М.І. Коцур

# Розробка методів для адаптації параметрів просторових торцевих частин обмоток в 2D коло-польових моделях асинхронно-синхронних електричних машин

Вступ. За останній час набули розвитку теорія спеціального класу каскадних тихохідних безконтактних асинхронносинхронних електричних машин (АСЕМ) та отримана принципова нова її конструкція, за допомогою якої одержано поєднання позитивних властивостей від звичайних асинхронних та синхронних електричних машин. Проблема. Відсутність колових та польових моделей АСЕМ накладає обмеження щодо подальшого дослідження електромагнітних, механічних та енергетичних процесів, в перехідних та квазіусталеному режимах її роботи. Мета. Розробка 3D та адаптованої 2D коло-польових моделей АСЕМ, методів декомпозиції і динамічного синтезу з адаптацією умов сполучення електромагнітних параметрів на границях розрахованих підобластей АСЕМ. Методологія. Просторові елементи конструкції АСЕМ представляються просторовими окремими розрахунковими підобластями. Для кожній із цих підобластей ставиться у відповідність протікання електромагнітних процесів, які утворені цілісною розрахунковою областю. За нев'язкою енергії магнітного поля окремих підобластей з цілісною розрахунковою зоною визначаються дія крайових ефектів в торцевих зонах та параметри лобових частин обмоток АСЕМ. Ці параметри з врахуванням крайових ефектів відображаються як елементи кола для 2D коло-польової моделі АСЕМ. Результати. Отримана комбінація методів декомпозиції 3D області ACEM і динамічного синтезу з адаптацією умов сполучення електромагнітних параметрів на границях його розрахованих підобластей, яка дозволяє забезпечити чисельну реалізацію 3D коло-польового моделювання електромагнітних полів в окремих електричних та магнітних контурах складної просторової конструкції АСЕМ, а також визначити вплив крайових ефектів в торцевих зонах лобових частин АСЕМ за нев'язкою енергії магнітного поля. Запропонована методика щодо визначення активних та індуктивних опорів лобових частин обмоток АСЕМ з врахуванням дії крайових ефектів. Точність та ефективність запропонованих методів підтверджується результатами експериментального дослідження. Наукова новизна. Розроблена адаптована динамічна 2D коло-польова модель нестаціонарних взаємопов'язаних електромагнітних та електромеханічних процесів АСЕМ, яка дозволяє врахувати в перехідних режимах роботи параметри лобових частин його обмоток через її схемну реалізацію, нелінійність магнітних та електрофізичних властивостей активних матеріалів, поверхневі і крайові ефекти торцевих зон його активної частини. Практична цінність. Запропоновані методи можуть бути використані для різних типів електричних машин. Бібл. 27, табл. 3, рис. 12. Ключові слова: електромагнітне поле, крайові ефекти, методи декомпозиції та динамічного синтезу, коло-польове моделювання, електрична машина.

Вступ. Подальше вдосконалення конструкцій та розвиток теорії електричних машин (ЕМ) безпосередньо пов'язане з пошуком нових технічних рішень та технологій. Це дозволить забезпечити створення пристроїв з покращеними технічними характеристиками та високими показниками енергоефективності регульованих електроприводів, автономних систем електропостачання для низки споживачів у промисловості, енергетиці, сільському господарстві, пристроїв спеціального призначення.

За останній час набули розвитку теорія спеціального класу каскадних тихохідних безконтактних асинхронно-синхронних електричних машин (АСЕМ) та отримана принципова нова та поліпшена її конструкція [1]. Даний клас ЕМ представляє собою поєднання двох ЕМ, а саме асинхронного двигуна (АД) та оберненого синхронного генератора (СГ) в єдиному магнітопроводі [2]. При цьому статорна обмотка першої ЕМ являє собою трифазну  $2p_1$  полюсну обмотку, а статорна обмотка другої ЕМ – однофазна 2p<sub>2</sub> полюсна обмотка збудження. Трифазна 2p1 обмотка та однофазна  $2p_2$  обмотка суміщені електрично між собою, та формують єдину струмопровідну систему на статорній (якірній) стороні АСЕМ. Роторна суміщена обмотка є короткозамкненою з кількістю незалежних між собою фазних котушок  $n_2=p_1+p_2$  [3]. Для даного класу ЕМ в [4] розроблені різні конфігурації суміщеної статорної обмотки з різними варіантами співвідношення кількості пар полюсів  $2p_1/2p_2$ , що надає можливість одержати різні значення каскадної синхронної швидкості АСЕМ від 125 до 1000 об/хв.

Останнє поліпшення конструкції АСЕМ ставить цей клас ЕМ за простотою у виготовленні та масога-

баритними показниками у повну відповідність до класичних асинхронних ЕМ з короткозамкненим ротором, з каналом керування зі сторони нерухомої частини якоря АСЕМ. Простота конструкції, наявність керування тільки зі сторони якоря, поєднання властивостей АД та СГ робить цей клас тихохідних ЕМ перспективним у подальшому розвитку. Однак, на теперішній час для даного класу ЕМ досі відсутній математичний опис та відповідні дослідження щодо електромагнітних та механічних процесів в перехідних та квазіусталеному режимах його роботи, не визначені регулювальні властивості та характеристики АСЕМ. Тому, окрім проведення досліджень на фізичному зразку АСЕМ, є необхідність у розробці математичної моделі АСЕМ, яка дозволить врахувати конструктивні особливості та схемну реалізацію обмоток якоря і ротора, а також нелінійність магнітних та електрофізичних властивостей активних матеріалів, поверхневі і крайові ефекти торцевих зон її активної частини, одержати високу точність та ефективність чисельної реалізації електромагнітних параметрів при помірному використанні обчислювальних ресурсів, витрат часу і стійкістю обчислювального процесу, з відтворенням електромагнітних та механічних процесів максимально наближених до результатів експериментального дослідження.

Аналіз досліджень і публікацій. Сучасні методи дослідження ЕМ пов'язані із застосуванням стаціонарних та нестаціонарних математичних моделей перетворення електричної, магнітної та механічної енергій [5]. Існуючі математичні моделі ЕМ підрозділяються на колові та польові моделі.

Колові моделі базуються на теорії кіл та основані на застосуванні схем заміщення ЕМ. Залежність між електричними, магнітними і конструктивними параметрами ЕМ відбувається між індуктивними та активними параметрами схем заміщення ЕМ [6]. Такі моделі описуються або системою алгебраїчних рівнянь, або системою нелінійних диференційних рівнянь першого порядку. Існують методики проєктування та розрахунку параметрів схеми заміщення ЕМ, які основані на емпіричних розрахунках та розрахунках за каталожними або експериментальними даними [7]. В [8] автором зазначено, що для отримання задовільної точності чисельного розрахунку параметрів, схеми заміщення потрібно уточнювати за допомогою польового моделювання. В [9] проведено аналіз методів математичного, структурного та фізичного моделювання в MATLAB двигуна постійного струму з незалежним збудженням та асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором. Результати моделювання порівнювались з реальними даними експерименту. Встановлено, що недоліком даного методу моделювання є наявність високої похибки розрахунку, яка пов'язана з неможливістю повного врахування всіх особливостей конфігурації ЕМ, нелінійності електрофізичних та магнітних властивостей активних матеріалів.

Розвиток комп'ютерної техніки та спеціалізованих програмних комплексів, таких як ANSYS, COMSOL Multiphysics, OpenFEM, Impact, SALOME, Elmer та ін., розширив можливості практичного використання 3D та 2D польового моделювання, яке основане на рішенні системи рівнянь в частинних похідних методом скінченних елементів [10]. На відміну від 2D польового моделювання, застосування 3D польового моделювання електромагнітних процесів може забезпечити необхідні вимоги до точності чисельних розрахунків електромагнітних параметрів. Так, наприклад, в [11] при тривимірному аналізі магнітного поля спеціального сферичного двигуна з постійним магнітом із подвійним статором, в [12] двофазного асинхронного двигуна, в [13] електромагнітних процесів у торцевих зонах ротора турбогенератора в несиметричних режимах його роботи, авторами зазначається збільшення точності розрахунку у порівнянні з двомірним польовим моделюванням, що підтверджується результатами експериментального дослідження. Однак, в залежності від розв'язуваного завдання, автори користуються припущенням щодо відсутності лобових частин обмоток їх геометричних моделей ЕМ з метою зменшення розмірності самої задачі. В [14] розглянуто аналіз електромагнітного поля в АД з короткозамкненим ротором у частотній та покроковій часовій постановці задачі для різних 2D та 3D моделей процесу руйнування стержня ротора та кінця цього процесу – пошкодження стержня. Автори відмічають складність у реалізації 3D польового моделювання, погіршення збіжності чисельних розрахунків на границі двох середовищ з різними магнітними та електрофізичними властивостями, особливо для складних нелінійних елементів конструкції, значного збільшення часу обчислення та вимог до оперативної пам'яті у порівнянні з 2D польового моделювання Тому авторами пропонуються випадки, коли можна

прийняти варіант щодо використання 2D-моделі замість 3D-моделі. В [15] авторами проведено аналіз розподілу електромагнітного поляч уздовж ЕМ з врахуванням повної конструкції ЕМ, тобто з врахуванням лобових частин її обмоток. Встановлено, що в торцевих зонах ЕМ енергія магнітного поля збільшується у порівнянні зі значенням енергії магнітного поля в середині активної частини, проведена порівняльна оцінка точності розрахунку, в залежності від вибору ступеня функції форми Лагранжа при побудові сітки скінчених елементів, встановлені закономірності збільшення часу розрахунку, та вимоги по оперативної пам'яті. В [16] авторами проведено аналіз чисельних розрахунків ЕМ за повною її конструкцією, запропоновано підхід, який полягає у збільшенні скінченних елементів з використання функцій форми Лагранжа першого порядку в межах границь розрахункових підобластей з різними фізичними властивостями середовиша, що дозволило збільшити збіжність чисельних розрахунків.

В більшості робіт, які пов'язані з застосуванням чисельно-польового аналізу, врахування лобових частин обмоток в геометричній моделі не є обов'язковим, що дозволяє застосовувати з достатньою точністю 2D польове моделювання. Так, наприклад, в [17] авторами розроблена методика, яка дозволяє на основі єдиного підходу розраховувати геометричні параметри лобових частин концентричної і петльової обмоток ЕМ з урахуванням їх деталізованої структури і розмірів усіх складових елементів, що дає значно точніші результати порівняно з класичними методами проєктування ЕМ. Також в [18] виконано чисельно-польовий розрахунок та аналіз активних і реактивних опорів обмоток АД у всьому діапазоні зміни його ковзання з подальшим розрахунком механічної її характеристики. Однак врахування параметрів лобових частин обмоток ЕМ з застосуванням методики, основаної на емпіричних рівняннях, є достатньою при умові використання в якості початкових умов системи фазних струмів з врахуванням геометричного напрямку їх протікання. Однак, для випадків, коли невідомо розподіл струмів в струмопровідних частинах ЕМ, особливо при дослідженні АСЕМ, як для 2D, так і для 3D польових моделей EM необхідно долучати колові моделі для врахування особливості схемної реалізації з'єднання її обмоток.

В [19] доведена доцільність використання колопольової моделі ЕМ, яка основана на поєднанні 2D польової моделі пазової частини ЕМ з коловою моделлю обмотки статора ЕМ з врахуванням схемної реалізації з'єднання котушкових груп фаз обмоток статора ЕМ, що дає можливість додатково врахувати параметри їх лобових частин. В якості початкових умов використовуються фазні напруги при живленні від синусоїдального або несинусоїдального джерела, що забезпечує визначення струмів в процесі чисельного розрахунку. При цьому, можна врахувати реальне спотворення струмів обмотки статора, що виникає навіть при синусоїдній напрузі живлення.

Таким чином, враховуючи, те що постійне використання складних динамічних 3D коло-польових моделей з врахуванням схемної реалізації обмоток АСЕМ при дослідженні електромагнітних та механічних процесів в перехідних та квазіусталеному режимах її роботи буде призводити до значних витрат обчислювальних ресурсів, часу і стійкістю обчислювального процесу, тому є необхідність у розробці методів та підходів, що дозволять забезпечити умови якісного переходу від просторового до плоскопаралельного розподілу електромагнітного поля в активній частині АСЕМ при зменшенні витрати часу на його чисельну реалізацію та збереженні високої точності чисельного розрахунку.

Метою роботи є розробка 3D та адаптованої 2D коло-польових моделей ACEM, методів декомпозиції і динамічного синтезу з адаптацією умов сполучення електромагнітних параметрів на границях розрахованих підобластей ACEM.

Об'єкт дослідження. На основі кранового двигуна МТЕ-111-6 (2,6 кВт при ПК-100 %) виготовлено експериментальний зразок АСЕМ з каскадною синхронною швидкістю обертання ротора *n*=500 об/хв, U<sub>n</sub>=127 В. Головні розміри експериментального зразка відповідають МТГ-111-6. Осердя якоря має z<sub>1</sub>=36 пазів. Суміщена обмотка якоря – трифазнооднофазна, двошарова з  $2p_1=4$  та  $2p_2=8$ . Осердя ротора має  $z_2=30$  пазів, які сконцентровані по 5 пазів у групі. Кількість пазових груп дорівнює 6. Між групами звичайних пазів утворюються масивна зубцева зона, кількість яких дорівнює кількості пазових груп. Відповідно до цього групи пазів між собою розміщені під кутом 60°, а пази в групах відповідно під кутом  $\gamma = 6,66^{\circ}$  (рис. 1,б). Обмотка ротора має 6 фазних короткозамкнених незалежних між собою котушок, по 3 секції в кожній котушці, які розміщуються навколо масивного зубця (рис.  $1, \delta$ ).

3D коло-польова модель АСЕМ. Розрахункова 3D геометрична модель АСЕМ точно і детально відображає особливості її конструктивної будови (рис. 1), до якої входять розрахункові підобласті складових її активної частини: осердя якоря 1; трифазно-однофазна 2p1=4 та 2p<sub>2</sub>=8 обмотка якоря 2; система ізоляції в пазовій зоні осердя якоря 3; осердя ротора 4; незалежна короткозамкнена обмотка ротора 5; система ізоляції в пазовій зоні осердя ротора 6 (рис. 1,б). Секції котушок обмотки якоря складаються з лобових та пазових частин, які з'єднані геометрично та утворюють 12 котушок, по 2 котушки в кожній котушковій групі (дві котушкові групи на фазу). Котушки обмоток якоря та ротора між собою мають повну геометричну симетрію. Кожна котушка обмотки якоря має ввід 7 та вивід 8 (рис. 1,*a*). Обмотка ротора являє собою 6 незалежних фазних котушок А, В, С, D, Е, F (рис. 1,б). Кожна фазна котушка містить 3 секції – 1, 2, 3 (рис. 1,б), які з'єднані між собою накоротко.

При математичному описі електромагнітних процесів приймаються припущення про ізотропність електрофізичних та електромагнітних властивостей матеріалів, відсутність струмів зміщення та вільних зарядів [20]. У цьому випадку нестаціонарні електромагнітні процеси в АСЕМ в режимі короткого замикання (КЗ) можуть бути описані сполученою системою нелінійних рівнянь у частинних похідних [21]:



Рис. 1. Повна розрахункова 3D геометрична модель ACEM (*a*); розрахункова 3D геометрична модель ротора ACEM (*б*)

$$\begin{cases} \sigma_j \partial A_j / \partial t + \sigma_j (\theta_j) \nabla V_j + \nabla \times \left[ \left( \mu_0 \mu_j (B) \right)^{-1} \nabla \times A_j \right] = J_{ej}; \\ -\nabla \cdot \partial \left( \varepsilon_0 \varepsilon_r \nabla V_j \right) / \partial t - \nabla \cdot \left( \sigma_j (\theta_j) \cdot \nabla V_j - J_{ej} \right) = 0, \end{cases}$$
(1)

де A – векторний магнітний потенціал; V – електричний скалярний потенціал; B – індукція магнітного поля;  $\mu$ ,  $\varepsilon_r$ ,  $\sigma(\theta)$  – відповідно відносна магнітна та діелектрична проникність, питома електропровідність (для кожної розрахункової області задається окремо згідно магнітної, електрофізичної та діелектричної властивостей матеріалів);  $\theta$  – температура;  $\omega$  – кутова частота;  $J_e$  – щільність стороннього джерела струму; індекси j відповідають підобластям геометричної розрахункової області. У відповідності до [20, 21], система рівнянь (1) доповнюється умовою калібрування Кулона div(A)=0.

На зовнішніх границях 3D області узагальненої геометричної моделі АСЕМ задаються однорідні граничні умови [21]:

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_{j} = 0 \big|_{\forall j \in \{1,6\}}, \boldsymbol{A}_{j} = \overline{k} \cdot \boldsymbol{A}_{y}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}) \big|_{j=1}, \\ \boldsymbol{V}_{j} = \varphi_{j} \big|_{\forall j \in \{2,6\}}, \\ \boldsymbol{n}_{j} \cdot (\boldsymbol{J}_{j}) = 0 \big|_{j=1} \end{cases}$$
(2)

та умови сполучення для магнітних та електричних полів:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{n}_{i,k} \times (\mathbf{H}_i - \mathbf{H}_k) = 0 |_{\forall i,k \in \{1,6\}, i \neq k}, \\ \mathbf{H} = (\mu_0 \mu)^{-1} \nabla \times \mathbf{A}, \\ \mathbf{n}_{i,k} \cdot (\mathbf{J}_i - \mathbf{J}_k) = 0 |_{\forall i,k \in \{1,6\}, i \neq k}, \\ \mathbf{J} = \sigma(\theta) \cdot \mathbf{E}, \ \mathbf{E} = -\nabla V - \partial \mathbf{A} / \partial t, \end{cases}$$

$$(3)$$

де *H* – напруженість магнітного поля; *E* – напруженість електричного поля.

Конструкція двошарової трифазно-однофазної суміщеної обмотки якоря АСЕМ містить 2 котушкові групи (по 2 котушки в кожній котушковій групі) на фазу. Перша та третя, друга та четверта котушки між собою підключені послідовно. Друга та четверта котушки підключені паралельно до першої та третьої котушки. Виводи котушкових груп усіх фаз з'єднані у дві незалежні між собою «зірки» – нульові точки «0+» та «0-» (рис. 2). Відносно вводів фаз *A*, *B*, *C*, до яких підводиться змінна напруга, суміщена обмотка якоря АСЕМ є звичайною трифазною обмоткою з кількістю пар полюсів  $2p_1$ =4. Відносно нульових точок «0+» та «0-», до яких підводиться постійна напруга, є однофазною, з кількістю пар полюсів  $2p_2$ =8.



Рис. 2. Електрична схема модельної реалізації живлення котушкових груп фазних обмоток якоря ACEM

При дослідженні процесів електромагнітного перетворення енергії в АСЕМ приймається припущення, що її підключено до мережі з необмеженою потужністю та симетричною системою фазних напруг [21]. Тому, початкові умови відповідають першому закону комутації [21]:

$$\begin{cases} i_{A}|_{0-} = i_{A}|_{0+} = 0; \\ i_{B}|_{0-} = i_{B}|_{0+} = 0; \\ i_{C}|_{0-} = i_{C}|_{0+} = 0, \\ u_{A}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{fase} \cdot \sin(\omega \cdot t); \\ u_{B}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{fase} \cdot \sin(\omega \cdot t + 2\pi/3); \\ u_{C}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{fase} \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3). \end{cases}$$

$$(4)$$

Геометрична модель котушки обмотки якоря ACEM (рис. 1) реалізована у вигляді одного ефективного провідника. Врахування кількості витків котушок обмотки якоря ACEM виконується згідно рівняння [21]:

$$\boldsymbol{J}_{e} = \frac{\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{I}_{cir}}{\boldsymbol{S}_{cir}} \boldsymbol{e}_{coil} , \qquad (5)$$

де n – кількість витків обмотки;  $I_{cir}$  – фазний струм;  $S_{cir}$  – поперечний переріз ефективного провідника;  $e_{coil}$  – векторна змінна, що представляє локальну щільність ефективних провідників у котушці, довжину та поперечний переріз.

Схемна реалізація обмотки якоря (рис. 2) разом з рівняннями математичної моделі електромагнітного поля може бути виконана, наприклад, за допомогою COMSOL Multiphysics з використанням мультифізичної структури при поєднанні «Rotating Machinery, Magnetic» та «Electrical Circuit» інтерфейсів. Зв'язок та погодження параметрів обмотки якоря, що є елементами, як польової моделі, так і елементами електричного кола, виконується за допомогою «External I vs. U» терміналів. Схемна реалізація для обмотки ротора ACEM не потрібна, так як з'єднання секцій між собою для кожної з фазних котушок обмотки ротора реалізовано геометрично.

Методи декомпозиції та динамічного синтезу при моделюванні складних просторових елементів активної частини АСЕМ. Застосування 3D польового моделювання нестаціонарних електромагнітних процесів АСЕМ при врахуванні багатокомпонентної просторової конструкції, а також нелінійності електрофізичних та магнітних властивостей активних матеріалів дозволяє з високою точністю та ефективністю відтворити особливості протікання нестаціонарних електромагнітних процесів. Однак при врахуванні обертання рухомої частини активної частини АСЕМ, тобто самого ротора, виникають складності при чисельній реалізації задачі розрахунку 3D нестаціонарного електромагнітного поля, що пов'язано зі збільшенням ступеня вільності електромеханічної системи, а саме зростанням кількості незалежних змінних в загальній системі рівнянь, що потребує значного збільшення обчислювальних ресурсів. Тому, доцільного перейти до плоскопаралельного формулювання електромагнітного поля АСЕМ з реалізацією обертання ротора. Це потребує розробки спеціальних підходів для 3D моделювання електромагнітних полів, що дозволить забезпечити узгодження польової і схемної моделей АСЕМ.

Математична процедура декомпозиції складної електротехнічної системи АСЕМ полягає в представлені просторової розрахункової області декількома окремими підобластями – розрахунковими зонами. Кожній із цих зон слід поставити у відповідність протікання електромагнітних процесів, які утворені цілісною розрахунковою областю. Мета декомпозиції складної електротехнічної системи АСЕМ полягає у відокремленні лобових частих обмотки якоря та ротора від просторової моделі АСЕМ та відображення їх у схемній моделі із збереженням зв'язків електромагнітних процесів між ними, що дозволить отримати підстави для адаптивного переходу до плоскопаралельного коло-польового моделювання.

Просторову розрахункову область АСЕМ (рис. 1) можна поділити на 6 окремих розрахункових підобластей (рис. 3): a – осердя та пазова частина обмотки якоря АСЕМ (j=1),  $\delta$  – відповідно ліва (j=2) та права (j=3) лобові частин обмотки якоря; e – осердя та пазова частина обмотки ротора (j=4); c – відповідно ліва (j=5) та права (j=6) лобові частин фазних котушок обмотки ротора.

Тоді в інтегральних співвідношеннях, об'єм області електромагнітного перетворення енергії змінного та постійного струмів для АСЕМ можна представити у вигляді суми об'ємів вищезазначених шести підобластей:

$$\iiint\limits_{V} dxdydz = \sum_{i=1}^{6} \iiint\limits_{V_i} dxdydz .$$
 (6)



Рис. 3. Декомпозиційні 3D розрахункові зони ACEM: осердя та пазова частина обмотки якоря (*a*);
 ліва та права лобові частин обмотки якоря (*б*);
 осердя та пазова частина обмотки ротора (*в*);
 ліва та права лобові частини фазних котушок обмотки ротора (*г*)

У цьому випадку електричні втрати та магнітна енергія в області активної частини ACEM визначаються як суми їх значень для відповідних підобластей у вигляді:

$$P_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{6} P_i = \sum_{i=1}^{6} \iiint_{V_i} \sigma_{i,j}(\theta)^{-1} \left| \dot{\boldsymbol{J}}_i \right|^2 \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z, \qquad (7)$$

$$W_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{6} W_i = \sum_{i=1}^{6} \iiint_{V_{i,j}} \mu_i \mu_0 \left( \dot{\boldsymbol{H}}_i, \dot{\boldsymbol{H}}_i \right) dx dy dz.$$
(8)

При декомпозиції тривимірної області активної частини ACEM в зонах, що її утворюють, електромагнітні процеси описуються диференційними рівняннями (1) з умовами (2), (3), але можуть бути розглянуті окремо одна від одної. При цьому на границях їх сполучення повинні задаватись відповідні умови.

Для пазової зони осердя якоря та ротора задаються умови плоскопаралельного поля:

$$\left\{ n \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{0} \right|_{\boldsymbol{\Omega}_{i,i+1}} \,. \tag{9}$$

На границях сполучення поверхонь лобової та пазової частини обмоток якоря та ротора приймаються умови виду:

$$A_{z,i} = A_{z,i+1} \Big|_{\Omega_{i,i+1}},$$
 (10)

$$A_{x,i} = A_{y,i} = 0 \Big|_{\Omega_{i,i+1}}.$$
 (11)

Також на границях сполучення поверхонь лобової та пазової частини обмотки якоря приймаються умова рівності електричних потенціалів:

$$\{U_i = U_{i+1}\}|_{\Omega_{i,i+1}} = \operatorname{const}_j,$$
 (12)

а також умова рівності струмів для секцій фазних короткозамкнених котушок обмотки ротора:

$$\{I_{r_m} = I_{r_{m+1}}\}_{\Omega_{m,m+1}} = \operatorname{const}_n.$$
 (13)

Струми в котушкових групах обмотки якоря визначаються для заданих значень напруги КЗ  $U_{sc}$ :

$$\Delta \dot{\boldsymbol{U}}_{sc} = \sum_{i} \left\{ \Delta \dot{\boldsymbol{U}}_{i,j} \right\},\tag{14}$$

де  $\left\{ \Delta \dot{U}_{i,j} \right\}$  – падіння напруги; *i*, *j* – кількість послідовних та паралельних гілок обмотки якоря.

В умовах сполучення (14) значення const<sub>i</sub> є «вільними». Тому потенціал на зовнішніх границях спряження підобластей лобових та пазових частин обмотки якоря, а також значення струмів на границях спряження пазової та лобової частини секцій фазних котушок обмотки ротора не можуть бути заздалегідь задані. Вони визначаються з рішення задачі оптимізації.

Тому при синтезі розрахункових зон в 3D області контуру, критерій точності синтезу і відповідна йому цільова функція визначається сумою квадратів нев'язок амплітуд струмів в обмотках якоря та ротора ACEM:

$$\min\left\{M(\boldsymbol{D},\boldsymbol{R}) = \sum_{j} \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{\dot{I}}_{\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{j}}^{2} = \sum_{j} \left(\sum_{i} \boldsymbol{\dot{I}}_{i} - \boldsymbol{\dot{I}}_{sc}\right)_{j}^{2}\right\}.$$
 (15)

У загальному випадку цільова функція M(D,R) є функцією векторів незалежно варійованих D і залежних R параметрів. Падіння напруги на ділянках контурів обмотки якоря розглядаються як проєкції вектору незалежно варійованих параметрів D. Це дозволяє перетворити цільову функцію M(D,R) в функцію  $\tilde{M}(D)$ і привести умову оптимальності (15) до вигляду:

$$\min \widetilde{M}(\boldsymbol{D}) = \sum_{j} \left( \sum_{i} \dot{\boldsymbol{I}}_{i}(\boldsymbol{D}) - \dot{\boldsymbol{I}}_{sc} \right)_{j}^{2}.$$
 (16)

Для реалізації завдання (16) доцільно застосувати добре апробований для подібного класу задач метод динамічного програмування [22].

При побудові рекурентної системи рівнянь Беллмана вектор параметрів оптимізації з компонентами  $\Delta \dot{U}_{i,j}$  слід представити у вигляді суми векторів початкового наближення [22]:

$$\left\{ \Delta \dot{\boldsymbol{U}}_{i,j} \right\} = \left\{ \Delta \dot{\boldsymbol{U}}_{i,j} \right\}_{0}^{j} + \left\{ \delta \Delta \dot{\boldsymbol{U}}_{i,j} \right\}_{1}^{j}.$$
(17)

Це дозволить представити цільову функцію як:

$$\widetilde{M}\left(\left\langle \Delta \dot{U}_{i,j}\right\rangle\right) = \widetilde{M}\left(\left\langle \Delta \dot{U}_{i,j}\right\rangle\right|_{0} + \left\langle \delta \Delta \dot{U}_{i,j}\right\rangle\right|_{1}\right) =$$

$$= \widetilde{M}_{0} + \Delta \widetilde{M}(\boldsymbol{D}_{0}, \boldsymbol{\delta}\boldsymbol{D}_{1}) = \widetilde{M}_{0} + \Delta \widetilde{M}_{1}.$$
(18)

Представимо у відповідність умову оптимальності (16), як систему рекурентних рівнянь Беллмана [22]:

$$\min \Delta \widetilde{M}_{\Sigma} = \Phi(\boldsymbol{D}_0) = \min_{\boldsymbol{\delta} \boldsymbol{D}_1} \dots \min_{\boldsymbol{\delta} \boldsymbol{D}_k} \left[ \left( \Delta \widetilde{M}_1(\boldsymbol{D}_0, \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{D}_1) + \dots \right) \right]$$

$$\dots + \Delta \widetilde{M}_k(\boldsymbol{D}_{k-1}, \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{D}_k) \right]$$
(19)

Співвідношення (16) та (19) визначають динамічну адаптацію умов сполучення електромагнітних полів (9) – (14) між лобовою частиною розрахункової зони та активною частиною пазової 3D розрахункової зони якоря та ротора ACEM. Ітераційний обчислювальний процес реалізується шляхом динамічного програмування [22] при заданій точності за модулем амплітуд  $\varepsilon_I \leq 0,1\%$  і фазами струмів  $\varepsilon_{\varphi} \leq 0,5\%$ . Для постійного струму задається точність тільки за абсолютним значенням.

Електротехніка і Електромеханіка, 2024, № 4

На рис. 4, 5 наведені результати польового моделювання декомпонованих розрахункових зон активної частини АСЕМ у вигляді розподілу Z-складової вектору магнітного потенціалу  $A_z$  та енергії магнітного поля Е з застосуванням методу динамічної адаптації за критерієм струмових похибок. Результати чисельного розрахунку порівнювались з результатами, отриманими при цілісній розрахункової зони, як для польової моделі АСЕМ (рис. 1,*a*), так і з окремою польовою моделлю активної частини якоря АСЕМ [21]. В табл. 1 наведені похибки розрахунків методом динамічної адаптації польових моделей при синтезі електромагнітного контуру декомпонованих зон активної частини АСЕМ. При цьому нев'язка за втратами активної потужності складає 0,042 - 0,109 % для змінного струму, та 0,015 – 0,0184 % для постійного струму, в залежності від розрахункової підобласті конструкційних елементів активної частини АСЕМ. Нев'язка за падінням напруги в лобових та пазових частинах обмотки якоря відповідно 0,74 – 0,98 % (для змінного струму) та 0,0211 - 0,091 % (для постійного струму).

За результатами чисельного розрахунку визначені складові енергії магнітного поля декомпонованих зон активної частини якоря АСЕМ та розраховано нев'язку сумарного значення енергії магнітного поля зі значенням енергія магнітного поля при чисельному розрахунку цілісній розрахунковій зоні активної частини якоря (табл. 1). Так як при оптимізації окремих розрахункових зон при застосуванні (15) енергія магнітного поля є залежним параметром, то значна нев'язка за значенням енергії магнітного поля за змінним струмом  $\delta E_a|_{AC} = 14,841$  %, та за постійним струмом  $\delta E_a|_{DC} = 4,587$  % викликана не врахованою дією крайових ефектів, які призводить до підмагнічування лобовими частинами обмотки у торцевій зоні осердя якоря. Для врахування дії крайових ефектів для задач чисельних розрахунків з роздільними 3D зонами для рівняння оптимізації (15), параметр енергії магнітного поля необхідно віднести до групи варійованих параметрів **D**. При цьому, похибка за енергією магнітного поля буде зведена за змінним струмом до  $\delta E_a|_{AC} = 0,274$  % та за постійним струмом – до  $\delta E_a|_{DC} = 0,0831$  %.

В іншому випадку, для задач заміни просторових елементів лобових частин обмотки якоря елементами електричного кола (при задачах адаптації 3D до 2D чисельних розрахунків), дію крайових ефектів, щодо підмагнічування лобовими частинами, можна враховувати через додавання взаємної індуктивності між пазовими та лобовими зонами обмотки якоря, яку можна визначити за допомогою наступного виразу, згідно [21]:

$$L_j = 2 \cdot W_j / I_j^2 . \tag{20}$$



Рис. 4. *Z*-складова вектору магнітного потенціалу *A*<sub>z</sub> та енергії магнітного поля *E* в активній частині якоря ACEM: *a* – пазова зона активної частини якоря (*j* = 1); *б* – лобова зона активної частини якоря (*j* = 2,3)



![](_page_5_Figure_8.jpeg)

Таблиця 1

Похибки розрахунків методом динамічної адаптації польових моделей при синтезі електромагнітного контуру декомпонованих зон активної частини ACEM

Розрахункові підобласті	пазова зона активної	лобова зона активної	пазова зона активної	лобова зона активної	
(зони)	частини якоря (j=1)	частини якоря (ј=2,3)	частини ротора (ј=4)	частини ротора (ј=5,6)	
Втрати активної потужності (від змінного / постійного струмів)	0,042 % / 0,015 %	0,064 % / 0,0168 %	0,096 % / 0,019 %	0,109 % / 0,0184 %	
Падіння напруги (модуль / фаза)	0,74 % / 0,091 %	0,98 % / 0,0211 %	-	-	
Падіння постійної напруги	0,184 %	0,156 %	-	—	
Енергія магнітного поля активної частини якоря	при моделюванні активної частини якоря (при відокремленні активної частини ротора) (від змінного/постійного струмів)				
	$\delta E_{a AC/DC} = 14,841 \% / 4,587 \%$				
Енергія магнітного поля активної частини ротора	при моделюванні активної частини АСЕМ (при відокремленні активної частини ротора)				
	(від змінного/постійного струмів)				
	$\delta E_r  _{AC/DC} = 6,33 \% / 1,71 \%$				

При цьому енергію магнітного поля, яка відображає прояв крайового ефекту, можна визначити як:

$$E\big|_{end.a} = E_{res}\big|_a - \left(\sum_{j=1}^3 E_j\right),\tag{21}$$

де  $E_j$  – енергія магнітного поля *j*-ї розрахункової підобласті;  $E_{res}|_a$  – енергія магнітного поля при моделюванні активної частини якоря (при відокремленні активної частини ротора).

За такою ж методикою можна визначити взаємну індуктивність між пазовими та лобовими зонами секцій фазних котушок обмотки ротора. При цьому, енергію магнітного поля, яка відображає ефект підмагнічування лобової зони в торцевій області осердя ротора, можна визначити як:

$$E\Big|_{end.r} = E_{res}\Big|_{em} - E_{res}\Big|_{a} - \left(\sum_{j=4}^{6} E_{j}\right),$$
 (22)

де  $E_{res}|_{em}$  – енергія магнітного поля при моделюванні активної частини ACEM.

Таким чином, достовірність і точність результатів моделювання з використанням методів декомпозиції 3D області активної частини ACEM і динамічного синтезу електричних параметрів в її контурі можна забезпечити за умови, що розподіл електричних потенціалів на межах сполучення зон наближається до рівномірного, а розподіл магнітного поля відповідає плоскопаралельному полю. В цьому випадку, сума активних втрат і енергії магнітного поля з врахуванням крайових ефектів в області спряження пазових та лобових частин в розрахункових зонах будуть з високою точністю відповідати активним втратам і втратам магнітної енергії для 3D області всієї активної частини ACEM.

Визначення активних опорів та індуктивностей торцевих частин обмоток при моделюванні складних просторових елементів активної частини ACEM. У випадку, коли швидкість обертання ротора n > 0, активний опір і повна індуктивність обмотки ротора будуть залежати від ковзання ротора *s* ACEM. Тому, для адаптивного переходу від 3D до плоскопаралельного коло-польового моделювання необхідно додатково враховувати зміну активного опору і індуктивності лобових частин секцій фазних котушок обмотки ротора у вигляді залежностей  $R^{end}_r = f(s)$  та  $L^{end}_r = f(s)$ . Для цього для розрахункової області лобових частин обмоток якоря та ротора ACEM використаємо варіаційне формулювання рівнянь електромагнітного поля (1) [23], що дозволяє задати рівняння обертання електромагнітного поля в розрахунковій області лобової частини котушок обмотки ротора відносно нерухомого магнітного поля розрахункової області лобової частини обмотки якоря. У даному випадку при вирішенні крайової задачі для першого рівняння системи рівнянь (1) необхідно помножити ліву та праву частини на пробну векторну функцію  $\psi$  з простору пробних функцій  $H^{rot}$  на границях внутрішньої  $S_0$  та зовнішньої  $S_1$  поверхонь  $\Omega$  лобової частини обмотки ротора (при виконанні умови  $n \times \psi = 0$ ) та необхідно проінтегрувати за об'ємом розрахункової області  $\Omega$ :

$$\iiint_{V} \boldsymbol{\psi} \cdot \left[ \nabla \times \left( \mu_{0}^{-1} \mu_{r}^{-1} \nabla \times \boldsymbol{A} \right) \right] dxdydz + \dots$$

$$\dots + \iiint_{V} \boldsymbol{\psi} \cdot \left( j \sigma \omega \boldsymbol{A} + \sigma \nabla V \right) dxdydz = \iiint_{V} \boldsymbol{\psi} \cdot \boldsymbol{J}_{e} dxdydz.$$
<sup>(23)</sup>

Для зниження порядку диференціювання в підінтегральному вираженні першого об'ємного інтеграла необхідно використовувати співвідношення для оператора ротора

$$\boldsymbol{v}\cdot\nabla\times\boldsymbol{u}-\boldsymbol{u}\cdot\nabla\times\boldsymbol{v}=\nabla\cdot(\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v}).$$

Приймемо те, що

 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\psi}, \quad \boldsymbol{u} = \boldsymbol{\mu} \nabla \times \boldsymbol{A}, \quad \mathbf{a} \quad \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_0^{-1} \boldsymbol{\mu}_r^{-1},$ 

тоді співвідношення (23) буде мати вигляд:

$$\iiint_{V} \mu \cdot (\nabla \times A) (\nabla \times \psi) dx dy dz + \dots 
\dots + \iiint_{V} \nabla \cdot [(\mu \nabla \times A) \times \psi] dx dy dz + \dots$$

$$\dots + \iiint_{V} \psi \cdot (j \sigma \omega A + \sigma \nabla V - J_e) dx dy dz = 0.$$
(24)

Далі перетворимо другий об'ємний інтеграл у поверхневий інтеграл застосовуючи формулу Гауса – Остроградського [24]:

$$\iint_{V} \nabla \cdot (\boldsymbol{u}) \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z = \iint_{S} \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} \mathrm{d}S ,$$

з врахуванням того, що  $\boldsymbol{u} = (\mu \nabla \times \boldsymbol{A}) \times \boldsymbol{\psi} .$ 

$$u \times v ) \cdot w = -(w \times v) \cdot u$$

Тоді рівняння (24) можна представити як:

$$\iiint_{V} \mu \cdot (\nabla \times A) (\nabla \times \psi) dx dy dz - \iint_{S} (n \times \psi) (\mu \nabla \times A) dS + \dots$$

$$\dots + \iiint_{V} \psi \cdot (j \sigma \omega A + \sigma \nabla V - J_e) dx dy dz = 0.$$
(25)

Так як на поверхнях  $S_0$  і  $S_1$ , які омежують розрахункову область лобових частин фазних котушок обмотки ротора  $\Omega$ , задано лише граничну умову першого роду, для якої  $n \times \psi = 0$ , то для рівняння (25) в остаточному вигляді можна представити як:

$$\iiint_{V} \mu \cdot (\nabla \times \boldsymbol{A}) (\nabla \times \boldsymbol{\psi}) dx dy dz + \dots$$

$$\dots + \iiint_{V} \psi \cdot (j \sigma \omega \boldsymbol{A} + \sigma \nabla V - \boldsymbol{J}_{e}) dx dy dz = 0.$$
(26)

Друге рівняння із системи рівнянь (1) помножимо на функцію N з простору пробних скалярних функцій  $\Phi$  з одночасним інтегруванням за об'ємом V [24]:

$$-\iiint_{V} N \cdot \left[\nabla \cdot \left(j\sigma\omega A + \sigma\nabla V - \boldsymbol{J}_{e}\right)\right] dxdydz = 0.$$
(27)

Для зменшення порядку диференціювання скористаємось співвідношенням для оператора дивергенції

$$f \cdot (f \boldsymbol{u}) = f \nabla \cdot \boldsymbol{u} + \boldsymbol{u} \nabla f$$

Якщо зробити припущення, що

$$f = N$$
,  $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{J}$ 

де повний струм можна визначити як [26]:  $J = \sigma \nabla V + j \sigma \omega A - J_{\rho},$ 

тоді згідно (27) отримуємо, що

$$\iiint_{V} (\boldsymbol{J} \cdot \nabla N) dx dy dz - \iiint_{V} \nabla \cdot (N \boldsymbol{J}) dx dy dz = 0.$$
 (29)

(28)

Перетворимо другий об'ємний інтеграл в поверхневий, та зробимо припущення, що  $u = N \cdot J$ ,

тоді:

$$\iiint_{V} (\boldsymbol{J} \cdot \nabla N) dx dy dz - \iint_{S} (N \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{n}) dx dy = 0.$$
 (30)

В остаточному вигляді еквівалентна варіаційна постановка для рівнянь (1) буде мати вигляд:

$$\begin{cases} \iiint\limits_{V} \mu(\nabla \times \boldsymbol{A})(\nabla \times \boldsymbol{\Psi}) dx dy dz + \iiint\limits_{V} (\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{\Psi}) dx dy dz = 0; \\ \iiint\limits_{V} (\boldsymbol{J} \cdot \nabla N) dx dy dz - \iint\limits_{S_{1}} (NJ_{n}) dx dy = 0. \end{cases}$$
(31)

Для вирішення варіаційного рівняння (31) шуканий скалярний потенціал V представлено у вигляді розкладання за квадратичними лагранжовими базисними функціями, а вектор-потенціал — за базовими вектор-функціями другого порядку. На рис. 6 наведено результати чисельного розрахунку у вигляді силових ліній вектору магнітного потенціалу, а також X, Y, Z-компонент вектору магнітного потенціалу  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$ для розрахункової області лобових частин обмоток якоря та ротора АСЕМ.

За знайденим розподілом потенціалу A, повного струму J та напруженості електричного поля E можна знайти активний опір та індуктивність лобових частин секцій фазних котушок обмотки ротора з врахуванням швидкості обертання електромагнітного поля відносно лобових частин обмотки якоря ACEM [25]:

![](_page_7_Figure_19.jpeg)

Рис. 6. Складові  $A_x(a), A_y(\delta), A_z(\epsilon)$  вектору магнітного потенціалу в області лобових частин обмоток якоря та ротора ACEM

$$\begin{cases} \prod_{V} \operatorname{Re}(\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{E}^{*}) \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z \\ R = \frac{1}{|I_{i}|^{2}}; \\ L = \frac{1}{I_{i}^{2}} \iiint_{V} (\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{J}^{*}) \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z, \end{cases}$$
(32)

де  $I_i$  – струм в *i*-му контурі розрахункової області;  $E^*$ ,  $J^*$  – комплексно-спряжені величини відповідно напруженості електричного поля та повного струму.

Індуктивність та взаємна індуктивність лобових частин обмотки якоря:

1

$$L_{ii} \vee L_{jj} = \frac{1}{I^2_{i \vee j}} \left( \iiint_V (\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{J}) \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z \right)_{I_{i \vee j} = 0}, \quad (33)$$

Електротехніка і Електромеханіка, 2024, № 4

$$M_{ij} = \frac{1}{I_i \cdot I_j} \left( \iiint_V (\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{J}) dx dy dz - L_{ii} \cdot I_i^2 \right) \Big|_{I_{i \wedge j \neq 0}}, \quad (34)$$

де  $I_i$ ,  $I_j$  – струми в i та j фазах обмотки якоря.

Якщо при обертанні лобових частин обмоток ротора повна індуктивність лобових частин обмотки якоря  $L_i$  не змінюється, тобто її значення відповідає значенню при статичному розміщенні лобових частин обмотки ротора відносно якоря, то повна індуктивність та активний опір лобових частин обмотки ротора будуть залежить від ковзання ротора ACEM (рис. 7).

![](_page_8_Figure_3.jpeg)

Рис. 7. Результати чисельного розрахунку щодо залежності активного опору (1) та повної індуктивності (2) лобових частин секцій фазних котушок обмотки ротора від ковзання експериментального зразка АСЕМ

Врахування умов динамічної адаптації параметрів просторових елементів активної частини АСЕМ при переході від 3D до 2D польового моделювання. Тривимірну область лобових частини обмоток якоря та ротора АСЕМ можна представити у вигляді активних та індуктивних елементів електричного кола. На рис. 8 показано принцип будови колопольової моделі, де пазові частини обмотки якоря та ротора, які є елементами геометричної розрахункової області активної частини польової моделі АСЕМ (Ω1 – підобласть осердя якоря; Ω2 – підобласть верхнього та нижнього шарів пазової частини обмотки якоря; Ω3 – підобласть осердя ротора; Ω4 – підобласть пазової частини обмотки ротора), з'єднані відповідно з лобовими частинами обмоток якоря та ротора, які представлені елементами електричного кола: взаємною індуктивністю між лобовою та пазовою частинами секції обмотки якоря M<sup>s</sup><sub>nm</sub>, що враховує крайовий ефект щодо підмагнічення лобовими частинами обмотки торцевої зони осердя якоря; активного пору лобової частини секції R<sub>ls</sub>; повної індуктивності лобової частини секції обмотки L<sub>ls</sub>. Для секцій обмотки ротора – відповідно  $M^{r}_{nm}$ ,  $R_{lr}$ ,  $L_{lr}$ . Активний опір  $R_{lr}$  та повна індуктивність  $L_{lr}$  представлені у вигляді залежності від ковзання s.

Поєднання лобової та пазової частин секції обмоток якоря та ротора (тобто електричного кола з просторовою підобластю геометричної моделі) також можна виконати, наприклад за допомогою «External I vs. U» терміналів при поєднанні «Rotating Machinery, Magnetic» та «Electrical Circuit» інтерфейсів в структурі засобів COMSOL Multiphysics.

![](_page_8_Figure_7.jpeg)

Рис. 8. *YZ*-площина перерізу активної частини ACEM з відображенням лобових частин секцій обмоток якоря та ротора, як елементів електричного кола

Після того, як були враховані крайові ефекти, а також зміна активного опору та індуктивності лобових частин обмотки ротора від ковзання АСЕМ, доцільним є перехід від просторового до плоскопаралельного формулювання розподілу електромагнітного поля. При цьому, просторову пазову активну частину АСЕМ можна представити у вигляді її проєкції в XY-площині при заданій еквівалентній глибині  $L_z$  розрахункової області [10, 12, 14]:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{A}_{i,j} = L_z \cdot A_{z_{i,j}}; & \mathbf{B}_{i,j} = \mathbf{i} \cdot B_{x_{i,j}} + \mathbf{j} \cdot B_{y_{i,j}}; \\ \mathbf{H}_{i,j} = \mathbf{i} \cdot H_{x_{i,j}} + \mathbf{j} \cdot H_{y_{i,j}}; & \overline{B}_{x_{i,j}} = -\frac{\partial \overline{A}_{i,j}}{\partial x}; \\ \overline{B}_{y_{i,j}} = -\frac{\partial \overline{A}_{i,j}}{\partial y}; & \overline{H}_{x_{i,j}} = \frac{\overline{B}_{x_{i,j}}}{\mu_{i,j}}; & \overline{H}_{y_{i,j}} = \frac{\overline{B}_{y_{i,j}}}{\mu_{i,j}}. \end{aligned}$$
(35)

Таке скорочення геометричної розмірності дозволяє застосувати плоскі трикутні елементи розрахункової сітки і суттєво підвищити ефективність чисельної реалізації. У цьому випадку модель опису електромагнітного поля для нестаціонарних режимів роботи буде відповідати (1), а умова калібрування виконується автоматично.

Таким чином, адаптована 2D коло-польова модель асинхронно-синхронного електромеханічного перетворювача може бути представлена у вигляді, як показано на рис. 9, де суцільними лініями показано електричне з'єднання вводів обмотки якоря АСЕМ до елементів живлення, та пунктирними лініями — електричне з'єднання виводів обмотки якоря, що формують дві незалежні «зірки», які під'єднанні відповідно до анодної та катодної груп випрямляча (з'єднання лобових та пазових частин секцій, а також котушок в котушкові групи обмотки якоря на рис. 9 не відображено).

Для проведення дослідження АСЕМ в режимах неробочого ходу (HX) та під навантаженням, рівняння нестаціонарного електромагнітного поля необхідно доповнити системою рівнянь кутової швидкості ротора та електромагнітного моменту [26, 27]:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{M_e - M_c}{J};$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega_m;$$

$$M_e^{ave} = \frac{1}{R_o - R_i} \cdot \frac{L_z}{\mu_0} \int_{S_{ag}} B_r B_{\varphi} r dS_{ag},$$
(36)

де  $M_e$  – електромагнітний обертовий момент, Н·м;  $M_c$  – момент навантаження, Н·м; J – момент інерції ротора, кг·м<sup>2</sup>;  $\omega_m$  – кутова швидкість ротора, рад/с;  $\varphi$  – кут положення ротора, рад; r – зовнішній радіус осердя ротора, м;  $L_z$  – довжина пакету якоря та ротора, м;  $B_r$ ,  $B_{\varphi}$  – радіальна та азимутальна складові магнітної індукції, Тл;  $R_o$  – зовнішній радіус повітряного проміжку, м;  $R_i$  – внутрішній радіус повітряного проміжку, м<sup>2</sup>.

![](_page_9_Figure_1.jpeg)

Рис. 9. Схемо-геометрична інтерпретація адаптованої 2D коло-польової моделі АСЕМ

Таким чином, розроблена адаптована динамічна 2D коло-польова модель ACEM, яка з високою точністю та ефективністю чисельної реалізації дозволяє для нестаціонарних режимів роботи врахувати взаємопов'язані електромагнітні та механічні процеси з врахуванням, як конструктивних особливостей, так і схемної реалізації системи обмоток, нелінійності магнітних та електрофізичних властивостей активних матеріалів, поверхневих і крайових ефектів торцевих зон активної частини, а також зміну активного опору та індуктивності лобових частин обмоток ротора в залежності від його ковзання в перехідних та квазіперехідних режимах його роботи.

Експериментальне дослідження випробувального зразка АСЕМ. Для підтвердження адекватності досліджуваних електромагнітних та механічних процесів та точності чисельних розрахунків за запропонованою адаптованою 2D коло-польовою моделлю, в лабораторних умовах НУ «Запорізька політехніка» проведені фізичні випробування експериментального зразка АСЕМ (рис. 10) в режимах КЗ та НХ. Сам експериментальний зразок АСЕМ зображено на рис. 11. Струми в фазах обмотки якоря, а також в її паралельних гілках вимірювались за допомогою осцилографа типу OWON XDS3202E.

![](_page_9_Picture_5.jpeg)

Рис. 10. Експериментальний стенд випробувального зразка АСЕМ

![](_page_9_Picture_7.jpeg)

Рис. 11. Активна частина якоря (*a*) та ротора (б) експериментального зразка АСЕМ

В табл. 2 наведені результати валідації даних 3D та 2D коло-польового моделювання та фізичного випробування за фазними струмами при одночасному живленні фаз обмотки якоря A, B, C, та струмом збудження АСЕМ в режимі КЗ. При вимірюванні струму збудження, вводи фаз обмотки якоря були від'єднанні від мережі. Постійна напруга від системи збудження була прикладена почергово до кожної фази А, В, С при розімкнених виводах фаз обмотки, що формують дві окремі «зірки» (точки «0-» та «0+»), та одразу за всіма фазами обмотки якоря при з'єднанні виводів обмотки в окремі «зірки». Як показує аналіз експериментальних даних (табл. 2) нев'язка за струмом для 3D коло-польовою моделлю не перевищує 3,45 %, а за 2D адаптованою коло-польовою моделлю – 4,34 %, що підтверджує високу ефективність запропонованих методів динамічної адаптації складних просторових елементів активної частини АСЕМ, а також високу точність чисельного розрахунку самої 3D колопольової моделі. Найбільш складною задачею при розробці 3D просторової геометричної моделі (не тільки АСЕМ, а і будь-якої ЕМ) є реалізація симетричного розташування котушок обмотки якоря (ротора) між собою, а також вильоти їх лобових частин. Це ще більше ускладняється, коли обмотка якоря є двошаровою, тобто ліва частина секції розмішується у нижньому прошарку паза, а права частина секції – у верхньому. Для підтвердження умови симетричного розтушування котушок обмотки якоря 3D геометричної моделі АСЕМ є вимір омічного опору у кожній фазі. При цьому опір кожної фазної котушкової групи повинен бути однаковим. Таким чином, проведена валідація даних омічного опору в кожній з фаз за чисельним моделюванням 3D та адаптованою 2D коло-польовою моделлю та результатів виміру омічного опору фаз обмотки якоря експериментального зразка АСЕМ. Нев'язка за омічним опором фаз А,В,С обмотки якоря АСЕМ за результатами чисельного розрахунку та фактичному виміру не перевищує  $\delta R_a \leq 0,00694$  %.

У табл. 3 наведені результати валідації 2D колопольового моделювання та фізичного випробування за наявними спектрами гармонік (k = 1,2,3,6,7) фазних струмів якоря A, B, C, в режимі HX при струмі збудження  $I_f = 0$ . Експериментальні осцилограми фазних струмів ACEM наведені на рис. 12.

Як показує аналіз даних (табл. 3) нев'язка за струмом основної гармоніки при чисельних розрахунках за адаптованою 2D коло-польовою моделлю та результатами експериментального дослідження дослідного АСЕМ не перевищує 8,61 %. При цьому, спектри струмів цифрових сигналів струмів дослідного АСЕМ при випробуванні повністю відповідають гармонійному складу фазних струмів за адаптованою 2D коло-польовою моделлю, а також мають незначне значення нев'язки за амплітудними значеннями спектрів струмів вищих гармонік (2,06 % – 4,33 %).

Таблиця 2

Валідація 3D та 2D коло-польового моделювання та фізичного випробування за фазними струмами та струмом збудження АСЕМ в режимі КЗ

	Нев'язка за струмами $\delta I_{a,i} _{A,B,C}$ та $\delta I_{f,i} _{A,B,C}$ , %		
Варіанти живлення обмотки якоря АСЕМ	за 3D коло-польовою	за 2D адаптованою	
	моделлю	коло-польовою моделлю	
При одночасному живленні фаз А, В, С без струму збудження	3,18 - 3,45	3,96 - 4,34	
Живлення випрямленим струмом фаз <i>A</i> , <i>B</i> , <i>C</i> обмотки якоря при розімкненні нульових точок «0–» та «0+»	2,58 - 2,62	3,03 – 3,24	
Живлення струмом збудження фаз <i>A</i> , <i>B</i> , <i>C</i> обмотки якоря при з'єднанні виводів обмотки в окремі «зірки» (точки «0–» та «0+»)	2,39 - 2,78	3,11 - 3,31	

Таблиця 3

Валідація даних за спектрами фазних струмів 2D коло-польового моделювання та фізичного випробування дослідного АСЕМ в режимі НХ без наявності струму збудження

![](_page_10_Figure_8.jpeg)

Рис. 12. Осцилограми струмів якоря АСЕМ в режимі НХ при відсутності струму збудження: *a*) 1 – струм якоря фази *A*, 2 – струм фази *A*1 (гілка 1), 3 – струм фази *A*2 (гілка 2); *б*) 1 – струм якоря фази *B*, 2 – струм фази *B*1 (гілка 1), 3 – струм фази *B*2 (гілка 2); *в*) 1 – струм якоря фази *C*, 2 – струм фази *C*1 (гілка 1), 3 – струм фази *C*2 (гілка 2)

Таким чином, підтверджується висока ефективність та точність чисельної реалізації математичної адаптованої 2D коло-польовою моделі ACEM в режимі HX, а також збіжність відтворення кривих фазних струмів якоря. Крім того, за отриманими даними струмових нев'язок дослідного ACEM підтверджується висока точність та ефективність запропонованих методів декомпозиції та динамічного синтезу, а також методики щодо визначення активних опорів та індуктивності торцевих частин обмоток в залежності від ковзання ротора ACEM, що забезпечує умови динамічної адаптації 3D-2D коло-польової моделі ACEM.

### Висновки.

1. На основі розробленої 3D коло-польової моделі нестаціонарних електромагнітних процесів експериментального зразка ACEM, запропоновано метод декомпозиції, який полягає у відокремленні багатокомпонентної просторової її конструкції на декілька окремих підобластей (розрахункових зон): осердя та пазова частина обмотки якоря; ліва та права лобові частини обмотки якоря; осердя та пазова частина обмотки ротора; відповідно ліва та права лобові частини фазних котушок обмотки ротора.

2. Запропоновано метод динамічного синтезу з адаптацією умов сполучення електромагнітних параметрів на границях розрахункових підобластей лобової та пазової частин обмоток якоря та ротора ACEM, який дозволяє поставити у відповідність протікання електромагнітних процесів в декомпонованих підобластях ACEM до електромагнітних процесів у її цілісній розрахунковій області.

3. На основі запропонованих методів визначена частка енергії магнітного поля, яка обумовлена дією крайових ефектів в торцевих зонах АСЕМ. Для задач адаптації 3D до 2D чисельних розрахунків запропоновано враховувати її через взаємну індуктивність при заміні просторових елементів лобових частин обмотки якоря елементами електричного кола. 4. Для окремих розрахункових підобластей лобових частин обмоток якоря та ротора ACEM, при застосуванні варіаційного формулювання рівнянь електромагнітного поля з врахуванням руху лобових частин обмотки ротора ACEM, визначена залежність активного опору та індуктивності лобових частин якоря та ротора від ковзання ротора ACEM.

5. На основі розроблених методів, запропоновано новий принцип будови 2D коло-польової моделі АСЕМ, який полягає у тому, що пазові частини обмотки якоря та ротора є елементами геометричної розрахункової області активної частини польової моделі АСЕМ, а лобові частини обмоток якоря та ротора представлені елементами електричного кола.

6. За рахунок валідації результатів чисельного розрахунку з даними експериментального дослідження випробувального зразка АСЕМ підтверджена висока ефективність запропонованих методів декомпозиції і динамічного синтезу та точність чисельної реалізації 3D та 2D коло-польових моделі АСЕМ. В режимі КЗ нев'язка за струмом якоря для 3D коло-польовою моделлю не перевищує 3,45 %. Для адаптованої 2D коло-польової моделі – 4,34 %. В режимі НХ нев'язка за струмом якоря основної гармоніки при чисельних розрахунках за адаптованою 2D коло-польовою моделлю та результатами експериментального дослідження АСЕМ не перевищує 8,61 %.

7. Запропоновані методи можуть бути використані для різних типів електричних машин.

**Конфлікт інтересів.** Автор заявляє про відсутність конфлікту інтересів.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

*I.* Лущик В.Д., Іваненко В.С. Багатополюсні каскадні синхронні машини. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*, 2011, № 2, С. 121-123.

2. Лущик В.Д., Іваненко В.С., Борзік В.Л. Синхронний каскадний двигун з суміщеними обмотками. *Електротехніка і електромеханіка*, 2011, № 1, С. 31-32.

3. Лущик В.Д., Семенов В.В. Новий тип тихохідного асинхронносинхронного двигуна. Вугілля України, 2008, № 9, С. 39-41.

4. Лущик В. Д. Перспективні напрямки удосконалення електричних машин. Київ: ПрАТ «Миронівська друкарня», 2015. 264 с.

5. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. М.: Высшая школа, 2001. 327 с.

6. Лозинський А.О., Мороз В.І., Паранчук Я.С. Розв'язання задач електромеханіки в середовищах пакетів MathCAD і MATLAB: Навчальний посібник. Львів: Магнолія, 2007. 215 с.

7. Рогозин Г.Г. Визначення електромагнітних параметрів машин змінного струму: нові експериментальні методи. Київ: Техніка, 1992. 168 с.

**8.** Amiri E. Circuit modeling of double-armature rotary-linear induction motor. *IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 2014, pp. 431-436. doi: https://doi.org/10.1109/IECON.2014.7048536.

9. Semenova M.N., Yakushev I.A., Vasilyeva A.V., Sabychikova A.A., Monastyrev A.K., Kazazaeva D.V. Computer Modeling of DC and AC Motor Systems by Different Methods and Determination of Errors them. 2022 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA), 2022, pp. 711-715. doi: https://doi.org/10.1109/SUMMA57301.2022.9973896.

10. Andrzej D. Finite element modeling of magnetic field in electrical machines: Scalar or vector potential formulation part I: Comparative description of methods. 2016 13th Selected Issues of Electrical Engineering and Electronics (WZEE), 2016, pp. 1-6. doi: https://doi.org/10.1109/WZEE.2016.7800208.

11. Zhang B., Wu F., Zhang Z., Wei Z., Xi J. 3D Magnetic Field Finite Element Analysis of Dual-Stator PM Spherical Motor. 2019 Chinese Control And Decision Conference (CCDC), 2019, pp. 5616-5620. doi: https://doi.org/10.1109/CCDC.2019.8832404.

*12.* Ferkova Z. Comparison of two-phase induction motor modeling in ANSYS Maxwell 2D and 3D program. *2014 ELEKTRO*, 2014, pp. 279-284. doi: <u>https://doi.org/10.1109/ELEKTRO.2014.6848902</u>.

13. Васьковський Ю.М., Цивінський С.С. Тривимірна польова математична модель електромагнітних процесів у торцевій зоні ротора турбогенератора. *Технічна електродинаміка*, 2016, № 1, С. 34-39. doi: <u>https://doi.org/10.15407/techned2016.01.034</u>.

*14.* Fireteanu V., Constantin A.-I., Zorig A. Finite Element 2D and 3D Models of a Rotor Bar Breakage in a Squirrel-Cage Induction Motor. *2019 IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD)*, 2019, pp. 157-162. doi: https://doi.org/10.1109/WEMDCD.2019.8887801.

**15.** Yarymbash D., Kotsur M., Subbotin S., Oliinyk A. A new simulation approach of the electromagnetic fields in electrical machines. *2017 International Conference on Information and Digital Technologies (IDT)*, 2017, pp. 429-434. doi: https://doi.org/10.1109/DT.2017.8024332.

16. Kotsur M., Yarymbash D., Yarymbash S., Kotsur I. A new approach of the induction motor parameters determination in short-circuit mode by 3D electromagnetic field simulation. 2017 IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF), 2017, pp. 207-210. doi: https://doi.org/10.1109/YSF.2017.8126620.

17. Milykh V.I., Tymin M.G. A comparative analysis of the parameters of a rotating magnetic field inductor when using concentric and loop windings. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2021, no. 4, pp. 12-18. doi: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2021.4.02.

**18.** Milykh V.I. Numerical-field analysis of active and reactive winding parameters and mechanical characteristics of a squirrel-cage induction motor. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2023, no. 4, pp. 3-13. doi: <u>https://doi.org/10.20998/2074-272X.2023.4.01</u>.

**19.** Васьковський Ю.М., Гайденко Ю.А. Дослідження електромагнітних процесів у синхронних двигунах з постійними магнітами на основі математичної моделі «електричне коло - магнітне поле. *Технічна електродинаміка*, 2018, № 6, С. 47-54. doi: https://doi.org/10.15407/techned2018.02.047.

20. Yarymbash D., Yarymbash S., Kotsur M., Divchuk T. Enhancing the effectiveness of calculation of parameters for short circuit of three-phase transformers using field simulation methods. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2018, vol. 4, no. 5(94), pp. 22-28. doi: <u>https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.140236</u>.

21. Kotsur M., Yarymbash D., Kotsur I., Yarymbash S. Improving efficiency in determining the inductance for the active part of an electric machine's armature by methods of field modeling. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2019, vol. 6, no. 5(102), pp. 39-47. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.185136.

22. Bellman R., Dreyfus S. *Applied Dynamic Programming*. Princeton University Press, New Jersey, 1962. 363 p.

23. Raviart P.A. Pseudo-viscosity methods and nonlinear hyperbolic equations. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 1971, vol. 323, no. 1553, pp. 277-283. doi: https://doi.org/10.1098/rspa.1971.0104.

24. Ландау Л.Д., Лифпиц Е.М. *Теоретическая физика. Т. 2. Теория* поля. М.: Наука, 1988. 59 с.

25. Silvester P.P., Ferrari R. L. Finite Elements for Electrical Engineers. Cambridge University Press, 1990. 425 p.

**26.** Sadowski N., Lefevre Y., Lajoie-Mazenc M., Cros J. Finite element torque calculation in electrical machines while considering the movement. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1992, vol. 28, no. 2, pp. 1410-1413. doi: https://doi.org/10.1109/20.123957.

27. Skalka M., Ondrusek C., Schreier L., Michailidis P. Torque components identification of induction machine by FEM. *International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics and Electromotion, Joint Conference*, 2011, pp. 185-189. doi: https://doi.org/10.1109/ACEMP.2011.6490592.

#### REFERENCES

*I.* Lushchyk V.D., Ivanenko V.S. Multipole cascade synchronous machines. *Electromechanical and Energy Saving Systems*, 2011, no. 2, pp. 121-123. (Ukr).

2. Luschik V.D., Ivanenko V.S., Borzik V.L. Synchronous cascade engine with combined winding. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2011, no. 1, pp. 31-32. (Ukr).

3. Lushchyk V.D., Semenov V.V. A new type of low-speed asynchronous-synchronous motor. *Coal of Ukraine*, 2008, no. 9, pp. 39-41. (Ukr).

4. Lushchyk V. D. *Prospective Directions for Improving Electric Machines*. Kyiv, Myronivska drukarnia Publ., 2015 264 p. (Ukr).

5. Kopylov Y.P. *Mathematical Modeling of Electrical Machines*. Moscow, Vysshaia Shkola Publ., 2001. 327 p. (Rus).

6. Lozynskyi A.O., Moroz V.I., Paranchuk Ya.S. Solving Electromechanics Problems in MathCAD and MATLAB Environments. Lviv, Mahnoliia Publ., 2007. 215 p. (Ukr).

7. Rohozyn H.H. Determination of Electromagnetic Parameters of AC Machines. New Experimental Methods. Kyiv, Tekhnika Publ., 1992. 168 p. (Ukr).

**8.** Amiri E. Circuit modeling of double-armature rotary-linear induction motor. *IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 2014, pp. 431-436. doi: https://doi.org/10.1109/IECON.2014.7048536.

**9.** Semenova M.N., Yakushev I.A., Vasilyeva A.V., Sabychikova A.A., Monastyrev A.K., Kazazaeva D.V. Computer Modeling of DC and AC Motor Systems by Different Methods and Determination of Errors them. 2022 4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA), 2022, pp. 711-715. doi: https://doi.org/10.1109/SUMMA57301.2022.9973896.

10. Andrzej D. Finite element modeling of magnetic field in electrical machines: Scalar or vector potential formulation part I: Comparative description of methods. 2016 13th Selected Issues of Electrical Engineering and Electronics (WZEE), 2016, pp. 1-6. doi: https://doi.org/10.1109/WZEE.2016.7800208.

11. Zhang B., Wu F., Zhang Z., Wei Z., Xi J. 3D Magnetic Field Finite Element Analysis of Dual-Stator PM Spherical Motor. 2019 Chinese Control And Decision Conference (CCDC), 2019, pp. 5616-5620. doi: https://doi.org/10.1109/CCDC.2019.8832404.

*12.* Ferkova Z. Comparison of two-phase induction motor modeling in ANSYS Maxwell 2D and 3D program. *2014 ELEKTRO*, 2014, pp. 279-284. doi: https://doi.org/10.1109/ELEKTRO.2014.6848902.

13. Vaskovskyi Y.M., Tsivinskiy S.S. Three dimensional mathematical model of electromagnetic processes in the end zone of the turbogenerator rotor. *Technical Electrodynamics*, 2016, no. 1, pp. 34-39. (Ukr). doi: https://doi.org/10.15407/techned2016.01.034.

14. Fireteanu V., Constantin A.-I., Zorig A. Finite Element 2D and 3D Models of a Rotor Bar Breakage in a Squirrel-Cage Induction Motor. 2019 IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD), 2019, pp. 157-162. doi: https://doi.org/10.1109/WEMDCD.2019.8887801.

**15.** Yarymbash D., Kotsur M., Subbotin S., Oliinyk A. A new simulation approach of the electromagnetic fields in electrical machines. *2017 International Conference on Information and Digital Technologies (IDT)*, 2017, pp. 429-434. doi: <u>https://doi.org/10.1109/DT.2017.8024332</u>.

16. Kotsur M., Yarymbash D., Yarymbash S., Kotsur I. A new approach of the induction motor parameters determination in short-circuit mode by 3D electromagnetic field simulation. 2017 IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF), 2017, pp. 207-210. doi: https://doi.org/10.1109/YSF.2017.8126620.

17. Milykh V.I., Tymin M.G. A comparative analysis of the parameters of a rotating magnetic field inductor when using concentric and loop windings. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2021, no. 4, pp. 12-18. doi: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2021.4.02.

18. Milykh V.I. Numerical-field analysis of active and reactive winding parameters and mechanical characteristics of a squirrel-cage induction motor. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2023, no. 4, pp. 3-13. doi: <u>https://doi.org/10.20998/2074-272X.2023.4.01</u>.

19. Vaskovskyi J.M., Haydenko J.A. Research of electromagnetic processes in permanent magnet synchronous motors based on a «electric circuit - magnetic field» mathematical model. *Technical Electrodynamics*, 2018, no. 2, pp. 47-54. doi: <u>https://doi.org/10.15407/techned2018.02.047</u>.

20. Yarymbash D., Yarymbash S., Kotsur M., Divchuk T. Enhancing the effectiveness of calculation of parameters for short circuit of three-phase transformers using field simulation methods. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2018, vol. 4, no. 5(94), pp. 22-28. doi: <u>https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.140236</u>.

**21.** Kotsur M., Yarymbash D., Kotsur I., Yarymbash S. Improving efficiency in determining the inductance for the active part of an electric machine's armature by methods of field modeling. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2019, vol. 6, no. 5(102), pp. 39-47. doi: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.185136.

22. Bellman R., Dreyfus S. *Applied Dynamic Programming*. Princeton University Press, New Jersey, 1962. 363 p.

23. Raviart P.A. Pseudo-viscosity methods and nonlinear hyperbolic equations. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 1971, vol. 323, no. 1553, pp. 277-283. doi: https://doi.org/10.1098/rspa.1971.0104.

24. Landau L.D., Lifshyts E.M. Theoretical physics. Vol. 2. Field Theory. Moscow, Nauka Publ., 1988. 59 p. (Rus).

25. Silvester P.P., Ferrari R. L. *Finite Elements for Electrical Engineers*. Cambridge University Press, 1990. 425 p.

**26.** Sadowski N., Lefevre Y., Lajoie-Mazenc M., Cros J. Finite element torque calculation in electrical machines while considering the movement. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1992, vol. 28, no. 2, pp. 1410-1413. doi: https://doi.org/10.1109/20.123957.

27. Skalka M., Ondrusek C., Schreier L., Michailidis P. Torque components identification of induction machine by FEM. *International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics and Electromotion, Joint Conference*, 2011, pp. 185-189. doi: https://doi.org/10.1109/ACEMP.2011.6490592.

Надійшла (Received) 27.01.2024 Прийнята (Accepted) 09.03.2024 Опублікована (Published) 20.06.2024

Коцур Михайло Ігорович<sup>1</sup>, к.т.н., доц.,

<sup>1</sup> Національний університет «Запорізька політехніка», 69063, Запоріжжя, вул. Жуковського, 64, e-mail: kotsur\_m@ukr.net

## M.I. Kotsur<sup>1</sup>

<sup>1</sup>National University «Zaporizhzhia Polytechnic»,

64, Zhykovskii Str., Zaporizhzhia, 69063, Ukraine. Development of methods for adapting the parameters of spatial end winding sections in 2D circuit-field models of induction-synchronous electric machines.

Introduction. Recently, the theory of a special class of cascade slow-speed non-contact induction-synchronous electrical machines (ISEM) has been developed. This allowed to obtain a combination of positive properties from conventional induction and synchronous electric machines. Problem. The lack of circuit and field models of ISEM imposes restrictions on further research of electromagnetic, mechanical and energy processes, in transient and quasi-steady modes of its operation. Goal. Development of 3D and adapted 2D circuit-field models of ISEM, decomposition methods, and dynamic synthesis with adaptation of electromagnetic parameter coupling conditions at the boundaries of calculated subdomains of ISEM. Methodology. Spatial elements of ISEM design are represented by separate spatial calculation subareas. The conditions of compliance with electromagnetic processes, which are formed by a complete calculation area and separate spatial calculation subareas of ISEM, are accepted. The influence of end effects and the parameters of the frontal parts of ISEM windings are determined by the inequality of the magnetic field energy of separate calculation subareas. These parameters, including end effects, are displayed as circuit elements in the 2D circuit-field model. Results. The obtained combination of 3D area decomposition methods and dynamic synthesis with adaptation of electromagnetic parameters coupling conditions at the boundaries of its calculated ISEM's subdomains. The proposed technique for determining the resistance and inductive resistances of the frontal parts of the ISEM windings, taking into account edge effects. The accuracy and effectiveness of the proposed methods is confirmed by the results of an experimental study. Originality. An adapted dynamic 2D circuit-field model of transient processes of ISEM has been developed, which allows taking into account parameters of the frontal parts of its windings. Practical value. The proposed methods can be used for various types of electrical machines. References 27, tables 3, figures 12.

*Key words:* electromagnetic field, end effects, methods of decomposition and dynamic synthesis, circuit-field modeling, electric machine.

#### How to cite this article:

Kotsur M.I. Development of methods for adapting the parameters of spatial end winding sections in 2D circuit-field models of induction-synchronous electric machines. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2024, no. 4, pp. 9-21. doi: <a href="https://doi.org/10.20998/2074-272X.2024.4.02">https://doi.org/10.20998/2074-272X.2024.4.02</a>