

В.І. Міліх

## Теорія і практика чисельно-польового аналізу та уточнення електромагнітних та енергетичних параметрів в проєктах трифазних асинхронних двигунів

**Вступ.** Робота присвячена удосконаленню проєктів трифазних асинхронних двигунів (ТАД) на основі застосування чисельних розрахунків їхніх магнітних полів. Така задача є актуальною, зважаючи на те, що класична система проєктування ТАД не завжди забезпечує достатню точність їхніх проєктних параметрів, тому розроблювані двигуни потребують експериментальної доводки і відповідно додаткових витрат часу та коштів. **Проблема.** При класичному проєктуванні ТАД магнітний розрахунок виконується на основі теорії магнітних кіл. Магнітопровід ТАД розділяють на умовно однорідні ділянки, на яких магнітні величини вважаються розподіленими рівномірно, проте реальний їхній розподіл є набагато складнішим. Такий підхід призводить до похибки визначення електромагнітних параметрів ТАД, і, як наслідок, неточності енергетичних, механічних, теплових тощо розрахунків. **Метою** роботи є подальший розвиток системи проєктування ТАД шляхом її уточнення за допомогою чисельно-польових розрахунків електромагнітних та енергетичних параметрів. **Методика** побудована на чисельно-польовій перевірці та уточненні класичного проєктування ТАД. Вона є суворо детермінованою, незважаючи на складність лінійних та нелінійних взаємозв'язків конструктивних, електромагнітних та енергетичних його параметрів, тому піддається адекватній алгоритмізації і програмуванню із застосуванням ітераційних розрахунків. Теоретичні основи методики підсилені гармонічним аналізом часових функцій електромагнітних величин та уточненим визначенням диференціального опору розсіювання обмотки статора. Інструментом реалізації методики є програма FEMM у сукупності зі створеними скриптами Lua. **Результати.** Виконано чисельно-польові розрахунки електромагнітних та енергетичних параметрів тестового ТАД, розробленого за класичним проєктом. Цей двигун перевірено у межах режимів синхронного неробочого ходу та номінального навантаження. Це показало достатньо високу ефективність наданих теоретичних і практичних основ чисельно-польових розрахунків і виявило, що проєкт ТАД не відповідає заявленим потужності та напрузі. Для виходу на їхні номінальні значення надано шлях уточнення намагнічувального струму обмотки статора і ковзання ротора. **Науковою новизною** в роботі є система чисельно-польових розрахунків електромагнітних та енергетичних параметрів ТАД, яка у сукупності з ітераційним процесом забезпечує його вивід на задані номінальні напругу обмотки статора і вихідну потужність при одночасному варіюванні намагнічуючого струму та ковзання. **Практична цінність.** Методику чисельно-польових розрахунків ТАД на базі програми FEMM і скрипту Lua рекомендовано вбудовувати в автоматизовану систему проєктування цих двигунів. Окрім перевірки і уточнення параметрів проєктованих ТАД, за розробленими методикою і програмою можна отримати в автоматизованому розрахунковому режимі сім'ю уточнених його робочих характеристик. Бібл. 29, табл. 5, рис. 9.

**Ключові слова:** трифазний асинхронний двигун, автоматизовані чисельно-польові розрахунки, магнітне поле, FEMM, електромагнітні і енергетичні параметри, перевірка та уточнення проєктних даних.

**Вступ.** Трифазні асинхронні двигуни (ТАД) є різноманітними і поширені в техносфері усього світу. Їхнє удосконалення завжди актуальне і відбувається за різними чинниками, в тому числі через підвищення точності і ефективності системи проєктування.

Одним з продуктивних засобів удосконалення проєктування ТАД наразі є застосування чисельно-польових розрахунків їхніх магнітних полів (МП). Для цього може використовуватися загальнодоступна безкоштовна програма FEMM [1], яка заснована на методи скінчених елементів (МСЕ).

Втіленню цієї програми в систему проєктування ТАД сприяють її зручний інтерфейс і інтегрована до неї скриптова мова Lua [1, 2]. Вона забезпечує створення програм-скриптів для автоматизованої побудови фізико-геометричних моделей ТАД, що відображають їхню конструкцію, струми обмоток та магнітні властивості матеріалів. На основі розрахованих МП програми-скрипти визначають електромагнітні, силові та енергетичні параметри розроблених ТАД.

У теперішній час склалася об'єднана розрахунково-дослідницька система проєктування ТАД: спочатку створюється проєкт ТАД за класичними методиками проєктування, такими як [3, 4], а потім відбувається чисельно-польові дослідження ТАД з метою перевірки, розширення переліку і удосконалення його проєктних параметрів. Таких різноманітних досліджень автором виконана ціла низка, наприклад, [5–9] тощо. І вони згодом поглиблювалися і удосконалювалися. Природно, що ті дослідження, які виконані на попередніх етапах, будувались на більших допущеннях і ще не враховували здобутків подальших розробок. Тому наразі постало

завдання провести коригування зазначеної об'єднаної розрахунково-дослідницької системи проєктування ТАД з урахуванням набутих досягнень і з підвищенням її точності за рахунок зменшення методичних і розрахункових спрощень та припущень.

**Метою роботи** є подальший розвиток системи проєктування ТАД шляхом її уточнення за допомогою чисельно-польових розрахунків електромагнітних та енергетичних параметрів. Інструментами для досягнення мети прийнята програма FEMM у сукупності зі створеними скриптами Lua.

**Аналіз останніх досліджень.** Відомо, що асинхронні двигуни (АД) у своєму розвитку пройшли тривалий шлях, але їхні інтенсивні дослідження продовжуються, про що свідчить огляд публікацій, що надається далі за текстом, хоча і далеко не вичерпний.

Природно, що є публікації, які присвячено оптимізації [10, 11], а також дослідженням нових версій АД [12, 13]. Приміром, у статті [10] досліджується прогнозування ефективності АД за допомогою чотирьох алгоритмів оптимізації: генетичного алгоритму (GA), оптимізації роєм частинок (PSO), алгоритму оптимізації кита (WOA) та алгоритму оптимізації червоної лисиці (RFO). Алгоритми оцінювалися на основі їхньої поведінки збіжності, точності та експериментально виміряних значень ефективності. У дослідженні [11] застосовується МСЕ для оптимізації однофазного АД. Ця робота зосереджена на струмі, обертальному моменті, ефективності та втратах за допомогою експериментальних та симуляційних методів. У статті [12] наведено теоретичну основу та засоби

для подальшої оптимізації конструкції безвальніцевого АД з безконтактним підвісом. Вплив на пускові характеристики двигуна виявлено аналітичним методом та підтверджено моделюванням МСЕ. У статті [13] представлено АД з подвійною короткозамкнутою кліткою ротора, в якому високотемпературні надпровідні матеріали та мідні стрижні вбудовані у різні пази. В статті досліджується вплив структури паза ротора на обертальний момент, а також пов'язані з ним параметри, такі як магнітний потік повітряного проміжку та пульсації цього моменту тощо. Розрахункові моделі на основі МСЕ реалізовано в програмному забезпеченні Ansys Maxwell. Дослідження [14] зосереджено на аналізі впливу різних конструкцій та матеріалів роторних стрижнів на характеристики ТАД також за допомогою МСЕ.

У роботах [15–17, 8] приділяється увага удосконаленню та розвитку теорії АД. У [15] зазначається, що за допомогою МСЕ можна передбачити поведінку електромагнітних полів ТАД, тому виконано чисельне моделювання на основі COMSOL як раннього інструменту для дослідження взаємодії між розподілом цих полів та різних параметрів. В статті [16] зазначено, що створено тривимірну та двовимірну моделі двигуна та запропоновано тривимірну структуру скінченних елементів (СЕ) і таким чином отримано низку параметрів двигуна. У [17] пропонується нова високоточна модель моделювання АД на основі МСЕ. Запропонована модель дозволяє проводити швидко та точно моделювання АД за допомогою моделі схеми інвертора та алгоритму керування з високою точністю відображення неідеальних характеристик АД, таких як магнітне насичення, просторові гармоніки, асиметрія тощо.

У роботах [18–20] розглядаються різні параметри і процеси в АД. Так, у статті [18] надано динамічний аналіз двофазного АД із симетричними та ортогональними фазними обмотками. На основі геометричних розмірів модель створена для аналізу МСЕ за допомогою програмного забезпечення в 2D ANSYS Maxwell. Був проведений аналіз перехідних та стаціонарних процесів струмів машини, електромагнітного моменту та частоти обертання на неробочому ході та при повному навантаженні. У статті [19] представлено адаптивну нейронно-нечітку систему виводу (ANFIS) як надійний інструмент прогнозування зниження обертального моменту ТАД в аномальних умовах. Дослідження визначає основні фактори зниження, включаючи дисбаланс напруги, гармонійні спотворення та підвищення температури. У дослідженні [20] запропоновано метод розрахунку електричних та магнітних втрат в однофазному АД з короткозамкненим ротором та неоднорідними пазами статора. Моделювання виконано за допомогою МСЕ та програмного забезпечення AutoCAD для моделювання несиметричних пазів статора. Точність результатів моделі перевірена порівнянням номінальних струму, обертального моменту та ККД з паспортними даними двигуна. Метою роботи [8] є подальший розвиток системи проектування ТАД шляхом чисельно-польових розрахунків активних і реактивних опорів обмоток ТАД у всьому діапазоні зміни ковзання та розрахунку його механічної характеристики. Опори обмоток ТАД визначаються розрахунками МП розсіювання програмою FEMM, причому в стрижні ротора – з витісненням струму.

Значна увага приділяється діагностиці АД [21–23]. У роботі [21] надано метод виявлення та діагностики коротких замикань статора, обривів стрижня ротора та ексцентриситету у великих АД шляхом аналізу частотного спектру струму статора. Для вивчення впливу різних умов несправності проведено моделювання МСЕ з кроком у часі на двовимірній моделі АД. Це приводить до точніших результатів, ніж інші моделі, оскільки відображаються геометрія конструкції та схема обмотки машини. У роботі [22] розроблено модель СЕ для дослідження міжвиткових коротких замикань обмотки статора. За допомогою розробленої СЕ моделі проведено моделювання для розуміння поведінки різних електричних та магнітних величин у часовій та частотній областях. Прототип машини з короткими замиканнями був випробуваний в експериментальній установці і результати порівняні з моделюванням та з аналітичними розрахунками. У роботі [23] зазначається, що МСЕ пропонує глибоке розуміння фундаментальних принципів та фізичної роботи машини. Він може моделювати складну топологію магнітних кіл, схеми дискретних обмоток та властивості нелінійних магнітних матеріалів машини. Він визначає різні параметри машини та може моделювати локалізоване магнітне насичення, спричинене несправностями, з високим ступенем точності. У цій статті також надано огляд літератури щодо методів діагностики несправностей АД за допомогою МСЕ.

Є низка робіт, приміром [9, 24, 25], які стосуються аналізу активних і реактивних параметрів обмотки статора, використання і удосконалення схем заміщення ТАД, оперування з ними. У статті [24] описано спрощений метод оцінки параметрів Т-схеми АД, який базується на їхніх проектних даних та на взаємодії чисельного та аналітичного безрозмірного підходу з використанням теореми Тевенена. Робота [25] надає оцінку електричних і механічних параметрів ТАД на основі алгоритму диференціальної еволюції. Проведено порівняльне дослідження при використанні різних вхідних сигналів. Такий алгоритм здатний оцінювати параметри еквівалентної електричної схеми: опори статора та ротора та індуктивності розсіювання, індуктивність намагнічування, а також деякі механічні параметри. Метою роботи [9] є подальший розвиток системи проектування ТАД шляхом чисельно-польового розрахункового аналізу реактивного опору диференціального розсіювання обмотки статора, а також порівняльна перевірка відповідних емпіричних формул, властивих методикам традиційних проектних розрахунків.

В статті [26] наведено вирази для визначення струмів ротора кругової моделі ТАД з використанням польового аналізу з існуванням спектральних гармонік магніторушійної сили статора. Розроблено вирази для визначення даних обмотки та доцільності використання розрахункової моделі синусоїдальної обмотки статора з метою підвищення ефективності математичного моделювання з використанням еквівалента польової моделі з фіксованим ротором та частотою ковзання з використанням кругової моделі.

Метою роботи [27] є розробка та верифікація методу врахування за слабкозв'язаною коло-польовою моделлю ефекту витіснення струму в роторному колі асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором та АД з масивними феромагнітними елементами маг-

нітопроводу ротора. Метод дослідження полягає в ітераційному розв'язанні рівнянь колової та польової математичної моделі шляхом уточнення параметрів заступної схеми АД за результатами польового аналізу та в ітераційному коригуванні розрахункового електромагнітного моменту задля врахування ефекту витіснення струму, отриманого на основі еквівалентних струмів у струмопровідних частинах ротора. Запропонований підхід дає змогу підвищити достовірність результатів моделювання електромагнітних процесів у АД в пускових режимах.

Можна підсумувати, що згадані наукові публікації присвячені різним аспектам розвитку та дослідження АД. І можна зазначити, що розповсюдженням інструментом дослідження є чисельні розрахунки магнітних полів МСЕ за різними програмними продуктами. Одноразово це сприяє вдосконаленню інженерної освіти: інтеграції цього метода для дослідження ефективності АД. Саме на тому зосереджена стаття [28] – впровадженні МСЕ у навчальну програму з інженерії.

Аналогічний сучасний підхід, тобто використання МСЕ для дослідження та удосконалення ТАД, прийнято і в статті, яка пропонується. Але тут розглядається актуальний аспект, який ще не знайшов достатнього відображення в науковій літературі. А саме, це стосується проблеми чисельно-польового аналізу та уточнення електромагнітних та енергетичних параметрів в проєктах ТАД та їхньої перевірки в принципі.

Щоправда, є робота [5], в якій поставлено це питання. Але вона не розкрила в повній мірі цієї проблеми, тому тут ця тема розглядається у більш повному обсязі з урахуванням оновленої системи знань і можливостей. Причому робота сформована таким чином, щоб надати дослідникам ТАД усі можливості, щоб скористатися набутим досвідом теоретичних і практичних навичок для самостійного засвоєння і застосування представленого матеріалу.

**Об'єктом для демонстрації** виконаного дослідження є спроектований в [4] ТАД з короткозамкненою обмоткою ротора, який має номінальну потужність  $P_N = 15$  кВт і висоту осі обертання 160 мм. До основних проєктних даних двигуна відносяться також номінальна фазна напруга  $U_{SN} = 220$  В, номінальний фазний струм обмотки статора  $I_{SN} = 28,8$  А, частота  $f_s = 50$  Гц, ковзання  $s_N = 0,0261$  та коефіцієнт потужності  $\cos\varphi_{SN} = 0,889$ . Двигун має кількість пар полюсів  $p=2$  і кількість фаз  $m_s=3$ . До головних розмірів відносяться зовнішні діаметри осердь ротора  $d_r=184$  мм і статора  $d_{se}=272$  мм та їхня довжина  $l_a=130$  мм, повітряний проміжок  $\delta = 0,5$  мм. Статор має  $Q_s=48$  пазів, ротор –  $Q_r=38$  пазів. Обмотка статора є одношаровою, діаметральною, розподіленою. Пази ротора зроблені закритими і без скосу. Матеріал осердь – сталь марки 2013.

Для чисельно-польових досліджень за програмою FEMM прийнята двовимірна розрахункова модель, що надана на рис. 1 і відображає його електромагнітну систему в поперечному перерізі.

Розрахункова модель ТАД перетворюється автоматично на фізико-геометричну модель створеним скриптом Lua, як це було пояснено в [7]. Геометрична модель подає конструкцію ТАД, фізична модель несе в собі розподіл і напрямки струмів в обмотках, а також магнітні властивості осердь. На рис. 1 виділені фазні зони обмотки статора, які позначаються мітками фазних струмів.

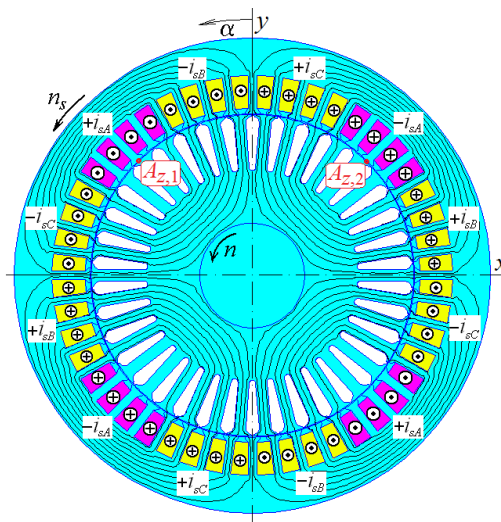


Рис. 1. Електромагнітна система ТАД з розподілом струмів в обмотці статора і картина силових ліній його магнітного поля в режимі синхронного неробочого ходу

В програмі FEMM прийнята прямокутна система координат  $x, y$ , але додатково застосовується полярні координати  $r, \alpha$ . З напрямком координати  $\alpha$  збігаються напрямки частот обертання ротора  $n$  та МП  $n_s$ .

**Підготовка кривої намагнічування матеріалу осердя ТАД.** На шляху розрахунків МП ТАД програмою FEMM важливим є завдання кривих намагнічування електротехнічної сталі, з якої виконуються його осердя. Це, на перший погляд, тривіальне завдання повинне виконуватися з розумінням його сутності.

В класичному проєктуванні магнітний розрахунок ТАД виконується на основі теорії магнітних кіл (ТМК). Тобто магнітопровід поділяється на однорідні ділянки, і в межах кожної магнітні величини приймається однакою. Щоб зменшити похибку, для врахування його неоднорідності основна крива намагнічування (ОКН) електротехнічної сталі замінюється спеціальними кривими – різними для зубців і спинки осердь [3, 4].

Зміни в кривих намагнічування відбуваються дуже значні, що показано в табл. 1. Для ОКН сталі марки 2013 ГОСТ 21427-83 надає значення магнітної індукції (МІ)  $B$  і напруженості магнітного поля (НМП)  $H$  в п'яти реперних точках. При тих же значеннях індукцій для зубців і спинки осердь наведено значення  $H$  спеціальних кривих, які використовуються в методиках проєктування ТАД [3, 4]. Відмінності є наочними.

Таблиця 1

| Параметри кривих намагнічування сталі 2013 |         |      |      |      |       |       |
|--------------------------------------------|---------|------|------|------|-------|-------|
| $B, \text{Тл}$                             |         | 1,54 | 1,65 | 1,75 | 1,85  | 2,05  |
| $H, \text{А/м}$                            | Основна | 1000 | 2500 | 5000 | 10000 | 30000 |
|                                            | Зубці   | 763  | 990  | 1330 | 1770  | 4400  |
|                                            | Спинка  | 608  | 940  | 1500 | 2811  | 14390 |

Тому виникає питання – яку криву намагнічування слід використовувати при чисельно-польових розрахунках ТАД? Логічним є використання ОКН, тому що при таких розрахунках розподіл МІ і НМП в осердях вже є неоднорідним.

**Тестові розрахунки магнітного поля програмою FEMM в режимі синхронного неробочого ходу.** В системі класичного проєктування магнітний розрахунок ТАД, як зазначалося, виконується на основі ТМК. Відповідно до її термінології це пряма задача: за заданим магнітним потоком розраховується намагнічувальний струм двигуна  $I_\mu$ , який задається в

трифазній обмотці статора. І робиться це без участі струмів обмотки ротора, що називається режимом синхронного неробочого ходу (СНХ) [3, 4].

В цілому стаття спрямована на виявлення недоліків класичного проектування ТАД, які виникають через застосування для електромагнітних розрахунків за ТМК. Тому основні припущення, на яких засновано класичне проектування, в статті зберігаються, щоб сконцентруватися на досягненні конкретної її мети і виявити саме роль ТМК в недостатній точності розрахунку електромагнітних величин. Тобто, в даній статті по аналогії прийнятий синусоїдний характер струмів ротора і статора, що поширено у багатьох публікаціях, хоча в них і зазначається, що ці струми можуть мати ускладнений гармонічний склад.

Чисельно-польовим розрахунком за програмою FEMM можна перевірити адекватність розрахунку режиму СНХ, але така задача за тією же термінологією є зворотною: в обмотці статора задається намагнічувальний струм  $I_\mu$  і розраховуються МП, і на його основі – ще низка електромагнітних параметрів ТАД.

Струми в фазних зонах обмотки статора (рис. 1) задаються як для трифазної симетричної системи:

$$i_{sA} = I_{ms} \cos(\omega_s t); \quad i_{sB} = I_{ms} \cos(\omega_s t - \frac{2}{3} \pi);$$

$$i_{sC} = I_{ms} \cos(\omega_s t + \frac{2}{3} \pi), \quad (1)$$

де  $I_{ms} = \sqrt{2} \cdot I_s$  – амплітуда струмів;  $I_s$  – їхнє діюче значення;  $\omega_s = 2\pi f_s$  – кутова частота;  $t$  – час.

В моделі на рис. 1 значення фазних струмів задаються за (1) для початкового моменту часу  $t = 0$ , і тоді їхні миттєві значення:  $i_{sA} = I_{ms}$ ,  $i_{sB} = i_{sC} = -0,5I_{ms}$ . Цьому відповідають вказані миттєві напрямки, які встановлюються за позначеними умовними позитивними напрямками. Тобто знаки «+» або «-» перед символами струмів ще додаються до вказаних їхніх миттєвих значень.

Як відомо, у всіх режимах збудження ТАД, програма FEMM розв'язує велику систему алгебраїчних рівнянь, які сформовані на основі МСЕ і диференціального рівняння, що описує МП в поперечному перерізі електромагнітної системи ТАД, а саме:

$$\text{rot} \left[ \frac{1}{\mu(B)} \text{rot}(\vec{k} A_z) \right] = \vec{k} J_z, \quad (2)$$

де  $J_z$ ,  $A_z$  – аксіальні складові вектора густини струму і векторного магнітного потенціалу (ВМП);  $\vec{k}$  – орт аксіальної осі  $z$ ;  $\mu$  – магнітна проникність: або магнітна стала  $\mu_0$  для немагнітних ділянок, або визначається для МП  $B$  за кривою намагнічування матеріалу.

Результатом розв'язання рівняння (2) програмою FEMM є координатний розподіл ВМП  $A_z(x, y)$ .

Розрахунок МП виконано при проектному намагнічувальному струмі обмотки статора  $I_\mu = 7,75$  А, значення якого підставляється в (1) замість  $I_s$ . Розрахована картина МП в режимі СНХ надана на рис. 1.

Для порівняння проектних даних і результатів чисельно-польових розрахунків у першу чергу прийнято магнітний потік, який визначається як

$$\Phi_0 = (A_{z1} - A_{z2}) l_a, \quad (3)$$

де  $A_{z1}$ ,  $A_{z2}$  – значення ВМП в двох точках, через які проходять боки контуру, для якого визначається потік.

Для визначення магнітного потоку на полюсному кроці точки розташовуються у проміжку: перша з них там, де ВМП має максимальне додатне значення  $A_{z1}$ , друга – де максимальне від'ємне значення  $A_{z2}$ . В режимі СНХ розташування цих точок показано на рис. 1.

У такий спосіб отримано  $A_{z1} = 34,859$  мВб/м;  $A_{z2} = -34,857$  мВб/м і за (3)  $\Phi_0 = 9,063$  мВб. Це достатньо близько, хоча і з уточненням: магнітний потік у проєкті ТАД має значення 9,005 мВб.

Але, якщо б при чисельно-польовому розрахунку було використано спеціальні окремі криві намагнічування для зубців і спинки статора (див. табл. 1), то був би отриманий менш прийнятний магнітний потік  $\Phi_0 = 9,703$  мВб (відмінність на 7 % є занадто великою).

В чисельно-польових розрахунках ТАД суттєву роль має магнітне потокозчеплення (МПЗ).

Для фазної обмотки статора, що має  $N_s$  послідовних витків, відповідно до рис. 1 МПЗ

$$\Psi_s = N_s \cdot l_a \times$$

$$\times \left( \frac{1}{S_1} \int_{S_1} A_z dS - \frac{1}{S_2} \int_{S_2} A_z dS + \frac{1}{S_3} \int_{S_3} A_z dS - \frac{1}{S_4} \int_{S_4} A_z dS \right), \quad (4)$$

де інтегрування відбувається за площами поперечного перерізу  $S_1$ – $S_4$  провідникової частини пазів фазних зон з позначками струмів  $+i_{sA}$  та  $-i_{sA}$  фазної обмотки  $A$ .

Це МПЗ створюється магнітним полем на активній довжині осердя, тобто на пазовій частині обмотки статора ТАД. Визначення для (4) площ і інтегралів в скриптах Lua відбуваються автоматично за спеціальними функціями. І таким чином вийшло МПЗ фазної обмотки статора  $\Psi_{ms} = 0,9843$  Вб.

В розглянутій на рис. 1 позиції фазної обмотки  $A$  – це максимальне значення МПЗ, тому можна розрахувати діюче значення фазної ЕРС

$$E_s = \sqrt{2} \pi f_s \Psi_{ms} = 218,7 \text{ В}, \quad (5)$$

де автоматично враховано розподілення обмотки.

В проєкті ТАД аналогічне значення становить 214,5 В, і наявна похибка ЕРС, як наслідок, дає неточності подальших проектних розрахунків.

**Уточнений розрахунок фазної ЕРС обмотки статора.** Розглянуте визначення МПЗ і ЕРС фазної обмотки статора можна вважати як перше наближення, тому що амплітуда МПЗ прийнята по одній позиції її фазних зон. Більш обґрунтованим є використання дискретної кутової функції МПЗ на її періоді.

Конкретно, за розподілом ВМП в поперечному перерізі ТАД за (4) робиться «збір» значень МПЗ фазної обмотки  $A$  при умовному переміщенні її фазних зон в кутовому напрямку. Процес переміщення умовної «маски» фазних зон в кутовому напрямку по пазовій структурі статора показано на рис. 2 (показано перші три і остання 24-а позиції).

Таким чином з'являється дискретна кутова числова функція МПЗ (табл. 2):

$$\Psi_k(\alpha_k); \quad \alpha_k = (k-1)\tau_s; \quad k = 1, 2, 3, \dots K, \quad (6)$$

де  $k$  – лічильник положень умовно переміщуваної «маски» фазної зони;  $K = Q_s/p$  – кількість таких положень у межах двох полюсних кроків  $\tau_p$ , що є періодом функції (6);  $\tau_s = 360^\circ/Q_s$  – зубцево-пазовий крок осердя статора.



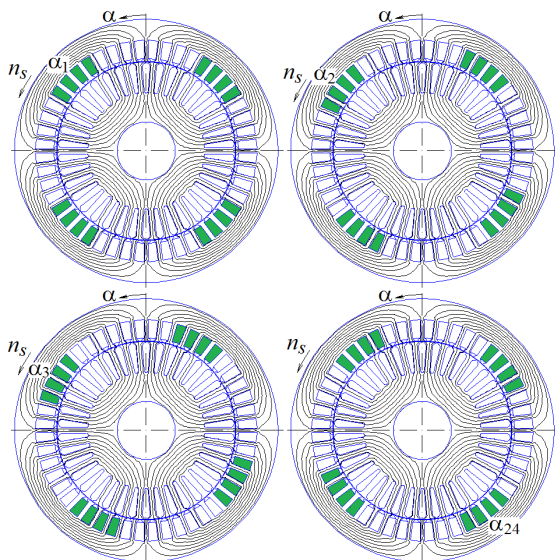


Рис. 2. Переміщення «маски» фазної зони обмотки статора для збору МПЗ у межах періоду його кутової функції на тлі розрахованого магнітного поля

Таблиця 2  
Кутова дискретна функція МПЗ  $\Psi_k$  фазної обмотки А на 24-х кутових позиціях, Вб

| $k$      | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\Psi_k$ | 0,9843  | 0,9430  | 0,8337  | 0,6685  | 0,4617  | 0,2349  |
| $k$      | 7       | 8       | 9       | 10      | 11      | 12      |
| $\Psi_k$ | 0,0001  | -0,2347 | -0,4614 | -0,6683 | -0,8335 | -0,9428 |
| $k$      | 13      | 14      | 15      | 16      | 17      | 18      |
| $\Psi_k$ | -0,9843 | -0,9430 | -0,8337 | -0,6685 | -0,4617 | -0,2349 |
| $k$      | 19      | 20      | 21      | 22      | 23      | 24      |
| $\Psi_k$ | -0,0001 | 0,2347  | 0,4614  | 0,6683  | 0,8335  | 0,9428  |

Кутова функція (6) перетворюється на часову функцію за співвідношенням  $\alpha = \Omega_s t$ , де  $\Omega_s = \omega_s / p$  – кутова швидкість обертального магнітного поля ТАД. Отримана у такий спосіб часова функція зберігає значення МПЗ за табл. 2, і вона зображена на рис. 3 (крива 1).

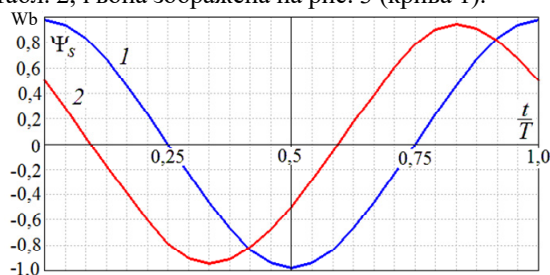


Рис. 3. Часова функція МПЗ фазної обмотки статора у межах її періоду  $T$ : 1 – синхронний неробочий хід; 2 – номінальне навантаження

Функція  $\Psi_s(t)$  є періодичною, тому розкладається в гармонічний ряд Фур'є на її періоді у два полюсні кроки (рис. 3), на яких розраховано МПЗ у  $K$  точках (у даному ТАД  $K = 24$ ).

Зважаючи на те, що для струмів обмотки статора прийнято косинусні функції (1), то і для МПЗ визначається гармонічний ряд аналогічних функцій, тобто виходить гармонічна часова функція, яка відповідає нерухомій фазній обмотці А:

$$\Psi = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{N_g} \Psi_{mv} \cos(v \omega_s t + \gamma_{\Psi v}), \quad (7)$$

де амплітуди  $\Psi_{mv}$  і аргументи  $\gamma_{\Psi v}$  (початкові фази) гармонік  $v$  визначаються за відомими математичними правилами, що було показано в [6, 9] та інших роботах.

Відомо, що номер найвищої гармоніки  $N_g$  не може перевищувати  $K/2$ . В (7) величини  $v \omega_s t$  та  $\gamma_{\Psi v}$  вимірюються в електричних радіанах або градусах.

Від функції МПЗ (7) на підставі закону електромагнітної індукції за виразом  $e = -d\Psi/dt$  переходимо до гармонічної часової функції ЕРС фазної обмотки:

$$e_s = \sum_{v=1,3,5,\dots}^{N_g} v \omega_s \Psi_{mv} \cos(v \omega_s t + \gamma_{\Psi v} - \pi/2), \quad (8)$$

відкля відділяються амплітуда ЕРС  $v$ -тої гармоніки

$$E_{mv} = v \omega_s \Psi_{mv} \quad (9)$$

та відповідна її початкова фаза

$$\gamma_{Ev} = \gamma_{\Psi v} - \pi/2. \quad (10)$$

Також за відомим співвідношенням для гармонічних функцій через амплітуду отримується діюче значення ЕРС  $v$ -тої гармоніки, а саме:

$$E_{sv} = \sqrt{2} \pi f_s v \Psi_{mv}. \quad (11)$$

Часові функції (7) і (8) відповідно табл. 2 і рис. 3 мають пів періодичну асиметрію:

$$\Psi_{s,k}(\alpha_k) = -\Psi_{s,k}(\alpha_k + \tau_p); \quad k = 1, 2, 3, \dots, K, \quad (12)$$

тому їхні гармонічні ряди містять тільки непарні гармоніки, тобто для даних функцій виходить  $N_g = 11$ .

З урахуванням усього гармонічного складу знаходяться еквівалентне діюче значення фазної ЕРС обмотки статора

$$E_{seq} = \sqrt{\sum_{v=1,3,5,\dots}^{N_g} E_{sv}^2}. \quad (13)$$

Розглянута методика трансформована у скрипт Lua, який поєднано з розрахунком МП за програмою FEMM, і у підсумку отримано такі результати: амплітуда і початкова фаза першої гармоніки МПЗ  $\Psi_{m1} = 0,9630$  Вб;  $\gamma_{\Psi 1} = 0$ , діюче значення і початкова фаза першої гармоніки фазної ЕРС  $E_s = 213,9$  В,  $\gamma_{Es} = -\pi/2$ ; діюче значення повної ЕРС за (13)  $E_{seq} = 214,3$  В.

Гармонічний склад МПЗ (7) і ЕРС (8) у відносних одиницях (в.о.) надано в табл. 3 (за базу прийняти значення їхніх перших гармонік), надано також діючі значення гармонік ЕРС  $E_{sv}$  за (11).

Таблиця 3  
Гармонічний склад МПЗ і ЕРС в режимі СНХ

| $v$         | –    | 1     | 3      | 5      | 7      | 9      | 11     |
|-------------|------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\Psi_{mv}$ | в.о. | 1,000 | 0,0203 | 0,0003 | 0,0010 | 0,0009 | 0,0002 |
| $E_{mv}$    | в.о. | 1,000 | 0,0610 | 0,0013 | 0,0067 | 0,0078 | 0,0027 |
| $E_{sv}$    | В    | 213,9 | 13,04  | 0,29   | 1,44   | 1,66   | 0,58   |

Зауважимо, що тут і далі є гармоніки, кратні трьом, що нібито протирічить класичній теорії трифазних електричних машин. Але ця теорія побудована на ступінчатих функціях розподілу МРС обмотки статора в умовах беззубцового ротора і повністю ненасиченого магнітопроводу. В таких умовах чисельно-польовий розрахунок і формули (7), (8) дали теж нульові треті і кратні ним гармоніки. Проте при насиченні магнітопроводу і, в першу чергу, зубців статора ці гармоніки проявлялися, а в режимі навантаження таким гармонікам сприяє ще наявність струму в обмотці ротора. Зазначені особливості гармонічного складу підтверджується також в роботі [29] на прикладі трифазної обмотки статора турбогенератора.

А ще до суттєвої відмінності методик гармонічного аналізу класичного і того, який застосовує в

статті, відноситься те, що перший робиться за умовним ступінчастим розподілом МРС і магнітної індукції в «гладкому» проміжку (в реалії цього і близько немає), а другий – за МПЗ обмотки безпосередньо в пазах з урахуванням реальної геометрії електромагнітної системи ТАД і насичення осердь.

**Уточнення намагнічувального струму обмотки статора.** Для визначення балансу напруг в електричному колі обмотки статора і подальшого уточнення намагнічувальної складової її струму у нагоді є рівняння рівноваги напругу векторній формі:

$$\underline{U}_s = -\underline{E}_s + \underline{U}_{Rs} + \underline{U}_{s\sigma dif} + \underline{U}_{s\sigma fh}, \quad (14)$$

де застосовано вектори: ЕРС  $\underline{E}_s$ ; падіння напруги на активному опорі обмотки статора  $\underline{U}_{Rs}$  та на індуктивних опорах її диференціального  $\underline{U}_{s\sigma dif}$  і лобового  $\underline{U}_{s\sigma fh}$  розсіювання (індуктивний опір пазового розсіювання вже враховується в ЕРС  $\underline{E}_s$  завдяки визначенню повного МПЗ обмотки статора (4) у межах її активної частини на довжині осердь ТАД); вектор струму обмотки статора має нульову початкову фазу відповідно до (1).

Фазові співвідношення величин з (14) проілюстровано на рис. 4 векторною діаграмою (ВД) загального вигляду (без дотримання масштабу векторів, тому що вона буде використовуватися у різних розрахункових режимах). Також зазначимо, що рівняння (14) і ВД на рис. 4 відповідають першим гармонікам величин, тому що саме вони використовуються і в проєктах ТАД.

Перевернутий вектор ЕРС  $-\underline{E}_s$  відносно струму зсунуто на кут  $\varphi_{Es} = 180^\circ + \gamma_{Es}$ , і він має діючі значення активної і реактивної складових:  $E_{sa} = E_s \cos \varphi_{Es}$ ;  $E_{sr} = E_s \sin \varphi_{Es}$ . Діючі значення падінь напруги на зазначених опорах розраховуються за формулами  $U_{Rs} = R_s I_s$ ;  $U_{s\sigma dif} = X_{s\sigma dif} I_s$ ;  $U_{s\sigma fh} = X_{s\sigma fh} I_s$ . Ці опори визначені при проєктуванні ТАД і мають значення  $R_s = 0,402$  Ом,  $X_{s\sigma dif} = 0,253$  Ом;  $X_{s\sigma fh} = 0,234$  Ом.

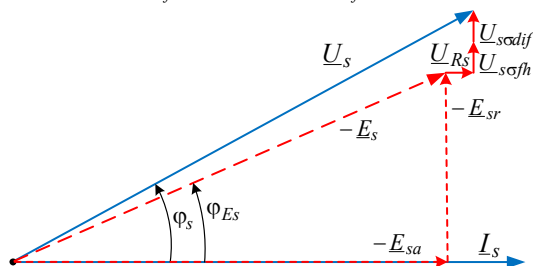


Рис. 4. Векторна діаграма напруг в фазній обмотці статора

Через складові векторів відповідно до рівняння (14) і рис. 4 виходять активна та реактивна складові фазної напруги  $\underline{U}_s$ :

$$U_{sa} = E_{sa} + U_{Rs}; \quad U_{sr} = E_{sr} + U_{s\sigma dif} + U_{s\sigma fh},$$

її діюче значення та фазовий зсув відносно струму  $I_s$ :

$$U_s = \sqrt{U_{sa}^2 + U_{sr}^2}; \quad \varphi_s = \arctg(U_{sr} / U_{sa}).$$

Розглядаючи режим СНХ, необхідно скрізь замість  $I_s$  підставляти відповідний струм  $I_\mu$ .

Підстановка у наведені формули усіх значень величин дає діюче значення напруги 217,7 В, яке не «дотягує» до 220 В, тобто до номіналу  $U_{sN}$ .

Тому для виходу на номінальну напругу обмотки статора був застосований ітераційний пошук відповідного намагнічувального струму.

У такий спосіб після трьох ітерацій визначено уточнене значення цього струму  $I_\mu = 8,09$  А, і при цьому значення решти величин, які згадувалися, становили  $\Psi_{m1} = 0,9725$  Вб;  $E_s = 216$  В,  $U_{Rs} = 3,3$  В;  $U_{s\sigma dif} = 2$  В;  $U_{s\sigma fh} = 1,9$  В;  $U_s = 220$  В.

Додатково було отримано значення відношення фазної напруги до фазної ЕРС обмотки статора при синхронному обертання ротора і магнітного поля ТАД

$$k_{UE} = U_s / E_{ss} = 1,028, \quad (15)$$

де  $E_{ss} = \sqrt{E_{sa}^2 + (E_{sr} - U_{s\sigma fh})^2} = 214,1$  В – фазна ЕРС без усіх складових розсіювання,  $U_{s\sigma fh} = X_{s\sigma fh} I_s = 1,9$  В – падіння напруги на реактивному опорі пазового розсіювання;  $E_{sa} = 0$ ;  $E_{sr} = 216$  В – активна та реактивна складові ЕРС  $E_s$  (в режимі СНХ за розрахунками вийшло  $\varphi_{Es} = 90^\circ$ ).

Величина  $k_{UE}$  важлива для подальшого розрахунку режиму навантаження ТАД (в проєкті з [4] її значення дорівнює 1,026).

**Розрахунки магнітного поля ТАД в режимі його навантаження.** Для цього режиму необхідна суворо детермінована взаємопов'язана система струмів статора і ротора. Розрахункова модель ТАД з системою цих струмів надана на рис. 5.

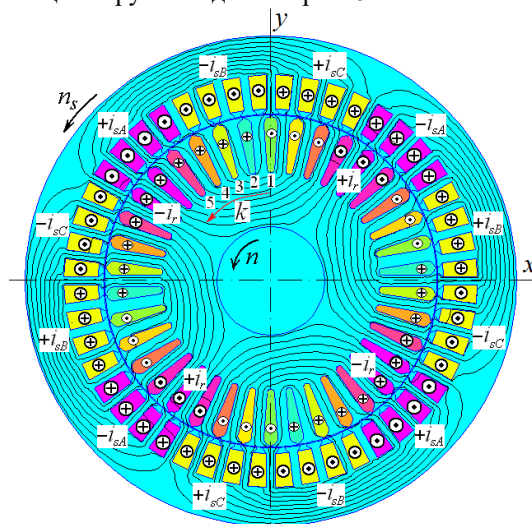


Рис. 5. Розподіл струмів в обмотках ТАД в режимі номінального навантаження і відповідна картина силових лінійного МП

Кутові позиції пазів ротора фіксуються координатою першого пазу  $\alpha_{r1}$ , який є найближчим зліва до осі y (на рис. 5  $\alpha_{r1} = 0$ ). Решта пазів нумеруються лічильником  $k$  і вони зсунуті один від одного на кут зубцевого кроку ротора  $\alpha_{rm} = 360^\circ / Q_r$ .

Для розрахунку МП ТАД в режимі навантаження ключовим є завдання відповідних струмів в обмотках з урахуванням фазового зсуву між ними. Для їхнього визначення використовуються розрахунки за формулами, які надаються далі за текстом на основі [4].

Базою таких розрахунків є ковзання  $s$ , для якого спочатку задається його проєктне значення  $s_N$ , а також намагнічувальний струм обмотки статора  $I_\mu$ , який визначено в режимі СНХ. Але потім їхні значення уточнюються.

Струм режиму СНХ  $I_{sos}$  має реактивну складову  $I_{srs}$ , яка практично дорівнює  $I_\mu$ , а також активну складову  $I_{sas}$ , яка визначається при умові  $I_{sas} \ll I_\mu$ :

$$I_{sas} = \frac{P_{mags} + m_s R_s I_\mu^2}{m_s U_s}, \quad (16)$$

де  $P_{mags}$  – магнітні втрати в осерді статора.

Струми в фазних зонах обмотки статора на рис. 5 визначаються за формулами їхньої симетричної системи (1) і розподіляються як і в режимі СНХ (рис. 1).

Для визначення струмів ротора і пояснення їхнього розподілу по пазах використовуються Г-подібна схема заміщення ТАД (рис. 6) [4] і відповідна ВД, яка побудована на рис. 7. Базовим є вектор фазного струму  $I_s$ , який за (1) має нульову початкову фазу.

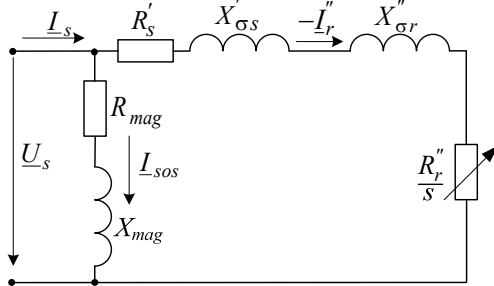


Рис. 6. Перетворена Г-подібна схема заміщення зведеного АД

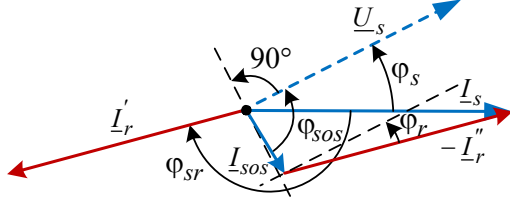


Рис. 7. Векторна діаграма фазових співвідношень струмів обмоток ТАД

Важливими для розрахунків струмів і інших електромагнітних параметрів ТАД є активні і реактивні опори його обмоток. Вони відображені в схемі заміщення, а їхні значення знаходяться при проектуванні. До вже наданих значень опорів обмотки статора  $R_s$ ,  $X_{sadj}$ ;  $X_{s\sigma fh}$  додамо сумарний реактивний опір її розсіювання  $X_{\sigma s} = 0,725$  Ом.

Для короткозамкнутої обмотки ротора активний опір на її фазну частину становить  $R_r = 53,9 \cdot 10^{-6}$  Ом. Використовуються також зведені до обмотки статора цей активний опір  $R'_r = 0,196$  Ом і реактивний опір розсіювання  $X'_{\sigma r} = 1,02$  Ом.

Реактивний опір намагнічувальної вітки схеми заміщення:

$$X_{mag} = U_s N / I_\mu - X_{\sigma s}, \quad (17)$$

активний опір  $R_{mag} \ll X_{mag}$  через умову  $I_{sas} \ll I_\mu$ .

Усі зазначені опори для схеми заміщення (рис. 6) мають додаткове перетворення:

$$X'_{\sigma s} = c_1 X_{\sigma s}; R'_s = c_1 R_s; X''_{\sigma r} = c_1^2 X'_{\sigma r}; R''_{\sigma r} = c_1^2 R'_r,$$

де  $c_1 = 1 + X_{\sigma s} / X_{mag}$  – коефіцієнт, що характеризує відношення вектора напруги до вектора ЕРС обмотки статора при синхронному обертанні ротора – це аналог коефіцієнту  $k_{UE}$  (15).

На основі проектних даних ТАД і відповідно до схеми заміщення зведеного ТАД (рис. 6) та ВД (рис. 7) реактивний і активний опори вітки навантаження:

$$X_{rs} = c_1 (X_{\sigma s} + c_1 X'_{\sigma r}); R_{rs} = c_1 R_s + c_1^2 R'_r / s. \quad (18)$$

Струм ротора такого двигуна та його фазовий зсув щодо напруги обмотки статора  $U_s$

$$I_r'' = \frac{U_s}{\sqrt{R_{rs}^2 + X_{rs}^2}}; \varphi_r = \arctg(X_{rs} / R_{rs}), \quad (19)$$

і тоді діюче значення реального (не зведеного) струму обмотки ротора

$$I_r = c_1 I_r'' K_{Irs}, \quad (20)$$

де коефіцієнт зведення струму обмотки ротора до струму обмотки статора [3]

$$K_{Irs} = \frac{N_s K_{ws} m_s}{N_r K_{wr} m_r} \cdot \frac{1}{K_{sq}}, \quad (21)$$

до якого входять  $N_s = 112$  – кількість послідовних витків у фазній обмотці статора;  $K_{ws} = 0,959$  – її обмотувальний коефіцієнт; для короткозамкнутої обмотки ротора кількість фаз  $m_r = Q_r$  і на кожну кількість витків  $N_r = 0,5$ , обмотувальний коефіцієнт ротора  $K_{wr} = 1$ ; коефіцієнт скошу його пазів  $K_{sr} = 1$ .

На підставі викладеного виходять реактивна і активна складові фазного струму статора

$$I_{sr} = I_\mu + I_r'' \sin \varphi_r; I_{sa} = I_{sas} + I_r'' \cos \varphi_r, \quad (22)$$

тоді його діюче значення та кут фазового зсуву відносно фазної напруги  $U_s$ :

$$I_s = \sqrt{I_{sa}^2 + I_{sr}^2}; \varphi_s = \arccos(I_{sa} / I_s). \quad (23)$$

Таким чином, за ВД (рис. 7) виходить електричний кут фазового зсуву між струмами  $I_s$  і  $I_r$  (в градусах)

$$\varphi_{sr} = 180^\circ - \varphi_s + \varphi_r, \quad (24)$$

який в конструкції двигуна перетворюється на геометричний кут

$$\alpha_{sr} = \varphi_{sr} / p. \quad (25)$$

На наданій основі формується багатофазна система миттєвих значень струмів в стрижнях короткозамкнутого ротора, а саме:

$$i_{rk} = I_{mr} \sin \{ p \cdot [\beta + (k-1) \cdot \alpha_{rn} + \alpha_{sr} + \alpha_{r1}] \}, \quad (26)$$

де  $k = 1, 2, \dots, Q_r$  – прийнята на рис. 5 нумерація пазів ротора;  $I_{mr} = \sqrt{2} \cdot I_r$  – амплітуда фазного струму в стрижнях ротора;  $\beta = 0$  – початкова фаза струму статора.

За розрахунками отримано такі значення величин:  $I_s = 28,8$  А;  $\varphi_s = 27,25^\circ$ ;  $\varphi_r = 12,23^\circ$ ;  $\varphi_{sr} = -164,98^\circ$ ;  $K_{Irs} = 16,9$ ;  $I_r = 446$  А;  $\alpha_{sr} = -82,49^\circ$ .

Розподіл струмів за пазами статора і ротора на полюсних кроках  $\tau_p$  в безрозмірній формі показано на рис. 8 (для струмів мають сенс вказані точки, ліній проведено для їхнього наочного поєднання).

Відповідно викладеній методиці та проектним параметрам ТАД в режимі номінального навантаження виконаний розрахунок його МП. Розподіл струмів в пазах ТАД і розрахована програмою FEMM картина МП надані на рис. 5.

За розрахованим МП визначено низку параметрів ТАД за тією ж методикою, що і для режиму СНХ.

Магнітний потік у проміжку на полюсний крок за формулою (3)  $\Phi_l = 8,781$  мВб, тобто виявився на 3,1 % менше, ніж в режимі СНХ.

Часова функція МПЗ фазної обмотки статора в номінальному режимі наведена на рис. 3 (крива 2) у порівнянні з аналогічною функцією в режимі СНХ.



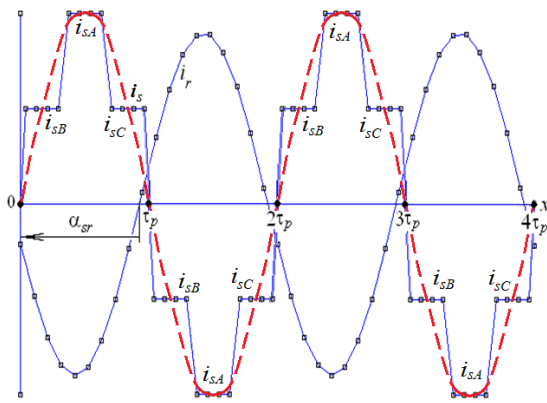


Рис. 8. Кутові дискретні розподіли струмів обмоток ротора  $i_r$  і статора  $i_s$  ТАД по його пазах на розгортці кругової лінії, що проходить по проміжку

В табл. 4 наданий гармонічний склад часових функцій МПЗ  $\Psi_{mv}$  та значень амплітуд ЕРС  $E_{mv}$  (у відносних одиницях), а також абсолютних діючих значень ЕРС  $E_{sv}$  обмотки статора, що можна порівняти з даними в аналогічній табл. 3 для режиму СНХ.

Таблиця 4  
Гармонічний склад МПЗ і ЕРС в режимі номінального навантаження

| v           | —    | 1     | 3      | 5      | 7      | 9      | 11     |
|-------------|------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\Psi_{mv}$ | в.о. | 1,000 | 0,0216 | 0,0069 | 0,0031 | 0,0001 | 0,0011 |
| $E_{mv}$    | в.о. | 1,000 | 0,0648 | 0,0347 | 0,0217 | 0,0011 | 0,0117 |
| $E_{sv}$    | В    | 206,9 | 13,41  | 7,18   | 4,49   | 0,23   | 2,42   |

Амплітуда і початкова фаза першої гармоніки МПЗ  $\Psi_{m1} = 0,9313$  Вб;  $\gamma_{\psi 1} = -56,55^\circ$ , діюче значення і початкова фаза першої гармоніки фазної ЕРС  $E_{s1} = 206,9$  В;  $\gamma_{E1} = 33,45^\circ$ ; повна ЕРС за (13)  $E_{seq} = 207,5$  В; за (17) фазна напруга  $U_s = 224,7$  В та фазовий зсув струму відносно неї  $\varphi_s = 34,84^\circ$  (рис. 7); падіння напруги  $U_{Rs} = 7$  В;  $U_{sdif} = 7,4$  В;  $U_{sfh} = 6,9$  В.

За усіма вищими гармоніками знаходяться діюче значення диференціальної ЕРС обмотки статора [9]

$$E_{sdif} = \sqrt{\sum_{v=3,5,\dots}^N E_{sv}^2} = 16,05 \text{ В}, \quad (22)$$

та уточнений диференціальний опір обмотки статора

$$X_{sdif} = \frac{E_{sdif}}{I_s} = 0,61 \text{ Ом}. \quad (23)$$

Зазначимо, що цей опір тут знайдено з дотриманням його математичної та фізичної сутності, про що йдеться в [9], і він суттєво відрізняється від проєктного значення (див. вище за текстом), яке знаходиться за наближеною методикою. Тому подальші розрахунки відбуватимуться з оновленим значенням  $X_{sdif}$ .

В режимі навантаження важливими є енергетичні параметри ТАД:

- вхідна електрична потужність ТАД:

$$P_{in} = m_s U_s I_s \cos \varphi_s; \quad (24)$$

- електромагнітний момент, який визначається спеціальною функцією Lua через тензор магнітного натягу Максвела,

$$M_{em} = \frac{l_a}{\mu_0 (r_s - r_r) S_\delta} \int B_r B_\alpha r dS, \quad (25)$$

де  $B_\alpha$ ,  $B_r$  – кутова і радіальна складові вектора магнітної індукції;  $S_\delta$  – поперечна площа немагнітного проміжку;  $r_r$  і  $r_s$  – радіуси окружностей, що обмежують цю площину з боків ротора і статора;

- електромагнітна потужність, яка передається обертним магнітним полем зі статора на ротор:

$$P_{em} = M_{em} \Omega_s, \quad (26)$$

де  $\Omega_s$  – вже згадувана кутова швидкість цього поля;

- електричні втрати потужності в обмотках статора і ротора

$$P_{els} = m_s R_s I_s^2; \quad P_{elr} = m_r R_r I_r^2. \quad (27)$$

Значення решти втрат потужності в даних розрахунках не змінюються і беруться з проєкту ТАД [4]:  $P_{mags}$  – магнітні втрати в осерді статора,  $P_{mec}$  – механічні втрати, додаткові втрати  $P_{ad}$ ,  $P_{magr}$  – магнітні втрати осерді ротора, які складаються з поверхневих та пульсацій них втрат.

Враховуючи втрати, які відносяться до ротора, визначається вихідна корисна потужність ТАД:

$$P_{out} = P_{em} - P_{elr} - P_{magr} - P_{mec} - P_{ad}. \quad (28)$$

І нарешті коефіцієнт корисної дії (ККД) ТАД:

$$\eta = P_{out} / P_{in}. \quad (29)$$

Згадані втрати потужності мають такі значення:  $P_{els} = 1046$  Вт;  $P_{elr} = 407,7$  Вт;  $P_{mags} = 270$  Вт;  $P_{magr} = 87,3$  Вт;  $P_{mec} = 117$  Вт;  $P_{ad} = 84,3$  Вт.

За наданими формулами отримано інтегральні енергетичні параметри ТАД:  $M_{em} = 97,72$  Н·м;  $P_{in} = 16,667$  кВт;  $P_{em} = 15,350$  кВт;  $P_{out} = 14,741$  кВт;  $\cos \varphi_s = 0,821$ ;  $\eta = 0,884$ .

Фазна напруга на основі (14)  $U_s = 224,7$  В виявилася більшою за номінал, але двигун повинен працювати при номінальній напрузі 220 В.

Для усунення надлишку  $U_s$  необхідно зменшити намагнічувальний струм обмотки статора  $I_\mu$ . Тому ітераційним шляхом знайдено чисельно-польовими розрахунками за наданою методикою  $I_\mu = 7,25$  А, і відповідно струм обмотки статора досяг  $I_s = 29,22$  А. Звісно, що змінилася не тільки напруга, але і решта величин, які набули таких значень:  $\Psi_{m1} = 0,9101$  Вб;  $\gamma_{\psi 1} = -57,17^\circ$ ;  $E_{s1} = 202,4$  В;  $\gamma_{E1} = 32,83^\circ$ ;  $\alpha_{sr} = 83,10^\circ$ ;  $E_{seq} = 207,5$  В;  $U_{Rs} = 7$  В;  $U_{sdif} = 7,4$  В;  $U_{sfh} = 6,8$  В;  $U_s = 220$  В;  $\varphi_s = 34,28^\circ$ ;  $M_{em} = 95,45$  Н·м;  $P_{in} = 16,288$  кВт;  $P_{em} = 14,988$  кВт;  $P_{out} = 14,379$  кВт;  $\cos \varphi_s = 0,826$ ;  $\eta = 0,883$ .

З усього можна виділити те, що напруга  $U_s$  стала номінальною, а ось вихідна потужність  $P_{out}$  не дотягує до номінального значення, яке становить 15 кВт.

Зрозуміло, що задача одночасного забезпечення номінальних напруги та вихідної потужності є комплексною, і для її розв'язання сформований відповідний метод, заснований на методиці з [4] та розробці [5].

Комплексність задачі полягає у тому, що вхідні величини  $s$ ,  $I_\mu$  і вихідні  $U_s$ ,  $P_{out}$  є взаємопов'язаними, тобто вона є чотирьохпараметричною, і тому розв'язується ітераційним методом. Для цього надається суворо детермінована методика, сутність якої описується далі за текстом, а потім надаються результати розрахунків, виконані програмою на скрипті Lua, яка забезпечує взаємодію з програмою FEMM.

**Ітераційне визначення ковзання і намагнічувального струму обмотки статора для одночасного виходу на номінальні напругу і потужність ТАД.** Для наочного подання методики застосована графічна модель, надана на рис. 9. Її основою є координатна система з шуканими параметрами: ковзанням ротора  $s$  і намагнічувальним струмом обмотки статора  $I_\mu$ .



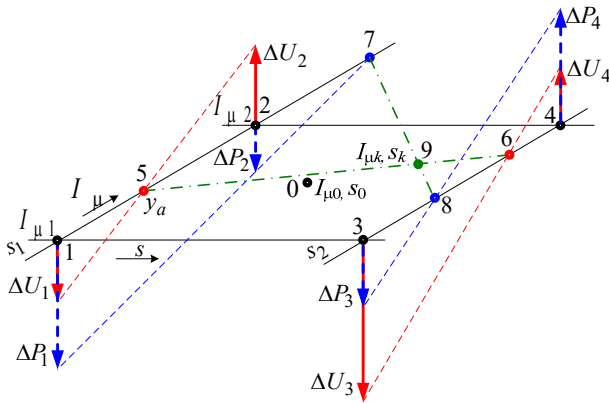


Рис. 9. Діаграма варіюваних струму  $I_\mu$  і ковзання  $s$  та відхилення шуканих величин  $U_s$  і  $P_{out}$

Ця система координат подана в аксонометрії площиною  $s$ ,  $I_\mu$ , в якій ставиться точка 0 з координатами ковзання  $s_0$  і намагнічувального струму  $I_{\mu 0}$ , що задаються на поточній ітерації для розрахунку напруги  $U_s$  і потужності  $P_{out}$ .

На першій ітерації значення ковзання  $s_0$  і струму  $I_{\mu 0}$  беруться безпосередньо з проекту ТАД [4]. За суттю це перше наближення значень варіюваних величин ітераційного процесу, що виконуватиметься.

Навколо координатної точки  $s_0$ ,  $I_{\mu 0}$  в зазначеній площині розташовується прямокутник з опорними точками 1, 2, 3 і 4. Відповідні лінії 1-2 і 3-4 мають координати ковзання  $s_1$  і  $s_2$ , лінії 1-3 і 2-4 – координату струму  $I_{\mu 1}$  і  $I_{\mu 2}$ .

Тоді боки прямокутника мають розміри

$$\Delta s = s_2 - s_1; \Delta I = I_{\mu 2} - I_{\mu 1}. \quad (30)$$

Ці розміри вибираються такими, щоб можна в їхніх межах допустити лінійну залежність напруги  $U_s$  і потужності  $P_{out}$  від ковзання  $s$  і струму  $I_\mu$ . Приміром, на першій ітерації можна задати за досвідом розрахунків  $\Delta s = 0,05s_0$ ;  $\Delta I = 0,05I_{\mu 0}$ , а далі на кожній наступній ітерації ці розміри зменшуються удвічі.

Таким чином, на рис. 9 задано координати чотирьох точок 1-4:

$$s_1 = s_0 - \Delta s/2; s_2 = s_0 + \Delta s/2; I_{\mu 1} = I_{\mu 0} - \Delta I/2; I_{\mu 2} = I_{\mu 0} + \Delta I/2. \quad (31)$$

Для кожної із заданих точок (31) виконується розрахунок МП в режимі навантаження ТАД. За результатами цих розрахунків за наданою вище методикою в цих точках визначаються відповідні значення фазної напруги  $U_s$  (14) і вихідної потужності  $P_{out}$  (28):

$$U_{s,k}; P_{out,k}, k = 1, 2, 3, 4, \quad (32)$$

а також неузгодженості цих величин відносно їхніх номінальних значень:

$$\Delta U_k = U_{s,k} - U_{sN}; \Delta P_k = P_{out,k} - P_N, k = 1, 2, 3, 4. \quad (33)$$

Конкретні координати точок за (31) і значення неузгодженості фазної напруги  $U_s$  і вихідної потужності  $P_{out}$  за (33) наведені в табл. 5.

Таблиця 5

Неузгодження величин на першій ітерації

| Варіювання                                                                                                          | $s_1 = 0,0248$                                   | $s_2 = 0,0274$                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| $I_{\mu 1} = 6,849$ А                                                                                               | $\Delta U_1 = -2,59$ В<br>$\Delta P_1 = 1311$ Вт | $\Delta U_3 = -3,17$ В<br>$\Delta P_3 = -218$ Вт |
| $I_{\mu 2} = 7,571$ А                                                                                               | $\Delta U_2 = 5,19$ В<br>$\Delta P_2 = -787$ Вт  | $\Delta U_4 = 4,83$ В<br>$\Delta P_4 = 377$ Вт   |
| Контрольна точка $k: s_k = 0,0274; I_{\mu k} = 7,135$ А;<br>розходження $\Delta U_k = 0,19$ В; $\Delta P_k = 19$ Вт |                                                  |                                                  |

Зазначимо, що рис. 9 має загальний ілюстративний характер за принципом наочності і не відповідає даним табл. 5, які по ітераціях змінюються.

Величини неузгоджень (33) будуються на рис. 9 у відповідних точках 1–4 як умовні вектори перпендикулярно координатній площині  $s$ ,  $I_\mu$ .

Як зазначено, в межах координатного прямокутника 1, 2, 3, 4 допускається лінійна залежність  $U_s$  і  $P_{out}$   $s$  і  $I_\mu$ . Тоді можна попарно через кінці векторів  $\Delta U_1$  і  $\Delta U_2$ ,  $\Delta U_3$  і  $\Delta U_4$  провести прямі лінії, і аналогічно – через кінці векторів  $\Delta P_1$  і  $\Delta P_2$ ,  $\Delta P_3$  і  $\Delta P_4$  (див. рис. 9).

На перетинах утворених ліній з боковими лініями чотирикутника в його площині відхилення напруги  $\Delta U_k$  і потужності  $\Delta P_k$  в точках 5, 6 і 7, 8 дорівнюють 0. Тоді можна записати лінійні рівняння утворених прямих ліній, які наведено пунктиром, і за цими рівняннями визначити координати точок перетину:

$$I_{\mu 5} = I_{\mu 1} - \Delta U_1 \frac{\Delta I}{\Delta U_2 - \Delta U_1}; I_{\mu 6} = I_{\mu 1} - \Delta U_3 \frac{\Delta I}{\Delta U_4 - \Delta U_3};$$

$$I_{\mu 7} = I_{\mu 1} - \Delta P_1 \frac{\Delta I}{\Delta P_2 - \Delta P_1}; I_{\mu 8} = I_{\mu 1} - \Delta P_3 \frac{\Delta I}{\Delta P_4 - \Delta P_3}.$$

Між точками 5 і 6 і аналогічно між точками 7 і 8 проводяться свої прямі лінії (на рис. 9 це штрих-пунктирні лінії), які мають аналітичні вирази:

$$I_\mu = I_{\mu 5} + \frac{I_{\mu 6} - I_{\mu 5}}{\Delta s}(s - s_1); \quad (34)$$

$$I_\mu = I_{\mu 7} + \frac{I_{\mu 8} - I_{\mu 7}}{\Delta s}(s - s_1). \quad (35)$$

На лінії 5-6  $\Delta U_s = 0$ , на лінії 7-8  $\Delta P_{out} = 0$ , тоді в точці 9 на їхньому перетині умови  $\Delta U_s = 0$  і  $\Delta P_{out} = 0$  виконуються разом.

З системи лінійних рівнянь (34), (35) виходять шукані ковзання та намагнічувальний струм в точці  $k$ :

$$s_k = s_1 + \frac{I_{\mu 5} - I_{\mu 7}}{K_2 - K_1}; I_{\mu k} = I_{\mu 7} + K_2(s_k - s_1), \quad (36)$$

де коефіцієнти  $K_1 = \frac{I_{\mu 6} - I_{\mu 5}}{\Delta s}$ ;  $K_2 = \frac{I_{\mu 8} - I_{\mu 7}}{\Delta s}$ .

Підстановка в ці формули значень відомих величин дала  $s_k = 0,0274$  і  $I_{\mu k} = 7,135$  А, що є в табл. 5.

Такі значення мали б одночасно забезпечити номінальну напругу  $U_{sN}$  та потужність  $P_{outN}$  ТАД. Для перевірки цього при знайдених значеннях  $s_k$  і  $I_{\mu k}$  за відомою методикою розраховується МП і в точці  $k$  визначаються відповідно значення напруги (14) та вихідної потужності (28):  $U_s = 220,19$  В та  $P_{out} = 15,019$  кВт. Відповідні відхилення  $\Delta U$  і  $\Delta P$  за (33) становлять лише 0,19 В і 19 Вт, що відображено в табл. 5.

В принципі, для практичного проєктування це вже достатньо близько до заданих проєктних номінальних параметрів ТАД  $U_{sN}$  і  $P_{outN}$ . Залишкові розходження  $\Delta U_s$  та  $\Delta P_{out}$  можна пояснити тим, що функції  $U_s(s, I_\mu)$  і  $P_{out}(s, I_\mu)$  реально дещо відрізняються від лінійних, прийнятих на рис. 9 і в супутніх формулах.

Для демонстрації теоретичної спроможності розробленої методики з точки зору зменшення відхилень  $\Delta U$  і  $\Delta P$  і уточнення ковзання  $s$  і намагнічувального струму  $I_\mu$  ітераційний розрахунок повторюється.

Але на другій ітерації за початкові значення ковзання  $s_0$  і струму  $I_{\mu 0}$  приймаються значення  $s_k$  і  $I_{\mu k}$ , які

визначені на першій ітерації. І тепер координатний прямокутник 1-2-3-4 будується навкруги нової координатної точки  $k$ , і при цьому його розміри  $\Delta s$  і  $\Delta I$  за (30, 31) зменшуються удвічі.

Після третьої ітерації відхилення в новій контрольній точці  $k$  зменшилися до  $\Delta U_k = 0,01$  В та  $\Delta P_k = 4$  Вт. Тому подальший ітераційний процес не мав сенсу, і результати розрахунків вважаються остаточними.

У підсумку отримано  $s_N = 0,0274$ ;  $I_\mu = I_{srs} = 7,12$  А;  $I_{sN} = 29,9$  А;  $I_r = 469,5$  А;  $\alpha_{sr} = 83,41^\circ$ ;  $M_{em} = 100$  Н·м;  $U_s = 220$  В;  $P_{in} = 17,1$  кВт;  $P_{outN} = 15$  кВт. Тобто результати розрахунку за третьою ітерацією забезпечили достатнє уточнення проєктних параметрів ТАД. Якщо б ні, то можна було б продовжити ітераційні розрахунки.

Зазначимо, що представлений ітераційний процес повністю автоматизований і його виконання разом з поточними розрахунками МП програмою FEMM забезпечуються складеним скриптом Lua.

Таким чином, чисельно-польова перевірка розглянутого проєкту ТАД показала ступінь його адекватності, і при цьому вона забезпечила його помітні уточнення. Одночасно виявлено уточнення коефіцієнта потужності з 0,889 до 0,898; ККД з 0,875 до 0,878.

Окрім того важливим є те, що застосування представленого методу для перевірки не дуже якісних проєктів інших ТАД спроможне виявити і неприпустимі помилки та допомогти їх виправити.

**Висновки.** Сформовано теоретичну базу чисельно-польової підтримки, перевірки і уточнення класичного проєктування трифазних асинхронних двигунів. За цією базою виконано практичні розрахунки їхніх електромагнітних та енергетичних параметрів, які стали можливими завдяки створенню керуючих скриптів Lua із застосуванням програми FEMM.

Розроблена теоретична база є суворо детермінованою, незважаючи на складність лінійних та нелінійних взаємозв'язків конструктивних, електромагнітних та енергетичних параметрів ТАД. Тому ця база піддається адекватній алгоритмізації і програмуванню із застосуванням ітераційних процесів.

Загальна структура теоретичної бази підсилена гармонічним аналізом кутових та часових функцій електромагнітних величин, уточнюючим визначенням диференціального опору розсіювання обмотки статора.

Розроблені теоретичні і практичні основи перевірки і уточнення проєктних електромагнітних та енергетичних параметрів ТАД апробовано на прикладі опублікованого класичного його проєкту в повному циклі розрахунків, який включає до себе як режим синхронного неробочого ходу, так і режим номінального навантаження.

Результати перевірки показали достатньо високу ефективність наданих теоретичні і практичні основ чисельно-польових розрахунків, які проявили, що проєкт ТАД потужністю 15 кВт виявляється розрахованим на 225 В замість 220 В, а вихідна потужність сягає лише 14,4 кВт. Визначено, що для виходу на номінальні значення в проєкті необхідно зменшити намагнічувальний струм обмотки статора з 7,75 А до 7,12 А, а ковзання ротора при роботі ТАД буде мати значення 0,0274 замість 0,0261. При цьому одночасно

уточнені такі важливі параметри двигуна, як обертальний момент, ККД, коефіцієнт потужності, струм обмотки статора тощо.

Зважаючи на здійснену програмну реалізацію методики чисельно-польових розрахунків трифазних асинхронних двигунів на базі програми FEMM і скрипту Lua, її можна вбудовувати в автоматизовані методи проєктування таких двигунів.

Якщо проваріювати вихідну потужність проєктованих ТАД, то за розробленими методикою і програмою можна отримати в автоматизованому розрахунковому режимі сім'ю уточнених його робочих характеристик.

**Конфлікт інтересів.** Автор заявляє про відсутність конфлікту інтересів.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Finite Element Method Magnetics: Download – Stable Distribution* (21Apr2019) – 64-bit Executable. Режим доступу: <https://www.femm.info/wiki/Download> (Дата звертання: 05.05.2025).
2. Ierusalimsky R. *Reference Manual of the Programming Language Lua 4.0*. Режим доступу: <http://www.lua.org/manual/4.0/> (Дата звертання: 05.05.2025).
3. Гольдберг О.Д., Гури́н Я.С., Сви́риденко И.С. *Проектирование электрических машин*. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 2001. 430 с.
4. Копылов И.П. *Проектирование электрических машин: учебник для вузов*. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Юрайт, 2019. 828 с.
5. Мильх В.И. Численно-полевой анализ адекватности проєктных данных трехфазных асинхронных двигателей и метод их уточнения на этой основе. *Технічна електродинаміка*, 2018, № 1, С. 47-55. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2018.01.047>.
6. Мильх В.И. Численно-полевой анализ временных функций и гармонического состава ЭДС в обмотках трехфазного асинхронного двигателя. *Технічна електродинаміка*, 2018, № 3, С. 56-65. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2018.03.056>.
7. Мильх В.И. Система автоматизованого формування розрахункових моделей електричних машин для програмного середовища FEMM. *Технічна електродинаміка*, 2018, № 4, С. 74-78. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2018.04.074>.
8. Milykh V.I. Numerical-field analysis of active and reactive winding parameters and mechanical characteristics of a squirrel-cage induction motor. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2023, no. 4, pp. 3-13. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2023.4.01>.
9. Milykh V.I. Numerical-field analysis of differential leakage reactance of stator winding in three-phase induction motors. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2025, no. 2, pp. 7-18. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2025.2.02>.
10. Göztaş M., Çunkaş M., Şahman M.A. In-Situ Efficiency Estimation of Induction Motors Using Whale Optimization Algorithm. *Turkish Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2025, vol. 5, no. 2, pp. 114-124. doi: <https://doi.org/10.5152/tepes.2025.25001>.
11. Michael I.N., Eneh P.I.I. Optimization of a Single-Phase Induction Motor Using Finite Element Method. *International Journal of Research Publication and Reviews*, 2025, vol. 6, no. 2, pp. 4441-4449. doi: <https://doi.org/10.55248/gengpi.6.0225.1020>.
12. Ding Q., Yang Z., Sun X., Zhao Q., Zhu H. Analysis of rotor slot width influence on a bearingless induction motor. *Computers & Electrical Engineering*, 2020, vol. 81, art. no. 106534. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2019.106534>.
13. Arish N., Ardestani M., Hekmati A. Optimum Structure of Rotor Slot for a 20 kW HTS Induction Motor. *Physica C: Superconductivity and its Applications*, 2021, vol. 582, art. no. 1353829. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physc.2021.1353829>.
14. Ocak C. A FEM-Based Comparative Study of the Effect of Rotor Bar Designs on the Performance of Squirrel Cage Induction Motors. *Energies*, 2023, vol. 16, no. 16, art. no. 6047. doi: <https://doi.org/10.3390/en16166047>.
15. Nascimento D., Smolenski R., Loschi H., Grassi F., Wan L., Hamid A. Electromagnetic Fields on 3-Phase Induction Motor Using Finite

Element Analysis. 2021 *IEEE International Joint EMC/SI/PI and EMC Europe Symposium*, 2021, pp. 434-439. doi: <https://doi.org/10.1109/EMC/SI/PI/EMCEurope52599.2021.9559357>.

16. Ding Z., Bu W., Cai X., Wu X., Liu S. Finite Element Analysis and Modeling of Three-Phase Induction Motor. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2019, vol. 677, no. 5, art. no. 052055. doi: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/677/5/052055>.

17. Lee J.-H., Kwon Y.-C., Sul S.-K. High-Fidelity Induction Motor Simulation Model Based on Finite Element Analysis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, vol. 69, no. 10, pp. 9872-9883. doi: <https://doi.org/10.1109/TIE.2022.3163556>.

18. Ekpo E.G. Dynamic Analysis of Two Phase Induction Motor Using Finite Element Method. *Journal of Emerging Trends in Engineering and Applied Sciences (JETEAS)*, 2020, vol. 11, no. 6, pp. 211-218. Available at: <https://www.scholarlinkinstitute.org/jeteas/abstractview.php?id=6.83> (Accessed 05 May 2025).

19. Shaier A.A., Flah A., Kraiem H., Enany M.A., Elymany M.M. Novel technique for precise derating torque of induction motors using ANFIS. *Scientific Reports*, 2025, vol. 15, no. 1, art. no. 8550. doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-025-92821-z>.

20. Asaad M., Mejbel A. Losses estimation of a single - phase induction motor based on finite element analysis. *AIP Conference Proceedings*, 2023, vol. 2787, no. 1, art. no. 050019. doi: <https://doi.org/10.1063/5.0148207>.

21. Breivik A. *Fault Detection and Diagnosis of Induction Motor for Ship Propulsion by utilizing Electrical Signature and Finite Element Method*. Master's thesis in Marine Technology. NTNU, Norwegian University of Science and Technology, 2021, 107 p. Available at: <https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/2781526> (Accessed 05 May 2025).

22. Babu H. *Finite-element analysis of an induction motor with inter-turn short-circuit faults*. Thesis of Master in Electrical Engineering. KTH Royal Institute of Technology, School of Electrical Engineering and Computer Science (EECS), Stockholm, Sweden, 2020, 98 p. Available at: <https://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:kth:diva-290082> (Accessed 05 May 2025).

23. Liang X., Ali M.Z., Zhang H. Induction Motors Fault Diagnosis Using Finite Element Method: A Review. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2020, vol. 56, no. 2, pp. 1205-1217. doi: <https://doi.org/10.1109/TIA.2019.2958908>.

24. Sakhara S., Brahimi M., Nacib L., Layadi T.M. Application of a wavelet neural network approach to detect stator winding short circuits in asynchronous machines. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2023, no. 3, pp. 21-27. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2023.3.03>.

25. Diarra M.N., Li Y., Zhao X. Induction Motors Parameters Identification by Starting Process Using Quantum Particle Swarm Optimization-Trust Region Algorithm (QPSO-TRA). 2023 *International Conference on Applied Intelligence and Sustainable Computing (ICAISC)*, 2023, pp. 1-6. doi: <https://doi.org/10.1109/ICAISC58445.2023.10200090>.

26. Popovych O., Golovan I. Currents System for Efficient Mathematical Modeling of an Induction Motor Using the Field Analysis. 2019 *IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*, 2019, pp. 142-145. doi: <https://doi.org/10.1109/MEES.2019.8896624>.

27. Попович О.М., Головань І.В. Врахування в слабкозв'язаній коло-польовій моделі асинхронного двигуна витіснення наведеного струму в колі ротора. *Технічна електродинаміка*, 2025, № 3, С. 22-30. doi: <https://doi.org/10.15407/techned2025.03.022>.

28. Quadrado J.C. Enhancing Engineering Education: Integrating Finite Element Method Analysis for Induction Motors Efficiency Improvement Study. *Proceedings of the 22nd LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education and Technology: Sustainable Engineering for a Diverse, Equitable, and Inclusive Future at the Service of Education, Research, and Industry for a Society 5.0*, 2024, art. no. 2032. doi: <https://doi.org/10.18687/LACCEI2024.1.1.2032>.

29. Мильх В.И., Полякова Н.В. Гармонический анализ электромагнитных величин трехфазной обмотки статора турбогенератора на основе классических и численно-полевых методов. *Технічна електродинаміка*, 2013, № 3, С. 40-49.

## REFERENCES

1. *Finite Element Method Magnetics: Download – Stable Distribution (21Apr2019)* – 64-bit Executable. Available at: <https://www.femm.info/wiki/Download> (Accessed 05 May 2025).

2. Ierusalimsky R. *Reference Manual of the Programming Language Lua 4.0*. Available at: <http://www.lua.org/manual/4.0/> (Accessed 05 May 2025).

3. Goldberg O.D., Gurin Ya.S., Sviridenko I.S. *Design of electrical machines. 2nd ed., revised and additional*. Moscow, Higher School Publ., 2001. 430 p. (Rus).

4. Kopylov I.P. *Electrical machines designing*. Moscow, Yurait Publ., 2019. 828 p. (Rus).

5. Milykh V.I. Numerically-field analysis of the adequacy of the design data of three-phase induction motors and the method of their refinement on this basis. *Technical Electrodynamics*, 2018, no. 1, pp. 47-55. (Rus). doi: <https://doi.org/10.15407/techned2018.01.047>.

6. Milykh V.I. Numerical-field analysis of temporal functions and harmonic composition of EMF in windings of a three-phase asynchronous motor. *Technical Electrodynamics*, 2018, no. 3, pp. 56-65. (Rus). doi: <https://doi.org/10.15407/techned2018.03.056>.

7. Milykh V.I. The system of automated formation of electrical machines computational models for the FEMM software environment. *Technical Electrodynamics*, 2018, no. 4, pp. 74-78. (Ukr). doi: <https://doi.org/10.15407/techned2018.04.074>.

8. Milykh V.I. Numerical-field analysis of active and reactive winding parameters and mechanical characteristics of a squirrel-cage induction motor. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2023, no. 4, pp. 3-13. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2023.4.01>.

9. Milykh V.I. Numerical-field analysis of differential leakage reactance of stator winding in three-phase induction motors. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2025, no. 2, pp. 7-18. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2025.2.02>.

10. Göztaş M., Çunkaş M., Şahman M.A. In-Situ Efficiency Estimation of Induction Motors Using Whale Optimization Algorithm. *Turkish Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2025, vol. 5, no. 2, pp. 114-124. doi: <https://doi.org/10.5152/tepes.2025.25001>.

11. Michael I.N., Eneh P.I. Optimization of a Single-Phase Induction Motor Using Finite Element Method. *International Journal of Research Publication and Reviews*, 2025, vol. 6, no. 2, pp. 4441-4449. doi: <https://doi.org/10.55248/gengpi.6.0225.1020>.

12. Ding Q., Yang Z., Sun X., Zhao Q., Zhu H. Analysis of rotor slot width influence on a bearingless induction motor. *Computers & Electrical Engineering*, 2020, vol. 81, art. no. 106534. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2019.106534>.

13. Arish N., Ardestani M., Hekmati A. Optimum Structure of Rotor Slot for a 20 kW HTS Induction Motor. *Physica C: Superconductivity and its Applications*, 2021, vol. 582, art. no. 1353829. doi: <https://doi.org/10.1016/j.physc.2021.1353829>.

14. Ocak C. A FEM-Based Comparative Study of the Effect of Rotor Bar Designs on the Performance of Squirrel Cage Induction Motors. *Energies*, 2023, vol. 16, no. 16, art. no. 6047. doi: <https://doi.org/10.3390/en16166047>.

15. Nascimento D., Smolenski R., Loschi H., Grassi F., Wan L., Hamid A. Electromagnetic Fields on 3-Phase Induction Motor Using Finite Element Analysis. 2021 *IEEE International Joint EMC/SI/PI and EMC Europe Symposium*, 2021, pp. 434-439. doi: <https://doi.org/10.1109/EMC/SI/PI/EMCEurope52599.2021.9559357>.

16. Ding Z., Bu W., Cai X., Wu X., Liu S. Finite Element Analysis and Modeling of Three-Phase Induction Motor. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2019, vol. 677, no. 5, art. no. 052055. doi: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/677/5/052055>.

17. Lee J.-H., Kwon Y.-C., Sul S.-K. High-Fidelity Induction Motor Simulation Model Based on Finite Element Analysis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, vol. 69, no. 10, pp. 9872-9883. doi: <https://doi.org/10.1109/TIE.2022.3163556>.

18. Ekpo E.G. Dynamic Analysis of Two Phase Induction Motor Using Finite Element Method. *Journal of Emerging Trends in Engineering and Applied Sciences (JETEAS)*, 2020, vol. 11, no. 6, pp. 211-218. Available at: <https://www.scholarlinkinstitute.org/jeteas/abstractview.php?id=6.83> (Accessed 05 May 2025).

19. Shaier A.A., Flah A., Kraiem H., Enany M.A., Elymany M.M. Novel technique for precise derating torque of induction motors using ANFIS. *Scientific Reports*, 2025, vol. 15, no. 1, art. no. 8550. doi: <https://doi.org/10.1038/s41598-025-92821-z>.

20. Asaad M., Mejbel A. Losses estimation of a single - phase induction motor based on finite element analysis. *AIP Conference Proceedings*, 2023, vol. 2787, no. 1, art. no. 050019. doi: <https://doi.org/10.1063/5.0148207>.



21. Breivik A. *Fault Detection and Diagnosis of Induction Motor for Ship Propulsion by utilizing Electrical Signature and Finite Element Method*. Master's thesis in Marine Technology. NTNU, Norwegian University of Science and Technology, 2021, 107 p. Available at: <https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/2781526> (Accessed 05 May 2025).
22. Babu H. *Finite-element analysis of an induction motor with inter-turn short-circuit faults*. Thesis of Master in Electrical Engineering. KTH Royal Institute of Technology, School of Electrical Engineering and Computer Science (EECS), Stockholm, Sweden, 2020, 98 p. Available at: <https://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:kth:diva-290082> (Accessed 05 May 2025).
23. Liang X., Ali M.Z., Zhang H. Induction Motors Fault Diagnosis Using Finite Element Method: A Review. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2020, vol. 56, no. 2, pp. 1205-1217. doi: <https://doi.org/10.1109/TIA.2019.2958908>.
24. Sakhara S., Brahimi M., Nacib L., Layadi T.M. Application of a wavelet neural network approach to detect stator winding short circuits in asynchronous machines. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2023, no. 3, pp. 21-27. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2023.3.03>.
25. Diarra M.N., Li Y., Zhao X. Induction Motors Parameters Identification by Starting Process Using Quantum Particle Swarm Optimization-Trust Region Algorithm (QPSO-TRA). *2023 International Conference on Applied Intelligence and Sustainable Computing (ICAISC)*, 2023, pp. 1-6. doi: <https://doi.org/10.1109/ICAISC58445.2023.10200090>.
26. Popovych O., Golovan I. Currents System for Efficient Mathematical Modeling of an Induction Motor Using the Field Analysis. *2019 IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*, 2019, pp. 142-145. doi: <https://doi.org/10.1109/MEES.2019.8896624>.
27. Golovan I.V., Popovych O.M. Consideration of the induced current displacement in the rotor circuit in a weakly coupled circuit-field model of an induction motor. *Technical Electrodynamics*, 2025, no. 3, pp. 22-30. (Ukr). doi: <https://doi.org/10.15407/techne2025.03.022>.
28. Quadrao J.C. Enhancing Engineering Education: Integrating Finite Element Method Analysis for Induction Motors Efficiency Improvement Study. *Proceedings of the 22nd LACCEI International Multi-Conference for Engineering, Education and Technology: Sustainable Engineering for a Diverse, Equitable, and Inclusive Future at the Service of Education, Research, and Industry for a Society 5.0*, 2024, art. no. 2032. doi: <https://doi.org/10.18687/LACCEI2024.1.1.2032>.
29. Milykh V.I., Polyakova N.V. Harmonious analysis of electromagnetic sizes three-phase winding of stators of turbogenerator on basis classic and numerical field methods. *Technical Electrodynamics*, 2013, no. 3, pp. 40-49. (Rus).

Надійшла (Received) 20.08.2025

Прийнята (Accepted) 08.11.2025

Опублікована (Published) 02.01.2026

**Міліх Володимир Іванович**<sup>1</sup>, д.т.н., проф.,

<sup>1</sup> Національний технічний університет  
«Харківський політехнічний інститут»,  
61002, Харків, вул. Кирпичова, 2,  
e-mail: mvikemkpi@gmail.com

V.I. Milykh<sup>1</sup>, Doctor of Technical Science, Professor,

<sup>1</sup> National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,  
2, Kyrpychova Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

#### How to cite this article:

Milykh V.I. Theory and practice of numerical-field analysis and refinement of electromagnetic and energy parameters in the designs of three-phase induction motors. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2026, no. 1, pp. 3-14. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2026.1.01>

#### **Theory and practice of numerical-field analysis and refinement of electromagnetic and energy parameters in the designs of three-phase induction motors.**

**Introduction.** The paper is devoted to improving the designs of three-phase induction motors (TIMs) based on the application of numerical calculations of their magnetic fields. Considering that the classical system for designing TIMs does not always provide sufficient accuracy of their design parameters, this task is relevant and therefore the developed motors require experimental refinement and additional time and money accordingly. **Problem.** In classic design of TIMs, magnetic calculations are performed based on magnetic circuit theory. The magnetic circuit of TIMs is divided into conditionally homogeneous sections, on which the magnetic quantities are considered to be distributed evenly, but their real distribution is much more complicated. This approach leads to error in determining the electromagnetic parameters of TIMs and, as a result, inaccuracies in energy, mechanical, thermal, etc. calculations. The **goal** of the paper is to further develop the existing system for designing TIMs by refining it using numerical-field calculations of electromagnetic and energy parameters. **Methodology.** The methodology is based on numerical-field verification and refinement of classical design of TIMs. It is strictly deterministic, despite the complexity of linear and nonlinear interrelationships of its structural, electromagnetic, and energy parameters, and therefore it is amenable to adequate algorithmization and programming using iterative calculations. The theoretical foundations of the methodology are reinforced by harmonic analysis of time functions of electromagnetic quantities and a refined determination of the differential leakage resistance of the stator winding. The tool for implementing the methodology is the FEMM program in conjunction with the created Lua scripts.

**Results.** Numerical-field calculations of the electromagnetic and energy parameters of the test TIM developed according to the classical design were performed. This motor has been tested within the synchronous idle and rated load conditions. This demonstrated a sufficiently high efficiency of the provided theoretical and practical foundations of numerical-field calculations and revealed that the TIM project does not meet the declared power and voltage requirement. To reach their nominal values, the method for refining the magnetizing current of the stator winding and the rotor slip is provided. **Scientific novelty** of this paper is the system of numerical-field calculations of electromagnetic and energy parameters of TIMs, which, in conjunction with the iterative process, ensures its output to the specified nominal stator winding voltage and output power while simultaneously varying the magnetizing current and slip. **Practical value.** The methodology of numerical-field calculations of TIMs based on the FEMM program and the Lua script is recommended to be integrated into the automated design system for these motors. In addition to verifying and refining the parameters of the designed TIMs, the developed methodology and program can be used to obtain a set of refined operating characteristics in an automated calculation mode. References 29, tables 5, figures 9.

**Key words:** three-phase induction motor, automated numerical-field calculations, magnetic field, FEMM, electromagnetic and energy parameters, verification and refinement of design data.