сложной задачей оптимизации. Чтобы определить оптимальный размер и расположение конденсатора, целевую функцию, которая обычно определяется на основе затрат на установку конденсатора и потерь мощности, следует минимизировать в соответствии с эксплуатационными ограничениями. Данная статья предлагает недавно разработанный метаэвристический метод, называемый оптимизатором игры в кости, для определения оптимального размера и расположения конденсаторов в распределительной сети. Оптимизатор игры в кости – это игровой метод оптимизации, основанный на правилах игры в кости. Библиография 27, табл. 3, рис. 3.*

*Ключевые слова: размещение конденсаторов, оптимизатор игры в кости, системы распределения, алгоритм оптимизации.*

**Introduction.** Capacitor banks are widely used in distribution systems for power loss reducing, voltage profile improving, feeder capacity releasing, reactive power compensating and power factor correcting. To get the maximum profit, capacitors should be optimally placed in distribution systems. Therefore, optimal place of capacitors should be determined with the help of an optimization technique. There are different objective functions and several solving methods for capacitor placement problem. These suggested objective functions are: minimize the power loss, minimize the capacitor installation cost, improve the voltage profile, reduce the burden on existing lines, maximize the network stability, and etc [1]. In general, capacitor placement problem is a hybrid optimization problem which should be effectively solved by a superior optimization technique. These techniques can be divided into four classes: analytical, numerical programming, heuristic and artificial intelligence techniques [2]. Heuristic techniques are quick and practical tools, which reduce the total search space and can result in a solution close to the optimal place of the capacitor with confidence [3]. In recent decade, metaheuristic algorithms have received a significant attention to solve the optimal capacitor bank placement problem. Compared with the common search techniques that require continuity, convexity and differentiability of the problem under investigation, metaheuristic algorithms do not require the derivative information and use stochastic rules to solve the problem. In this regard, capacitor placement problem has been solved by metaheuristic algorithms such as: genetic algorithm (GA) [4], immune system (IS) algorithm [5], particle swarm optimisation (PSO) [6], tabu search (TS) [6], memetic algorithm (MA) [7], graph search algorithm [8], teaching-learning-based optimization (TLBO) [9], and ant colony

(AC) [10]. Other algorithms are also proposed to solve the capacitor replacement problem such as spring search algorithm (SSA) [11, 12], orientation search algorithm (OSA) [13], Donkey Theorem Optimization (DTO) [14], Following Optimization Algorithm (FOA) [15], binary orientation search algorithm [16], and group optimization (GO) [17].

### Paper contribution and purposes.

Due to the sufficiency of the metaheuristic techniques in optimization problems, in this study, the performance of a newly suggested metaheuristic technique which named dice game optimizer (DGO) is evaluated on capacitor placement problem. DGO is a game-based algorithm, which simulates rules of dice game and the searchers are a set of players.

This study proposes the dice game optimizer to obtain the optimal CBs placement and sizing in distribution systems. The proposed method aims to realize the following benefits:

- 1) studying the penetration of CBs to enhance the technical and economic issues of distribution systems;
- 2) technical objective is power loss reduction;
- 3) economic issue is considered as minimizing the costs of CBs;
- 4) applying the proposed method to standard radial distribution system;
- 5) increasing the awareness of the importance of penetration of CBs for enhancing the operation of electrical systems.

The rest of this paper has been organized as follows. Capacitor placement problem is defined in Section 2. DGO is introduced in section 3. Section 4, presented simulated results, and finally conclusion is given in Section 5.

### Problem formulation.

#### Objective function.

Since the major object of capacitor placement is to reduce the total losses and bring the buses voltages within the permissible bound while minimizing the total cost, so the objective function is defined as

$$OF = k_p P_{loss} + \sum_{j=1}^n k_j^c Q_j^c, \quad (1)$$

where  $OF$  is the total cost of the distribution network (\$),  $k_p$  is the equivalent cost per unit of power loss (\$/kW),  $P_{loss}$  is the power loss of the distribution network (kW),  $n$  is the number of buses,  $Q_j^c$  is the size of the capacitor installed at bus  $j$  and  $k_j^c$  is the corresponding cost per kVar.

#### Power loss calculation.

In an assumed  $\Pi$  model of the network in which  $I$  branch is attached to  $k$  bus in one hand and to the  $m$  bus on the other hand,  $k$  bus is closer to the root bus that is the net power goes from  $k$  to  $m$  bus. Fig. 1 represents the power flow through the series impedance of the branch.

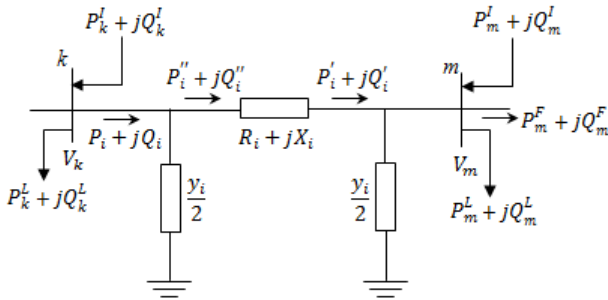


Fig. 1.  $\Pi$  model of a network

These flows are represented in (2) and (3), elaborately

$$P_i^I = P_m^L + P_m^F - P_m^I, \quad (2)$$

$$Q_i^I = Q_m^L + Q_m^F - Q_m^I - V_m^2 \frac{Y_i}{2}, \quad (3)$$

where  $L$ ,  $F$  and  $I$  subscripts represents the load, the flow and the injection respectively. Branch  $i$  let the power flow near bus  $k$ . This passage can be formulated as

$$P_i = P_i^I = P_i^I + R_i \frac{P_i^I{}^2 + Q_i^I{}^2}{V_m^2}, \quad (4)$$

$$Q_i = Q_i^I - V_k^2 \frac{Y_i}{2} = Q_i^I + X_i \frac{P_i^I{}^2 + Q_i^I{}^2}{V_m^2} - V_k^2 \frac{Y_i}{2}. \quad (5)$$

In order to calculate the power flow quantity in each branch of tree, it is computed recursively in a backward/anti clock-wise direction. Thus, the bus  $m$  complex voltage is computed as

$$V_m = \left[ V_k - \frac{P_i^I R_i + Q_i^I X_i}{V_k^*} \right] - j \left[ \frac{P_i^I X_i - Q_i^I R_i}{V_k^*} \right]. \quad (6)$$

The strategy of finding the magnitude and angle of all buses voltages of the tree is to compute this complex voltage in a forward direction.

This computation is done iteratively again and again till the voltage difference at loop breaking points

(breaking points of the tree) is placed within the acceptable limit. Hence the branch  $I$  active power loss ( $P_{Li}$ ) is measured as

$$P_{Li} = P_i^I - P_i^I = R_i \frac{P_i^I{}^2 + Q_i^I{}^2}{V_m^2}. \quad (7)$$

Accordingly, quantities of the system net active power loss is

$$P_L = \sum_{i=1}^N P_{Li}. \quad (8)$$

**Dice Game Optimizer [18].** Optimization algorithms is applied by researchers in various science such as energy [19, 20], power engineering [21-23], energy carriers [24, 25] and protection [26].

DGO is a game based optimization algorithm, which simulates rules of the old game named dice game. In DGO the initial position of the players is created randomly on the playing field (problem definition space).

In (9), the position « $d$ » of player « $i$ » is shown as  $x_i^d$

$$X_i = (x_i^1, \dots, x_i^d, \dots, x_i^n). \quad (9)$$

After the formation of the system, the rules are specified. Players compete with each other to determine the winner according to the rules of the game.

#### Calculation of each player's score.

In order to simulate the score of each player, a fitness function is used. It assigns higher score to the player with a better location. This parameter is computed according to

$$Score_i = \frac{fit_i - fit(player_{best})}{\sum_{j=1}^N fit_j - fit(player_{worst})}, \quad (10)$$

where  $Score_i$  is the score of player  $I$ ,  $fit_i$  is the value of the fitness function,  $N$  is the number of players,  $player_{best}$  is the position of the best player and  $player_{worst}$  is the position of the worst player.

These positions are indicated as

$$player_{best} = \text{location of } \min(fit_j) \& j \in \{1: N\}, \quad (11)$$

$$player_{worst} = \text{location of } \max(fit_j) \& j \in \{1: N\}. \quad (12)$$

#### Tossing dice for each player.

At this stage of the game each player tosses a dice once. A dice number is a discrete number between 1 and 6 that represents the number of player's guide of each player. The number of dice for each player is specified as

$$Dice_i = K \& K \in \{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\}, \quad (13)$$

where  $Dice_i$  is the dice number for  $i$ -th player. This number is specified by  $K$ .

#### Selection of the Guide's players for each player.

For each player, based on the number of dice ( $K$ ), guide players are selected randomly among the players. These players are specified as

$$X_{Guide_i}^k = X_1 : X_K, \quad (14)$$

where  $X_{Guide_i}^k$  is the position guide player number  $k$  of player « $i$ ».

#### Update of the position of each player.

Now  $X_i^{d,d}$  is calculated as



$$X^{i,d} = X_0^{i,d} + \sum_{k=1}^{Dice_i} \left( r_k \left( X^{i,d} - X_{Guide_k}^{k,d} \right) \text{sign} \left( Score_i - Score_{Guide_k} \right) \right), (15)$$

where  $r_k$  is the random number with normal distribution in the interval [0–1] and  $Score_{Guide_k}$  is the score of guide player number  $k$ .

**Simulations and results.** The case study that is considered in this paper is a 12.66 kV and 33-bus distribution network shown in Fig. 2. The total active and reactive loads of this system are 3715 kW and 2300 kVar, respectively. In this network, the power losses are 201.8925 kW. The system information has been adopted from [27]. The standard capacitors information is shown in Table 1. The performance of DGO is compared by the results obtained by PSO, which this comparison is specified in Table 2.

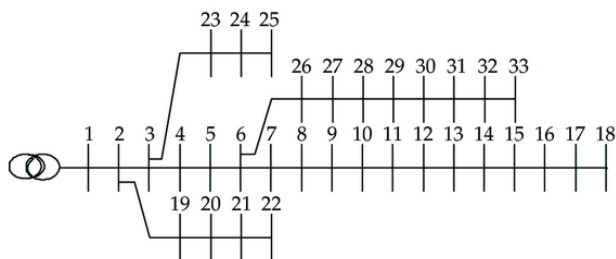


Fig. 2. Schematic of the 33-bus radial network

Standard capacitors information

$j$	1	2	3	4	5	6
$Q_j^c$ , kVar	150	300	450	600	750	900
$k_j^c$ , \$/kVar	0.5	0.35	0.253	0.22	0.276	0.183

Table 1

The simulation results of DGO and PSO

Index	Uncompensated	Algorithm	
		DGO	PSO
Annual cost, \$	33917.94	22573.54	22861.93
Network loss, kW	201.8925	131.5359	132.4847
Net saving, \$	N.A	11344.40	11056.01
Avg. time, s	N.A	53.43	58.39

Table 2

Over 30 independent runs, the best performance of DGO is 22573.54 \$ while PSO reaches to 22861.93 \$. It is clear that DGO gives better results than PSO. In solve the capacitor placement by DGO, the power losses are 131.5359 kW while in the solve the capacitor placement by PSO the power losses are 132.4847 kW. Table 3 lists the installed kVar at each bus of the network.

Optimal capacitor placement results

DGO		PSO	
Bus number	Capacitor (kVar)	Bus number	Capacitor (kVar)
11	600	2	900
24	450	7	450
30	600	15	300
33	300	29	450
–	–	31	450

Table 3

Based on the DGO result, the value of the installed capacitor at buses 11, 24, 30 and 33 is 600, 450, 600 and 300 kVar, respectively. In this case, the 33-bus

distribution network is compensated by 1950 kVar of capacitor. According to the PSO result, the value of installed capacitor at compensated buses 2, 7, 15, 29 and 31 is 900, 450, 300, 450 and 450 kVar, respectively. This means that the 33-bus distribution network is compensated by 2550 kVar of capacitor. Voltage profile of 33-bus distribution network shown in Fig. 3.

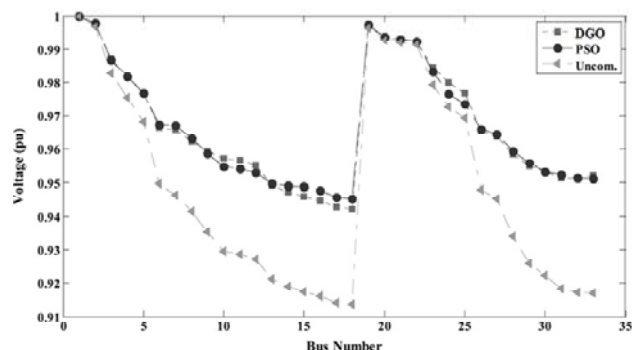


Fig. 3. Voltage profile of the 33-bus radial network

**Conclusion.** This paper proposes a new methodology for capacitor placement in distribution networks in order to power loss reduction and modify the voltage profile. The proposed methodology, which has applied here, is based on a new metaheuristic optimization technique, named dice game optimizer. In the simulation, it is looked that the results obtained by dice game optimizer are more precise than the results reported in the current literature. The convergence rate of dice game optimizer is good and it is looked that dice game optimizer solves the problem in less computational time than the other investigated techniques. As regard dice game optimizer is an efficient and rather simple algorithm, it would be suggested for various applications of power system engineering problems.

## REFERENCES

1. Aman M.M., Jasmon G.B., Bakar A.H.A., Mokhlis H., Karimi M. Optimum shunt capacitor placement in distribution system – A review and comparative study. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2014, vol. 30, pp. 429-439. doi: 10.1016/j.rser.2013.10.002.
2. Ng H.N., Salama M.M.A., Chikhani A.Y. Classification of capacitor allocation techniques. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2000, vol. 15, no. 1, pp. 387-392. doi: 10.1109/61.847278.
3. Da Silva I.C., Carneiro S., de Oliveira E.J., de Souza Costa J., Pereira J.L.R., Garcia P.A.N. A heuristic constructive algorithm for capacitor placement on distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2008, vol. 23, no. 4, pp. 1619-1626. doi: 10.1109/tpwrs.2008.2004742.
4. Haghifam M.-R., Malik O.P. Genetic algorithm-based approach for fixed and switchable capacitors placement in distribution systems with uncertainty and time varying loads. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2007, vol. 1, no. 2, p. 244. doi: 10.1049/iet-gtd:20045267.
5. Shyh-Jier Huang. An immune-based optimization method to capacitor placement in a radial distribution system. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2000, vol. 15, no. 2, pp. 744-749. doi: 10.1109/61.853014.
6. Lee C.-S., Ayala H.V.H., dos S. Coelho L. Capacitor placement of distribution systems using particle swarm optimization approaches. *International Journal of Electrical*

- Power & Energy Systems*, 2015, vol. 64, pp. 839-851. doi: **10.1016/j.ijepes.2014.07.069**.
7. Mendes A., Franca P.M., Lyra C., Pissarra C., Cavellucci C. Capacitor placement in large-sized radial distribution networks. *IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution*, 2005, vol. 152, no. 4, p. 496. doi: **10.1049/ip-gtd:20059015**.
8. Carlisle J. C., El-Keib A.A. A graph search algorithm for optimal placement of fixed and switched capacitors on radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2000, vol. 15, no. 1, pp. 423-428. doi: **10.1109/61.847284**.
9. Sultana S., Roy P.K. Optimal capacitor placement in radial distribution systems using teaching learning based optimization. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2014, vol. 54, pp. 387-398. doi: **10.1016/j.ijepes.2013.07.011**.
10. Kaur D., Sharma J. Multiperiod shunt capacitor allocation in radial distribution systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2013, vol. 52, pp. 247-253. doi: **10.1016/j.ijepes.2013.03.026**.
11. Dehghani M., Montazeri Z., Dehghani A., Nouri N., Seifi A. BSSA: Binary spring search algorithm. *2017 IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI)*, Dec. 2017. doi: **10.1109/kbei.2017.8324977**.
12. Dehghani M., Montazeri Z., Dehghani A., Seifi A. Spring search algorithm: A new meta-heuristic optimization algorithm inspired by Hooke's law. *2017 IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI)*, Dec. 2017. doi: **10.1109/kbei.2017.8324975**.
13. Dehghani M., Montazeri Z., Malik O.P., Ehsanifar A., Dehghani A. OSA: Orientation Search Algorithm. *International Journal of Industrial Electronics, Control and Optimization*, 2019, vol. 2, pp. 99-112.
14. Dehghani M., Mardaneh M., Malik O.P., NouraeiPour S.M. DTO: Donkey Theorem Optimization. *2019 27th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, Apr. 2019, pp. 1855-1859. doi: **10.1109/iranianee.2019.8786601**.
15. Dehghani M., Mardaneh M., Malik O. FOA: Following Optimization Algorithm for solving power engineering optimization problems. *Journal of Operation and Automation in Power Engineering*, 2020, vol. 8, iss. 1, pp. 57-64. doi: **10.22098/JOAPE.2019.5522.1414**.
16. Dehghani M., Montazeri Z., Malik O.P., Dhiman G., Kumar V. BOSA: Binary Orientation Search Algorithm International. *Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*, 2019, vol. 9, iss. 1, pp. 5306-5310. doi: **10.35940/ijitee.A4215.119119**.
17. Dehghani M., Montazeri Z., Dehghani A., Malik O.P. GO: Group Optimization. *Gazi University Journal of Science*, 2020, vol. 33.
18. Dehghani M., Montazeri Z., Malik O.P. DGO: Dice Game Optimizer. *Gazi University Journal of Science*, 2019, vol. 32, pp. 871-882. doi: **10.35378/gujs.484643**.
19. Dehghani M., Montazeri Z., Malik O.P. Energy commitment: a planning of energy carrier based on energy consumption. *Electrical engineering & electromechanics*, 2019, no.4, pp. 69-72. doi: **10.20998/2074-272X.2019.4.10**.
20. Montazeri Z., Niknam T. Optimal utilization of electrical energy from power plants based on final energy consumption using gravitational search algorithm. *Electrical engineering & electromechanics*, 2018, no.4, pp. 70-73. doi: **10.20998/2074-272X.2018.4.12**.
21. Dehbozorgi S., Ehsanifar A., Montazeri Z., Dehghani M., Seifi A. Line loss reduction and voltage profile improvement in radial distribution networks using battery energy storage system. *2017 IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI)*, Dec. 2017. doi: **10.1109/kbei.2017.8324976**.
22. Dehghani M., Mardaneh M., Montazeri Z., Ehsanifar A., Ebadi M.J., Grechko O.M. Spring search algorithm for simultaneous placement of distributed generation and capacitors. *Electrical engineering & electromechanics*, 2018, no.6, pp. 68-73. doi: **10.20998/2074-272X.2018.6.10**.
23. Dehghani M., Montazeri Z., Malik O.P. Optimal sizing and placement of capacitor banks and distributed generation in distribution systems using spring search algorithm. *International Journal of Emerging Electric Power Systems*, 2020, vol. 21. doi: **10.1515/ijeeps-2019-0217**.
24. Dehghani M., Montazeri Z., Ehsanifar A., Seifi A.R., Ebadi M.J., Grechko O.M. Planning of energy carriers based on final energy consumption using dynamic programming and particle swarm optimization. *Electrical engineering & electromechanics*, 2018, no.5, pp. 62-71. doi: **10.20998/2074-272X.2018.5.10**.
25. Montazeri Z., Niknam T. Energy carriers management based on energy consumption. *2017 IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI)*, Dec. 2017. doi: **10.1109/kbei.2017.8325036**.
26. Ehsanifar A., Dehghani M., Allahbakhshi M. Calculating the leakage inductance for transformer inter-turn fault detection using finite element method. *2017 Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, May 2017. doi: **10.1109/iranianee.2017.7985256**.
27. Baran M.E., Wu F.F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1989, vol. 4, no. 2, pp. 1401-1407. doi: **10.1109/61.25627**.

Received 24.12.2019

M. Dehghani<sup>1</sup>, Candidate of Power Engineering, PhD Student,  
Z. Montazeri<sup>1</sup>, Candidate of Power Engineering, PhD Student,  
O.P. Malik<sup>2</sup>, Doctor of Power Engineering, Professor,  
Kamal Al-Haddad<sup>3</sup>, FIEEE, FRSC, FACE, Professor,  
Josep M. Guerrero<sup>4</sup>, Doctor of Power Electronics, Professor,  
G. Dhiman<sup>5</sup>, Doctor of Computer Engineering, Assistant  
Professor,

<sup>1</sup> Department of Electrical and Electronics Engineering,  
Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran,  
e-mail: adanbax@gmail.com, Z.Montazeri@sutech.ac.ir

<sup>2</sup> Department of Electrical Engineering,  
University of Calgary, Calgary Alberta Canada,  
e-mail: maliko@ucalgary.ca

<sup>3</sup> École de technologie supérieure,  
University of Quebec, Montreal, Canada,  
e-mail: kamal.al-haddad@etsmtl.ca

<sup>4</sup> Department of Energy Technology,  
Aalborg University, Aalborg, Denmark,  
e-mail: joz@et.aau.dk

<sup>5</sup> Department of Computer Science,  
Government Bikram College of Commerce,  
Patiala, Punjab 147004, India,  
e-mail: gaurav.dhiman@thapar.edu

Г.В. Омеляненко, Л.В. Оверьянова, А.С. Маслий

## ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ОБМОТКИ ЯКОРЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ИНЕРЦИОННОГО НАКОПИТЕЛЯ ЭНЕРГИИ ДЛЯ ПРИГОРОДНОГО ЭЛЕКТРОПОЕЗДА

*Мета.* Встановлення аналітичних виразів машинних постійних і електромагнітних параметрів для специфічної схеми обмотки якоря електромеханічного перетворювача інерційного накопичувача енергії у вигляді оберненої електричної машини постійного струму з напівпровідниковим комутатором і збудженням від постійних магнітів. *Методика.* Для проведення досліджень використана теорія електричних кіл, метод ділянок для знаходження взаємної індуктивності котушок обмотки якоря. *Результати.* Встановлено зв'язок параметрів машинних постійних, активного та індуктивного опорів з конфігурацією, схемою з'єднання і геометричними розмірами обмотки якоря. *Наукова новизна.* Для специфічних схем якорних обмоток системи електромеханічного перетворення енергії інерційних накопичувачів знайдені аналітичні вирази машинних постійних і електромагнітних параметрів, які визначають показники енергії обміну і потужності накопичувача. *Практичне значення.* Розроблені рекомендації щодо визначення машинних постійних і електромагнітних параметрів інерційних електромеханічних накопичувачів енергії дозволяють оцінити властивості пристроїв такого типу на борту рухомого складу. Бібл. 7, табл. 1, рис. 6.

*Ключові слова:* інерційний електромеханічний накопичувач енергії, електромеханічний перетворювач, обмотка якоря, машинні постійні, активний опір, індуктивний опір.

*Цель.* Установление аналитических выражений машинных постоянных и электромагнитных параметров для специфической схемы обмотки якоря електромеханического преобразователя инерционного накопителя энергии в виде обращенной электрической машины постоянного тока с полупроводниковым коммутатором и возбуждением от постоянных магнитов. *Методика.* Для проведения исследований использована теория электрических цепей, метод участков для нахождения взаимной индуктивности катушек обмотки якоря. *Результаты.* Установлена связь параметров машинных постоянных, активного и индуктивного сопротивлений с конфигурацией, схемой соединения и геометрическими размерами обмотки якоря. *Научная новизна.* Для специфических схем якорных обмоток системы электромеханического преобразования энергии инерционного накопителя найдены аналитические выражения машинных постоянных и электромагнитных параметров, которые определяют показатели энергии обмена и мощности накопителя. *Практическое значение.* Разработанные рекомендации по определению машинных постоянных и электромагнитных параметров инерционных электромеханических накопителей энергии позволяют оценить свойства устройств такого типа на борту подвижного состава. Библ. 7, табл. 1, рис. 5.

*Ключевые слова:* инерционный электромеханический накопитель энергии, электромеханический преобразователь, обмотка якоря, машинные постоянные, активное сопротивление, индуктивное сопротивление.

**Введение.** Использование накопителей энергии, как в тяговой сети, так и на подвижном составе железных дорог является одним из эффективных средств экономии энергетических ресурсов и защиты окружающей среды. Из известных на сегодняшний день четырех типов накопителей, пригодных для этих целей (двухслойные конденсаторы, литиево-ионные аккумуляторы, маховики и сверхпроводящие магниты), сейчас реализованы лишь три первых типа [1-3]. Причем на опытном образце пригородного подвижного состава – только инерционного типа, представляющего собой агрегат, который состоит из маховика цилиндрической формы, сочлененного на одном валу с синхронной электрической машиной [4].

Более компактная конструкция инерционного электромеханического накопителя энергии (ИЭМНЭ) имеет место, когда электромеханический преобразователь, представляя машину постоянного тока с тиристорным коммутатором, располагается внутри полового цилиндрического маховика. Проект такого накопителя был разработан ранее в НТУ «ХПИ» для тяговой сети метрополитена [5]. Однако его параметры и рабочие характеристики подобраны таким образом, чтобы взаимодействовать с нагрузкой – тяговой сетью, как правило, с несущественно изменяющимся напряжением.

Работа ИЭМНЭ на электроподвижном составе (ЭПС) характеризуется другими условиями протека-

ния процесса обмена энергией между накопителем и нагрузкой – тяговыми двигателями. Здесь в режиме торможения и разгона ЭПС имеют место существенные изменения характера и уровня напряжений на тяговых двигателях и накопителе. Применение ИЭМНЭ на подвижном составе дает возможность утилизировать энергию торможения и использовать ее в дальнейшем для разгона поезда, что обеспечивает эффективную энергосберегающую технологию электротранспорта. Накопленная энергия циркулирует в системе тягового электропривода, что дает экономию до 30% электроэнергии, затрачиваемой на тягу [6].

Поэтому исследование параметров такого рода накопителей в условиях их функционирования на ЭПС на сегодняшний день является перспективным направлением.

В статье авторами исследуется ИЭМНЭ, который представляет собой сочетание маховика и системы электромеханического преобразования энергии (СЭМПЭ), в качестве которой принята обращенная электрическая машина постоянного тока с полупроводниковым коммутатором на IGBT транзисторах и возбуждением от постоянных магнитов (рис. 1). Наряду с магнитной системой индуктора, конфигурация, схема соединения и геометрические размеры обмотки якоря являются определяющими в получении требуемой мощности СЭМПЭ.

© Г.В. Омеляненко, Л.В. Оверьянова, А.С. Маслий

**Целью работы** является установление аналитических выражений машинных постоянных и электромагнитных параметров для специфических схем якорных обмоток электромеханического преобразователя инерционного накопителя энергии.

**Математическая модель СЭМПЭ накопителя.**

Математическая модель процессов электромеханического преобразования энергии в ИЭМНЭ связывает его геометрические и электрофизические параметры с показателями мощности и энергии, а также определяет рабочие свойства СЭМПЭ в различных режимах работы.

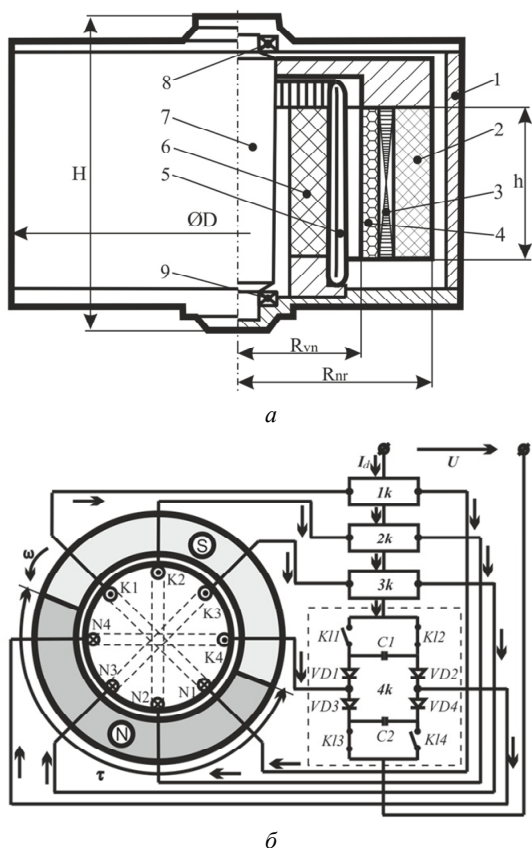


Рис. 1. Инерционный накопитель энергии:

а) устройство аккумулятора; б) схема СЭМПЭ:

- 1 – вакуумный кожух; 2 – маховик; 3 – ферромагнитный экран; 4 – постоянные магниты; 5 – обмотка якоря; 6 – корпус статора; 7 – вал; 8, 9 – подшипниковые узлы;  $H, D$  – габаритные высота и диаметр накопителя;  $R_{vn}, R_{nr}$  – внутренний, наружный радиусы маховика;  $h$  – высота маховика;  $\omega$  – частота вращения ротора;  $\tau$  – полюсное деление;  $1k \dots 4k$  – коммутаторы;  $K11, K12, K13, K14$  – ключи;  $VD1, VD2, VD3, VD4$  – диоды;  $C1, C2$  – конденсаторы;  $I_d$  – ток источника;  $U$  – напряжение на зажимах

Выражение, связывающее частоту вращения ротора  $n_n$  с геометрическими и электромагнитными параметрами накопителя получено на основании уравнения равновесия моментов.

Соотношение, связывающие напряжение  $u_n$  и ток  $i_n$  в СЭМПЭ как компонент мгновенных значений электромагнитной мощности, получено из уравнений равновесия напряжений в обмотке якоря.

Математическая модель, описывающая процессы в СЭМПЭ накопителя в режимах запасания и выдачи энергии, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dn_n}{dt} = \frac{C_{mn} B_{sr} i_n}{\pi/30 J}, \\ \frac{di_n}{dt} = \frac{u_n - C_{en} B_{sr} n_n \sin \theta - R_n i_n}{L_n}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{dn_n}{dt} = -\frac{C_{mn} B_{sr} i_n}{\pi/30 J}, \\ \frac{di_n}{dt} = \frac{C_{en} B_{sr} n_n \sin \theta - u_n - R_n i_n}{L_n}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $C_{mn}, C_{en}$  – машинные постоянные;  $B_{sr}$  – среднее значение индукции;  $J$  – момент инерции маховика;  $\theta$  – угол нагрузки между осью магнитного поля индуктора и магнитного поля, созданного током якоря;  $R_n, L_n$  – активное сопротивление и индуктивность обмотки.

Параметры накопителя, входящие в соотношения (1), (2), определяются формой и размерами его ротора и статора, системой возбуждения индуктора, схемой и конфигурацией обмотки якоря, а также уровнем электромагнитных и механических нагрузок всех перечисленных компонент накопителя.

В статье уделяется внимание установлению связи параметров  $C_{mn}, C_{en}, L_n$  и  $R_n$  с конфигурацией, схемой соединения и геометрическими размерами обмотки якоря.

**Конфигурация и схемы соединения обмотки якоря СЭМПЭ.** Обмотка якоря, являясь определяющим элементом СЭМПЭ накопителя, должна удовлетворять следующим требованиям:

- обеспечивать заданные величины напряжения и тока нагрузки на зажимах машины, соответствующие требуемой мощности;
- обеспечивать удовлетворительные условия изменения направления протекания тока в фазах, то есть процесса коммутации;
- обладать необходимой механической, электрической и термической прочностью, при минимальном расходе материала, а также технологичностью изготовления.

Основным элементом обмотки якоря здесь, как и в обычных машинах постоянного тока, является секция, которая состоит из одного или некоторого количества последовательно соединенных витков. Активные стороны секции располагаются в двух слоях пазов под полюсами разной полярности на расстоянии полюсного деления  $\tau$ . По внешнему очертанию контуров обмотки могут быть волновыми и петлевыми.

Секции обмоток, обладающие электрической и магнитной симметрией, смежные стороны которых располагаются в разных слоях одного паза, соединяясь либо встречно-последовательно, либо встречно-параллельно, формируют фазы обмотки. Схема соединения секций в фазе обмотки якоря зависит от требуемого значения напряжения и тока машины.

Каждая фаза включается в качестве нагрузки в диагональ мостовых инверторов тока, которые, в свою очередь, соединяясь последовательно, образуют обмотку якоря.

Так, на рис. 2, приведены обмотки волнового и петлевого типов, фазы которых образуются встречно-последовательным включением секций. Здесь концы секций  $K1, K2, K3, K4$  соединяются последовательно с концами секций  $K5, K6, K7, K8$ , соответственно, а начала секции  $N1$  и  $N5, N2$  и  $N6, N3$  и  $N7, N4$  и  $N8$  присоединяются в качестве нагрузки в диагональ инверторов мостового типа 1, 2, 3 и 4, соответственно.

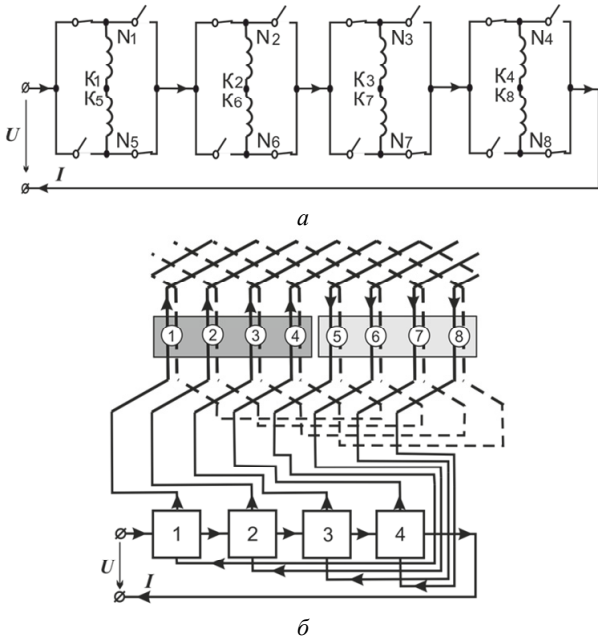


Рис. 2. Встречно-последовательное включение фаз (а), и волновой тип обмотки (б)

На рис. 3. приведены обмотки волнового и петлевого типов, фазы которых образуются встречно-параллельным включением секций. Здесь начала секций  $N1, N2, N3, N4$  объединяются в узлы концами секций  $K5, K6, K7, K8$ , соответственно, а концы секций  $K1, K2, K3, K4$  также в узлы с началами секций  $N5, N6, N7, N8$ , соответственно. Узлами  $N1, K5$  и  $K1, N5, N2, K6$  и  $K2, N6, N3, K7$  и  $K3, N7, N4, K8$  и  $K4, N8$  фазы присоединяются в качестве нагрузки в диагонали инверторов мостового типа 1, 2, 3 и 4, соответственно.

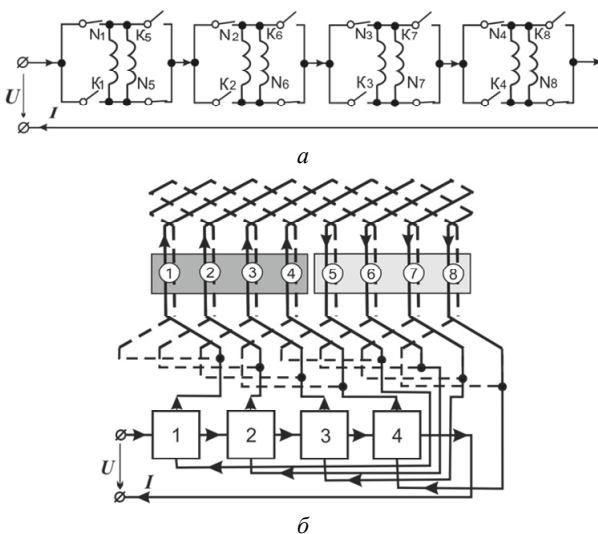


Рис. 3. Встречно-параллельное включение фаз (а), и петлевой тип обмотка (б)

Из приведенных схем очевидно, что:

- схемы обмоток, выполненные из секций волнового и петлевого типа, практически не отличаются друг от друга;

- при формировании фаз из секций при последовательном их соединении возможно получение большей величины напряжения на входе машины, чем при параллельном соединении, а при параллельном соединении – больший ток;

- количество секций в фазе обмотки определяется числом полюсов машины.

Такие схемы соединения обмоток дают возможность регулировать величину напряжения в процессе работы накопителя путем включения и отключения работающих фаз СЭМПЭ, а также изменением угла нагрузки  $\theta$ .

**Определение машинных постоянных и электромагнитных параметров.** Машинная постоянная  $C_{en}$  аналитически определяется, исходя из выражения для мгновенного значения ЭДС, наводимого в прямолинейных проводниках длиной  $l_{ef}$ , движущихся со скоростью  $V$  в магнитном поле с индукцией  $B_{sr}$

$$e = 2B_{sr}l_{ef}V. \quad (3)$$

Эффективная длина проводника здесь определяется по формуле

$$l_{ef} = \frac{2pwN_f l_a}{a}, \quad (4)$$

где  $2p$  – число полюсов;  $w$  – число витков в секции;  $N_f$  – число фаз;  $l_a$  – активная длина обмотки якоря;  $a$  – число параллельных ветвей в фазе.

Выразив линейную скорость  $V$  через частоту вращения ротора  $n_n$

$$V = \frac{p\pi n_n}{30}, \quad (5)$$

и подставив (4), (5) в (3), получим

$$e = \frac{0,13p^2wN_f l_a}{a} B_{sr} n_n \sin \theta. \quad (6)$$

Соотношение

$$C_{en} = \frac{2p^2wN_f l_a}{15a}, \quad (7)$$

которое определяется только геометрическими параметрами машины и не зависит от режимов ее работы, назовем машинной постоянной  $C_{en}$ .

Машинная постоянная  $C_{mн}$  определяется исходя из выражения для электромагнитного момента

$$M_{em} = F_e \frac{D_a}{2}, \quad (8)$$

где  $D_a$  – диаметр якоря;  $F_e$  – эквивалентная сила, действующая на эффективный проводник длиной  $l_e$  с током  $i_a$  в магнитном поле  $B_{sr}$

$$F_e = B_{sr} l_e i_a, \quad (9)$$

где  $i_a = I/a$  – ток в параллельной ветви фазы.

Эффективная длина проводника определяется как

$$l_e = 2pwN_f l_a. \quad (10)$$

После подстановки (10) и (9) в (8) получим

$$M_{em} = \frac{2pwN_f l_a D_a}{a} B_{sr} I. \quad (11)$$

Соотношение

$$C_{mn} = \frac{2pwN_f l_a D_a}{a}, \quad (12)$$

определяющееся только геометрическими параметрами машины и независящее от режимов ее работы назовем машинной постоянной  $C_{mn}$ .

Активное сопротивление  $R_n$  и индуктивность  $L_n$  СЭМПЭ определяются путем суммирования этих параметров для отдельных элементов фаз, схемы замещения которых представлены на рис. 4. Поскольку указанные на этом рисунке параметры существенно зависят от геометрии секций обмотки, одним из важных для нас вопросом был вопрос – какой расчетной конфигурацией заменить реальную конфигурацию секции? Мы приняли в качестве расчетной конфигурации прямоугольник со сторонами  $2a$  и  $2b$ . Причем, сторона  $2b$  принималась равной полюсному делению  $\tau$ . Эквивалентность расчетной конфигурации реальной обеспечивалась увеличением стороны прямоугольника  $2a$  на две длины разности между длиной лобовой части обмотки якоря  $l_b$  и полюсным делением  $\tau$

$$l_b = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \left( \arcsin \frac{(l_1 + b_l) Z_P}{2\pi R_l} \right), \quad (13)$$

где  $l_1$  – расстояние между лобовыми частями двух соседних катушечных сторон;  $b_l$  – ширина катушечной стороны в лобовой части;  $Z_P$  – число пазов якоря;  $R_l$  – радиус окружности, на котором расположена лобовая часть обмотки.

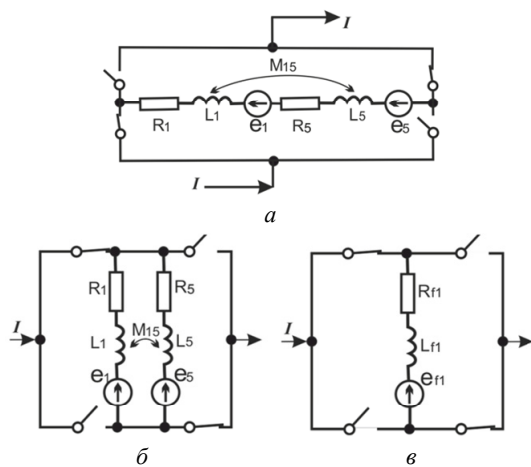


Рис. 4 Схема замещения:

*a* – двух секций обмотки, включенных последовательно и принадлежащих одной фазе; *b* – двух секций обмотки включенных параллельно и принадлежащих одной фазе; *c* – фазы обмотки;  $R_1, R_5$  – активное сопротивление секций;  $L_1, L_5$  – индуктивность секций;  $e_1, e_5$  – ЭДС секций;  $M_{15}$  – взаимная индуктивность секций одной фазы;  $R_l, L_l, e_l$  – эквивалентные активное сопротивление, индуктивность, ЭДС фазы соответственно

Таким образом, для расчета активного сопротивления и индуктивности в схемах замещения обмотки якоря в качестве секции принимался прямоугольник с размерами  $2a \times 2b$ . Сторона  $2b$  принималась равной полюсному делению, а сторона  $2a$  определялась как приведенная длина якоря

$$l'_a = l_a + 2(l_b - \tau). \quad (14)$$

Расчет активного сопротивления для обмотки якоря при  $a$  параллельных ветвях и сечении  $s_a$  эффективного медного проводника обмотки с удельным сопротивлением  $\rho$  производим по следующей формуле

$$R_n = \rho \frac{N_f 2pw l'_a}{s_a a^2}. \quad (15)$$

Что касается индуктивности как фазы, так и обмотки в целом, то в ее значение вносит вклад, как собственная, так и взаимная индуктивность катушек якорной обмотки.

Индуктивность фазы обмотки определяется как

$$L_f = N_k L_k + N_k \sum_{k=1}^{N_k-1} M_{k,k+N_f}, \quad (16)$$

где  $N_k$  – число катушек в фазе;  $L_k$  – собственная индуктивность катушки;  $M_{k,k+N_f}$  – взаимная индуктивность катушек в фазе.

Собственная индуктивность катушки определяется согласно по формуле

$$L_k = \frac{2\mu_0}{\pi} w^2 (a+b) \left[ \ln \frac{8ab}{h_1+h_2} - \frac{b}{a+b} \times \left( 0,693 + \ln \left( b + \sqrt{a^2 + b^2} \right) \right) - \frac{a}{a+b} \times \left( 0,693 + \ln \left( a + \sqrt{a^2 + b^2} \right) \right) + \frac{2\sqrt{a^2 + b^2}}{a+b} - 0,5 + 0,224 \frac{h_1+h_2}{a+b} \right]; \quad (17)$$

где  $h_1$  и  $h_2$  – высота и ширина поперечного сечения катушки секции;  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная.

Параметры  $a$  и  $b$  определяются как:

$$a = \frac{l'_a}{2}; \quad b = \frac{\tau}{2}.$$

Для нахождения взаимной индуктивности катушек обмотки представим их в виде бесконечно тонких одновитковых контуров прямоугольной формы, расположенных в трехмерном пространстве XYZ и смещенных друг относительно друга на расстояние  $x_s, y_s, z_s$  по осям  $x, y$  и  $z$ , соответственно [7].

Связывая начало декартовой системы координат с геометрическим центром контура, совпадающего со средним витком первой катушки обмотки, и полагая, что положение контура, заменяющего вторую катушку обмотки, ориентируется по координатам его центра, взаимную индуктивность между ними найдем согласно

$$M_{15} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l_1} \oint_{l_2} \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r}, \quad (18)$$

где  $l_1$  и  $l_2$  – контуры первой и второй катушек обмотки, соответственно;  $r$  – расстояние между элементами  $dl_1$  и  $dl_2$  по оси OZ.

Воспользуемся методом участков. Так как в числителе подинтегрального выражения (18) стоит скалярное произведение векторов, не нулевой вклад во взаимную индуктивность вносят слагаемые, соответствующие взаимодействию параллельных сторон конту-

ров  $l_1$  и  $l_2$ . Двойной контурный интеграл представим в виде суммы

$$I = I^{(1)} + I^{(2)}, \quad (19)$$

где  $I^{(1)}$  – представляет собой сумму интегралов по тем прямолинейным участкам контуров, которые параллельны оси  $x$ ;  $I^{(2)}$  – сумма интегралов по участкам, параллельным оси  $y$ .

Учитывая нумерацию участков контуров можно записать

$$I^{(1)} = I_{11} + I_{12} + I_{22} + I_{21},$$

$$I^{(2)} = I_{33} + I_{34} + I_{44} + I_{43},$$

где  $I_{mn}$  – интегралы по прямолинейным параллельным участкам контуров, причем индекс  $m$  соответствует номеру участка контура первой обмотки, а индекс  $n$  соответствует номеру участка второй обмотки. Все эти интегралы имеют общий вид

$$I_{mn} = \int_{\alpha_1 \alpha_2}^{\beta_1 \beta_2} \frac{d\varepsilon_1 \cdot d\varepsilon_2}{\sqrt{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 + \Delta^2 + Z^2}}, \quad (20)$$

где  $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$  – пределы интегрирования;  $\varepsilon_1=x_1, \varepsilon_2=x_2$  – переменные интегрирования для участков, параллельных оси  $x$ ;  $\varepsilon_1=y_1, \varepsilon_2=y_2$  – переменные интегрирования для участков, параллельных оси  $y$ ;  $\Delta$  – для участков, параллельных оси  $x$  принимаем как разность координат  $y$ , для участков, параллельных оси  $y$  принимаем как разность координат  $x$ .

Полагая, что расстояние по оси  $Z$  между катушками известно и  $\Gamma=\Delta^2+Z^2$ , интеграл (20) можно представить в виде

$$\begin{aligned} I_{mn} = & (\alpha_2 - \alpha_1) \ln \left[ (\alpha_2 - \alpha_1) + \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + \Gamma} \right] - \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + \Gamma} - \\ & - (\alpha_2 - \beta_1) \ln \left[ (\alpha_2 - \beta_1) + \sqrt{(\alpha_2 - \beta_1)^2 + \Gamma} \right] + \sqrt{(\alpha_2 - \beta_1)^2 + \Gamma} - \\ & - (\beta_2 - \beta_1) \ln \left[ (\beta_2 - \beta_1) + \sqrt{(\beta_2 - \beta_1)^2 + \Gamma} \right] + \sqrt{(\beta_2 - \beta_1)^2 + \Gamma} + \\ & + (\beta_2 - \alpha_1) \ln \left[ (\beta_2 - \alpha_1) + \sqrt{(\beta_2 - \alpha_1)^2 + \Gamma} \right] - \sqrt{(\beta_2 - \alpha_1)^2 + \Gamma}. \end{aligned}$$

Пределы интегрирования для интегралов  $I_{mn}$  представлены в табл. 1, где  $k$  – номер интеграла.

Таблица 1

Значения параметров интеграла

$I_{mn}$	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\Delta$	$k$	$j$	Знак
$I_{11}$	$-a$	$a$	$x_s - c$	$x_s + c$	$y_s + d - b$	1	1	+
$I_{12}$	$-a$	$a$	$x_s - c$	$x_s + c$	$y_s - d - b$	2	1	-
$I_{22}$	$-a$	$a$	$x_s - c$	$x_s + c$	$y_s - d + b$	3	1	+
$I_{21}$	$-a$	$a$	$x_s - c$	$x_s + c$	$y_s + d + b$	4	1	-
$I_{33}$	$-b$	$b$	$y_s - d$	$y_s + d$	$x_s - c + a$	1	2	+
$I_{34}$	$-b$	$b$	$y_s - d$	$y_s + d$	$x_s + c + a$	2	2	-
$I_{44}$	$-b$	$b$	$y_s - d$	$y_s + d$	$x_s + c - a$	3	2	+
$I_{43}$	$-b$	$b$	$y_s - d$	$y_s + d$	$x_s - c - a$	4	2	-

С учетом табл. 1 вместо формулы (18) можно записать

$$M_{15} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^4 (-1)^{k+1} I_k^{(j)}. \quad (21)$$

На базе полученных соотношений найдем слагаемые взаимных индуктивностей в формуле (16) на примере

четырёхфазной двухполюсной машины при встречно-параллельном включении катушек фаз якоря.

Схема магнитных связей этой обмотки приведена на рис. 5,а. Взаимоиндуктивность между секциями обмотки представим в виде двух составляющих – пазовой  $M_{pch}$  и лобовой  $M_{lch}$ . Если участие пазовой части в создании потоков взаимной индукции между секциями очевидно, то вклад лобовых частей наглядно иллюстрирует рис. 5,б.

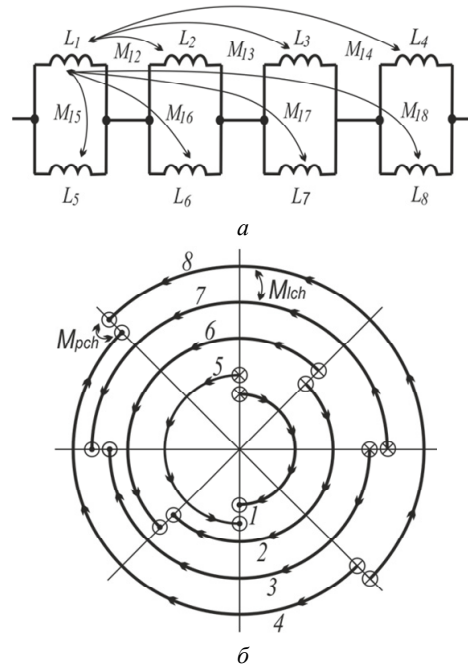


Рис. 5. Полные магнитные связи катушек обмотки якоря (а), связи в лобовых частях (б)

При допущении, что доля взаимной индукции между лобовыми частями секций пропорциональна длине их взаимного перекрытия, получаем следующие результаты. Во-первых, очевидно, что при нахождении индуктивности фазы обмотки якоря сказываются лишь потоки взаимной индукции пазовых частей смежных катушек, а лобовые части не принимают участие. Во-вторых, при нахождении полной индуктивности одной катушки якорной обмотки коэффициенты взаимной индукции лобовых частей компенсируются, и полная индуктивность катушки определяется как

$$\begin{aligned} M_{1\Sigma} &= \frac{3}{4} M_{lch} - \frac{2}{4} M_{lch} + \frac{1}{4} M_{lch} + \\ & 2M_{pch} - \frac{1}{4} M_{lch} - \frac{2}{4} M_{lch} - \frac{3}{4} M_{lch}. \end{aligned} \quad (22)$$

$$M_{1\Sigma} = 2M_{pch}$$

В итоге для случая встречно-параллельного и встречно-последовательного включения катушек выражения эквивалентной индуктивности фазы, соответственно, примут вид:

$$L_{fpr} = \frac{L_k + 2w^2 M_{pch}}{N_k}; \quad (23)$$

$$L_{fps} = N_k (L_k + 2w^2 M_{pch}). \quad (24)$$

Эквивалентные индуктивности обмотки машины в целом при встречно-последовательном и встречно-

параллельном соединении катушек в фазе, соответственно, будут равны:

$$L_{Mps} = N_f N_k (L_k + 2w^2 M_{pch}), \quad (25)$$

$$L_{Mpr} = \frac{N_f (L_k + 2w^2 M_{pch})}{N_k}. \quad (26)$$

**Полученные результаты.** На примере четырех- полюсной электрической машины тестового накопителя предлагается установить связь параметров машинных постоянных  $C_{mn}$  и  $C_{en}$ , индуктивности  $L_n$  и активного сопротивления  $R_n$  с конфигурацией, схемой соединения и геометрическими размерами обмотки якоря воспользовавшись аналитическими выражениями, полученными выше.

В качестве исходных данных для тестовой модели ИЭМНЭ примем величину энергии, которая высвобождается при остановочном электродинамическом торможении секции электропоезда ЭР2Т, состоящей из головного и моторного вагонов, массой 117 т от скорости 45 км/ч до 0 км/ч на горизонтальном участке пути длиной 675 м. Эта величина соответствует энергии обмена проектируемой накопительной системы. В расчёте на два тяговых двигателя она составляет 5,2 МДж. Система электромеханического преобразования энергии должна обеспечивать выдачу и прием электрической энергии при максимальном напряжении 700 В и номинальном токе 400 А.

Исходя из уровня энергии обмена накопителя и монтажного объема, отводимого под накопительную систему на подвижном составе пригородного электропоезда, принимаем следующие геометрические размеры маховика: внешний радиус ротора – 0,225 м, внутренний радиус – 0,11 м, высота – 0,335 м. Частота вращения ротора – 18550 об/мин.

Базируясь на полученных закономерностях, были найдены геометрические и электромагнитные параметры для системы электромеханического преобразования энергии тестового накопителя. Это четырех-полюсная машина с петлевой обмоткой, выполненной по схеме встречно-последовательного соединения катушек в фазе, со следующими геометрическими параметрами: диаметр якоря – 0,214 м; активная длина якоря – 0,255 м; число фаз – 4; число катушек в фазе – 4; число витков в катушке – 2; размеры катушки без учета лобовой части – 0,253×0,168 м; поперечное сечение катушки – 80 мм<sup>2</sup>; «вылет» лобовой части катушки – 0,075 м. Получены геометрические постоянные  $C_{mn}$  и  $C_{en}$  – 1,75 м<sup>2</sup> и 0,182 м<sup>2</sup>, соответственно, а также активное сопротивление 0,005 Ом и эквивалентная индуктивность – 3,05·10<sup>-5</sup> Гн.

При выборе геометрических размеров и схемы соединения обмотки необходимо руководствоваться следующим: получение высокого значения напряжения возможно путем формирования фаз из встречно-последовательно включенных катушек, а значительного тока – встречно-параллельным их соединением. При необходимости получения требуемых компонент мощности возможно также смешанное соединение катушек в фазе. Количество катушек в фазе должно быть кратно числу полюсов машины. В виду того, что статор не содержит ферромагнетика, обмотку якоря следует рас-

полагать ближе к его наружной поверхности, то есть к источнику магнитного поля.

#### **Выводы.**

1. Разработанная математическая модель работы инерционного электромеханического накопителя энергии отражает связь его показателей энергии обмена и мощности с геометрическими и электрофизическими параметрами, как аккумулятора энергии, так и системы электромеханического преобразователя. Особенностью модели является оперирование машинными постоянными при определении электродвижущей силы и электромагнитного момента. Математическая модель позволяет проводить дальнейшее исследование режимов работы инерционного электромеханического накопителя энергии в составе тягового привода в режимах торможения и разгона электроподвижного состава.

2. Установлена связь геометрических размеров катушек, а также схем их соединения при формировании обмотки якоря с такими параметрами как значения машинных постоянных, активного сопротивления и индуктивности, как отдельных фаз, так и обмотки якоря в целом.

3. Показано, что получение требуемых компонент мощности (тока и напряжения) системы электромеханического преобразования энергии обеспечивается формированием фаз из встречно-последовательно либо из встречно-параллельно соединенных смежных катушек обмотки якоря, количество которых в фазе должно быть кратным числу полюсов индуктора.

4. Предложенные специфические схемы соединения обмоток дают возможность регулировать величину напряжения в процессе работы накопителя путем включения и отключения работающих фаз системы электромеханического преобразования энергии, а также изменением угла нагрузки  $\theta$ .

#### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Doki T., Takahara E., Yamada J. A study for electric double layer capacitor series connection for railway traction // Proc. of IEE 2003 Japan Industry Appl. Soc. Conf. – 2003. – vol. 3. – pp. 179-182.
2. Sameshima H., Ogasa M., Yamamoto T. On-board characteristics of rechargeable lithium ion batteries for improving energy regenerative efficiency // Quarterly Report of RTRI. – 2004. – vol. 45. – no. 2. – pp. 45-52. doi: 10.2219/rtriqr.45.45.
3. Witthuhn M. Schwungradspeicher in Diesel triebfahrzeugen // Elektrische bahnen. – 2002. – № 3. – pp. 110-113.
4. Lenhard D., Engel B., Langwost J., Söffker C. Elektrische Ausüstung des Triebzuges LIREX Baureihe 618/619 für DB Regio // Elektrische Bahnen. – 2000. – № 8. – pp. 279-289.
5. Омеляненко В.И., Омеляненко Г.В. Электромеханический преобразователь энергии инерционного накопителя для сетей тягового электроснабжения // Известия вузов. Электромеханика. – 2001. – № 4-5. – С. 67-74.
6. Омеляненко В.И., Рябов Е.С., Оверьянова Л.В. Пригородный электропоезд с электромеханическим инерционным накопителем энергии // Вестник Всероссийского научно-исследовательского и проектно-конструкторского института электровозостроения. – 2014. – № 2(68). – С. 89-102.
7. Дзензерский В.А., Омеляненко В.И., Васильев В.И., Мартин В.И., Сергеев С.А. Высокоскоростной магнитный транспорт с электродинамической левитацией. – Киев: физ.-мат. и тех. лит., 2001. – 479 с.



## REFERENCES

1. Doki T., Takahara E., Yamada J. A study for electric double layer capacitor series connection for railway traction. *Proc. of IEE 2003 Japan Industry Appl. Soc. Conf.*, 2003, vol. 3, pp. 179-182.
2. Sameshima H., Ogasa M., Yamamoto T. On-board characteristics of rechargeable lithium ion batteries for improving energy regenerative efficiency. *Quarterly Report of RTRI*, 2004, vol. 45, no. 2, pp. 45-52. doi: 10.2219/rtriqr.45.45.
3. Witthuhn M. Schwungradspeicher in Diesel triebfahrzeugen. *Elektrische bahnen*, 2002, no. 3, pp. 110-113. (Ger).
4. Lenhard D., Engel B., Langwost J., Söffker C. Elektrische Ausüstung des Triebzuges LIREX Baureihe 618/619 für DB Regio. *Elektrische Bahnen*, 2000, no. 8, pp. 279-289. (Ger).
5. Omelianenko V.I., Omelianenko G.V. Electromechanical energy converter of inertial storage for traction power supply networks. *Russian Electromechanics*, 2001, no. 4-5, pp. 67-74. (Rus).
6. Omelyanenko V.I., Ryabov E.S., Overyanova L.V. Local train with electromechanical inertial energy storage unit. *Vestnik VELNI*, 2014, no. 2(68), pp. 89-102. (Rus).
7. Dzenzerskii V.A., Omelianenko V.I., Vasiliev V.I., Matin V.I., Sergeev S.A. *Vysokoskorostnoi magnitnyi transport s elektrodinamicheskoi levitatsiei* [High-speed magnetic transport with electrodynamic levitation]. Kyiv, Fiz.-mat. i tekhn. lit. Publ., 2001. 479 p. (Rus).

Поступила (received) 17.09.2019

Омельяненко Галина Викторовна<sup>1</sup>, к.т.н., доц.,  
 Оверьянова Лилия Викторовна<sup>1</sup>, к.т.н., доц.,  
 Маслий Артём Сергеевич<sup>2</sup>, к.т.н., доц.,

<sup>1</sup> Национальный технический университет  
 «Харьковский политехнический институт»,  
 61002, Харьков, ул. Кирпичева, 2,  
 e-mail: omeljanenkgalina@i.ua; overanova@ukr.net

<sup>2</sup> Украинский государственный университет  
 железнодорожного транспорта,  
 61050, Харьков, пл. Фейербаха, 7,  
 e-mail: a.masliy@ukr.net

H.V. Omelianenko<sup>1</sup>, L.V. Overyanova<sup>1</sup>, A.S. Maslii<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
 2, Kyrpychova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

<sup>2</sup> Ukrainian State University of Railway Transport,  
 7, Feierbakh Square, Kharkiv, 61050, Ukraine.

### Geometric and electrophysical parameters of armature winding of electromechanical converter of inertial energy storage for suburban trains.

**Purpose.** To establish analytical expressions of machine constant and electromagnetic parameters for a specific circuit of the armature winding of an electromechanical converter of an inertial energy storage device, which is a DC electric machine with a semiconductor switch and excitation from permanent magnets. **Methodology.** For research the theory of electrical circuits is used to create a mathematical model of the processes of electromechanical energy conversion in an inertial storage device. The plots method is used to find the mutual inductance of the armature winding coils, which are presented in the form of infinitely thin single-turn contours of rectangular shape, located in three-dimensional space. **Results.** Mathematical models of the processes of electromechanical energy conversion in an inertial storage device are obtained reflecting the relationship between the exchange energy and drive power with geometric and electrophysical parameters of both the energy accumulator and the system of its electromechanical converter. A connection of the parameters of machine constant, active and inductive resistances with the configuration, wiring diagram and the geometric dimensions of the armature winding has been established. The wiring of sections in the phase of the armature winding depends on the required value of the voltage and current of the machine. The possibility of regulating the voltage of the drive by switching on and off the working phases of the system of electromechanical converter, as well as by changing the angle of the load is shown. **Originality.** Mathematical models are obtained that relate the indicators of the energy of exchange and the power of the drive to the geometrical and electro physical parameters of both the energy accumulator and the system of its electromechanical converter. A feature of these models is operating with an average value of induction and machine constants when determining the electromotive force and electromagnetic moment. **Practical value.** Recommendations are developed for determining the machine constant and electromagnetic parameters of electromechanical inertial energy storage devices. This allows to evaluate the properties of devices of this type in the modes of storage and delivery of energy during their operation on board the rolling stock. References 7, table 1, figures 5.

**Key words:** inertial electromechanical energy storage, electromechanical converter, armature winding, machine constants, active resistance, inductive resistance.

**Матеріали приймаються за адресою:**

**Кафедра "Електричні апарати", НТУ "ХПИ", вул. Кирпичова, 21, м. Харків, 61002, Україна**

**Електронні варіанти матеріалів по e-mail: [a.m.grechko@gmail.com](mailto:a.m.grechko@gmail.com)**

**Довідки за телефонами: +38 050 653 49 82 Клименко Борис Володимирович**

**+38 067 359 46 96 Гречко Олександр Михайлович**

**Передплатний індекс: 01216**