

**Граничний вплив неідентичності резистивних елементів високовольтного плеча на частотні характеристики ширококутвого подільника напруги (аналітичне дослідження)**

На основі раніше розвинутої теорії ширококутвих подільників напруги з паралельно-послідовним з'єднанням R-, C-елементів вперше одержані аналітичні вирази для амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристик подільника напруги з урахуванням граничного випадку неідентичності резистивних елементів високовольтного плеча. Визначений загальний характер залежностей частотних характеристик від значення допуску резистивних елементів, коефіцієнта ділення подільника напруги в широкому діапазоні зміни частоти. Запропоновано спрощені апроксимуючі вирази для максимальних значень частотних характеристик та визначено їх похибки. Рекомендовано уведення в нормативно-технічну документацію ширококутвих подільників напруги відкоригованого значення коефіцієнта ділення. Бібл. 16, табл. 3, рис. 3.

**Ключові слова:** високовольтний подільник напруги, частотні характеристики, аналітичні вирази, допуск резистивних елементів, коригування параметрів.

**Вступ.** Для нормального функціонування електроенергетичних систем дуже важливою є інформація про миттєві значення високої напруги на тих чи інших ділянках. Традиційно для цього понад 100 років використовувалися і продовжують використовуватись електромагнітні трансформатори напруги [1]. Перевагою електромагнітних трансформаторів напруги є висока навантажувальна здатність, що дозволяє комплектувати на їх основі різні вторинні кола, в тому числі, релейних захистів і керування. Існують навіть трансформатори «напруги постійного струму». Під цим терміном мають на увазі перетворювач, що складається з високовольтного резистора постійної напруги, магнітного підсилювача, керуваного постійним струмом даного резистора, і випрямляча вихідної напруги магнітного підсилювача. У підсумку, вихідна постійна напруга такого перетворювача пропорційна його вхідній напрузі, і перетворювач характеризується високою навантажувальною здатністю. Однак, істотним недоліком трансформаторів напруги є інерційність. У зв'язку з цим вони фактично не застосовуються для реєстрації швидкоплинних процесів, коли, навпаки, необхідна швидка реакція систем керування. Ситуація суттєво покращується з переходом до концепції «цифрової підстанції», коли вторинні кола можуть бути побудовані на основі комп'ютерних систем із мінімальним енергоспоживанням. При цьому високовольтні трансформатори напруги можуть бути замінені ширококутвовими подільниками напруги, за допомогою яких можна отримувати інформацію про миттєві значення високої напруги. Це дозволить, з одного боку, суттєво покращити керування режимами електроенергетичних систем та, з іншого боку, отримати повноцінну інформацію про якість електроенергії он-лайн.

**Метою роботи** є продовження попередніх досліджень [2] та вивчення граничного впливу неідентичності не ємнісних, а резистивних елементів високовольтного плеча на амплітудно-частотну та фазо-частотну характеристики подільника напруги.

Зазначимо, що у [2] розглядався суто вплив неідентичності лише ємнісних елементів високовольтного плеча на характеристики дільника напруги.

**Загальна інформація про ширококутвові подільники напруги.** Слід відзначити, що відповідний розвиток досліджень з високовольтних ширококутвових подільників напруги реалізовувався, в основному, в останні 50 років. Процеси, які відбуваються у високовольтних подільниках напруги, є набагато складнішими, у порівнянні з трансформаторами напруги. Це обумовлено різноманіттям типів подільників напруги,

діапазонів їх параметрів та режимів використання.

У дослідженнях з високовольтних подільників напруги останніх років [3 – 15] значна увага приділяється підвищенню точності їх математичних моделей (до рівня кількох ppm), стабільності параметрів, врахуванню різних факторів, особливостей метрологічного калібрування та нормування характеристик. Розглянуті схеми заміщення різних типів високовольтних подільників напруги побудовані на використанні екранованих паралельно-послідовних з'єднань резистивних і ємнісних елементів високовольтного плеча, сформованих, як правило, з однакових (ідентичних) елементів. Як правило, підбір номінальних значень резистивних та ємнісних елементів виконують за наближено однаковою провідністю відповідних гілок електричного кола на основній частоті роботи подільника напруги. При цьому, під час високочастотних перехідних процесів в електричному колі подільника напруги, ємнісні складові гілок цього кола є більш провідними (наприклад, провідність ємнісної гілки між двома вузлами електричного кола високовольтного плеча подільника напруги на 4-5 порядків більша за паразитну ємнісну провідність між цими вузлами), тому практично шунтують паразитні ємнісні виточки струмів з вузлів з'єднання зосереджених елементів кола на заземлені поверхні та елементи кола, що перебувають під іншим потенціалом. Внаслідок цього конструкція подільника напруги з послідовно-паралельним з'єднанням резистивних та ємнісних зосереджених елементів є найбільш ефективною при розробці ширококутвових подільників напруги. В різних режимах роботи подільника напруги змінюються провідності резистивної та ємнісної гілок його схеми заміщення, тому вплив на похибку коефіцієнту масштабного перетворення подільника напруги є складною функцією залежності від значень опорів та ємностей зосереджених елементів, а також частоти струму. Однак, реально, використовувані  $R_{RV}$ ,  $C_{RV}$  елементи мають допуск:

$$R_N(1 - \beta) \leq R_{RV} \leq R_N(1 + \beta), \\ C_N(1 - \Delta) \leq C_{RV} \leq C_N(1 + \Delta),$$

де:  $R_N$ ,  $C_N$  – номінальні значення резистивних та ємнісних елементів;  $\beta$ ,  $\Delta$  – значення допусків у відносних одиницях, визначені виробником. Вплив допусків залежить від їхньої величини, а також виду розподілу параметрів всередині допуску. Останнє, зазвичай, не нормується. Тому обґрунтованим є розгляд (вперше) граничного варіанту, коли ємнісні елементи високовольтного плеча мають рівноймовірні значення:

$$C'_{RV} = C_N(1 - \Delta), \quad C''_{RV} = C_N(1 + \Delta).$$

Цей випадок був розглянутий у попередній роботі [2]. У цій статті розглядається (вперше) інший граничний варіант, коли резистивні елементи мають значення:

$$R''_{RV} = R_N(1 - \beta), \quad R'_{RV} = R_N(1 + \beta).$$

**Математична модель подільника напруги і дослідження амплітудно-частотної характеристики (АЧХ).** Відповідно до [1], широкосмугові подільники напруги складаються з великої кількості резистивних та ємнісних елементів, з'єднаних паралельно-послідовно (див. рис. 1).

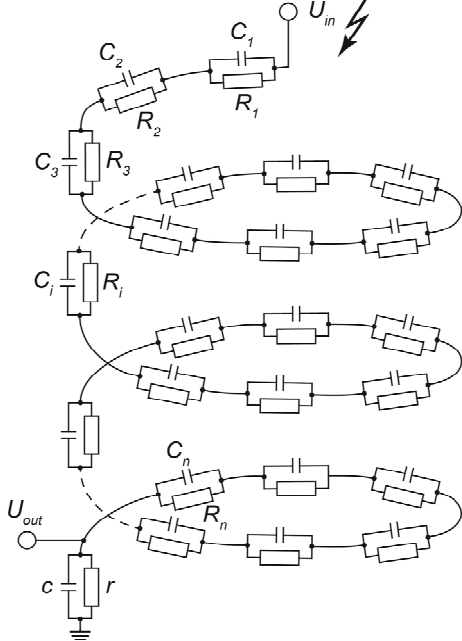


Рис. 1. Принципова схема ємнісно-омічного подільника напруги [1]

На рис. 1:  $U_{in}$  – вхідна висока напруга;  $U_{out}$  – вхідна низька напруга;  $R_i$  та  $C_i$  – елементи високовольтного плеча;  $r$  та  $c$  – елементи низьковольтного плеча.

Значення опору та ємності, відповідно, резисторів та конденсаторів, що входять до складу подільника напруги, можуть змінюватися під впливом зовнішніх умов у часі (температури, вологості тощо). У зв'язку з цим виникає необхідність дослідження частотних характеристик подільника напруги з огляду на неідентичність його компонентів.

У наведеній на рис. 1 принциповій схемі подільника напруги не показано паразитних ємнісних гілок, оскільки, як було показано вище, вплив витoku паразитних струмів ємнісного характеру є суттєво меншим (на 2-3 порядки) у порівнянні з відхиленнями фактичних параметрів зосереджених елементів від номінальних значень.

Неідентичність резистивних та ємнісних елементів подільника напруги позначається на стабільності його частотних характеристик, особливо яскраво виражений характер цього впливу на АЧХ. Зниження змін АЧХ у робочому діапазоні частот є важливим фактором покращення передавальних характеристик вимірювального пристрою. Відповідно до [1], АЧХ подільника напруги визначається виразами (1) та (2):

$$A = \frac{1}{K} A^*; \quad (1)$$

$$A^* = \frac{1 + \gamma^2}{\sqrt{\left(1 + \frac{K-1}{K} f\right)^2 + \gamma^2 \left(1 + \frac{K-1}{K} \delta\right)^2}}, \quad (2)$$

де:  $A$  – АЧХ;  $A^*$  – приведена АЧХ;  $K$  – номінальне значення коефіцієнта ділення широкосмугового подільника напруги;  $f$  і  $\delta$  – усереднені параметри, що враховують неідентичність елементів паралельно-послідовного з'єднання резистивних  $R_i$  та ємнісних  $C_i$  елементів високовольтного плеча ємнісно-омічного подільника напруги.

Безрозмірний параметр  $\gamma$  залежить від кутової частоти  $\omega$  і визначається як:

$$\gamma = \omega R_0 C_0; \quad (3)$$

$$R_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i; \quad (4)$$

$$C_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i, \quad (5)$$

де:  $R_0$  та  $C_0$  – усереднені значення елементів високовольтного плеча;  $n$  – кількість елементів високовольтного плеча.

Значення параметрів низьковольтного плеча, як правило, визначаються таким чином:

$$r = \frac{n R_0}{K-1}, \quad c = \frac{C_0}{n} (K-1).$$

З узагальненого розгляду частотних характеристик широкосмугового подільника напруги з паралельно-послідовним з'єднанням  $R$ -,  $C$ -елементів високовольтного плеча [1] для даного випадку маємо:  $R_0 = R_N$ ;  $C_1 = C_2 = \dots = C_N = C$ ;  $\Delta = 0$ . Параметри  $f$ ,  $\Delta$  – це функції неідентичності резистивних елементів  $\beta' = -\beta$  та  $\beta'' = +\beta$ , які визначаються як:

$$f = \frac{1}{2} D(\beta') + \frac{1}{2} D(\beta''); \quad (6)$$

$$\delta = \frac{1}{2} G(\beta') + \frac{1}{2} G(\beta''), \quad (7)$$

де

$$D(\beta) = \frac{\gamma^2 (-3\beta^2 - \beta^3 + \gamma^2 (\beta^2 + \beta^3))}{(1 + \gamma^2) (1 + \gamma^2 (1 + \beta^2))}; \quad (8)$$

$$G(\beta) = \frac{\beta^2 - \gamma^2 (3\beta^2 + 2\beta^3)}{(1 + \gamma^2) (1 + \gamma^2 (1 + \beta^2))}. \quad (9)$$

В результаті одержуємо:

$$2f = \frac{\gamma^2 (-3\beta^2 + \beta^3 + \gamma^2 (\beta^2 - \beta^3))}{(1 + \gamma^2) (1 + \gamma^2 (1 - \beta^2))} + \frac{\gamma^2 (-3\beta^2 - \beta^3 + \gamma^2 (\beta^2 + \beta^3))}{(1 + \gamma^2) (1 + \gamma^2 (1 + \beta^2))}; \quad (10)$$

$$2\delta = \frac{\beta^2 - \gamma^2 (3\beta^2 - 2\beta^3)}{(1 + \gamma^2) (1 + \gamma^2 (1 - \beta^2))} + \frac{\beta^2 - \gamma^2 (3\beta^2 + 2\beta^3)}{(1 + \gamma^2) (1 + \gamma^2 (1 + \beta^2))}. \quad (11)$$

Нижче показані тестові перевірки отриманих співвідношень, які були виконані:

- 1) якщо  $\beta = 0$ , то  $A^* \equiv 1$  для будь-яких значень  $\gamma$ ,  $K$ ;
- 2) якщо  $\gamma = 0$ , то також  $A^* \equiv 1$  для будь-яких значень  $\beta$ ,  $K$ ; якщо  $\gamma \rightarrow \infty$ , аналогічно,  $A^* \equiv 1$  для будь-яких значень  $\beta$ ,  $K$ .

Результати проведених тестів підтверджують адекватність використовуваної математичної моделі досліджуваному фізичному об'єкту.

Для дослідження залежності аналогічно [2] застосуємо підхід, коли можна знайти граничні вирази за умови  $\gamma \rightarrow 0$  та  $\gamma \rightarrow \infty$ . Підстановка  $\gamma \rightarrow 0$  у вирази (10), (11) дає залежності:

$$f_{\gamma \rightarrow 0} = -3\beta^2\gamma^2; \quad \delta_{\gamma \rightarrow 0} = \beta^2 - \gamma^2(5\beta^2 + \beta^4). \quad (12)$$

В свою чергу, використання (12) за умови  $\gamma \rightarrow 0$  дозволяє (2) отримати граничний вираз:

$$A_{\gamma \rightarrow 0}^* = 1 + \frac{K-1}{K}\beta^2\gamma^2\left(2 - \frac{K-1}{2K}\beta^2\right). \quad (13)$$

Тобто,  $A^*$  зростає від  $\gamma$  у параболічній залежності з коефіцієнтом  $\frac{K-1}{K}$  та  $\beta^2$ . Вираз у дужках (13) є малозмінною величиною і в діапазоні  $0 \leq \beta \leq 0,2$  становить 2...1,98 (для  $K \rightarrow \infty$ ).

Підстановка  $\gamma \rightarrow \infty$  у вирази (10), (11) забезпечує:

$$f_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{\beta^2 - \beta^4}{(1 - \beta^2)^2}; \quad \delta_{\gamma \rightarrow \infty} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{3\beta^2 - \beta^4}{(1 - \beta^2)^2},$$

і, у підсумку:

$$A_{\gamma \rightarrow \infty}^* = 1 + \frac{K-1}{K}\beta^2 \frac{1}{\gamma^2} \left( \frac{3 - \beta^2}{2(1 - \beta^2)^2} \right). \quad (14)$$

Вираз у дужках (14) у діапазоні  $0 \leq \beta \leq 0,2$  становить 1,5...1,6, тобто є малозмінною величиною.

Одержані в (13), (14) результати дозволяють цілеспрямовано підійти до подальшого дослідження АЧХ подільника напруги на основі комп'ютеризованих розрахунків.

Надалі були проведені розрахунки залежностей  $A^*(\gamma)$  для різних значень  $\beta$  та  $K$ . На рис. 2 побудовані одержані графіки  $A^*(\gamma)$  при значеннях  $\beta = 0,05$  і  $\beta = 0,2$  для  $K = 10$  та  $K = 10^6$  в діапазоні зміни  $\gamma$  від 0,001 до 1000. Залежності  $A^*(\gamma)$  мають типовий максимум в області  $\gamma \approx 1$ . Вплив максимуму в областях  $\lg \gamma \leq -1,5$  і  $\lg \gamma \geq +1,5$  є незначним.

На рис. 2 показані: крива 1 – залежність  $A^*(\gamma)$  при  $\beta = 0,05$  і  $K = 10$ ; крива 2 – залежність  $A^*(\gamma)$  при  $\beta = 0,05$  і  $K = 10^6$ ; крива 3 – залежність  $A^*(\gamma)$  при  $\beta = 0,2$  і  $K = 10$ ; крива 4 – залежність  $A^*(\gamma)$  при  $\beta = 0,2$  і  $K = 10^6$ .

Для знаходження максимуму  $A_{\max}^*$  необхідно порівняти похідну  $\frac{dA^*}{d\gamma}$  нулю і з цієї умови визначити

значення  $\gamma_{\max}$ . Підставляючи це значення в (2), з використанням (10), (11), можна одержати шукану величину  $A_{\max}^*$ . У зв'язку зі складною залежністю  $A^*$  від вихідних величин, що практично унеможливило проведення цих операцій в аналітичному вигляді, для знаходження  $A_{\max}^*(\gamma_{\max})$  використовувалися програмні засоби.

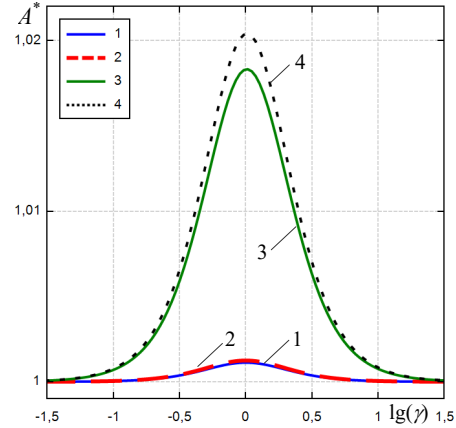


Рис. 2. Графік приведеної АЧХ залежно від безрозмірного частотного параметру  $\gamma$  в напівлогарифмічному масштабі

У програмному пакеті SMATH Solver [16] була введена функціональна залежність  $A^*(\gamma)$ , після чого, за допомогою математичних модулів даного програмного пакета було знайдено  $\gamma_{\max}$  для точки екстремуму та значення екстремуму  $A_{\max}^*$  даної функції при різних  $\beta$  і  $K$  (шляхом ітераційного обчислення в програмному циклі). Були одержані масиви даних різних комбінацій параметрів.

У табл. 1 наведено приклади одержаних результатів розрахунку  $A_{\max}^*$ ,  $\gamma_{\max}$  для значень  $\beta = 0,01$ ;  $0,02$ ; ...  $0,2$  та значень  $K = 10^1$ ;  $10^2$ ;  $10^3$ ;  $10^4$ ;  $10^6$ . Аналіз одержаних даних наведено у наступному розділі.

Таблиця 1

Результати розрахунків  $A_{\max}^*(\gamma_{\max})$  для  $K = 10^1$ ;  $10^2$ ;  $10^3$ ;  $10^4$ ;  $10^6$

K	10		100		1000		10000		1000000	
	$\gamma_{\max}$	$A_{\max}$	$\gamma_{\max}$	$A_{\max}$	$\gamma_{\max}$	$A_{\max}$	$\gamma_{\max}$	$A_{\max}$	$\gamma_{\max}$	$A_{\max}$
0,01	1,000068779	1,000045002	1,000068779	1,000049502	1,000068779	1,000049952	1,000068779	1,000049997	1,000068779	1,000050002
0,02	1,000210615	1,000180032	1,000210615	1,000198039	1,000210615	1,00019984	1,000210615	1,00020002	1,000210615	1,00020004
0,03	1,000473922	1,000405164	1,000473923	1,000445699	1,000473923	1,000449752	1,000473923	1,000450158	1,000473923	1,000450202
0,04	1,000785403	1,000720519	1,000785401	1,000792628	1,000785401	1,000799839	1,000785401	1,000800056	1,000785401	1,000800064
0,05	1,001228359	1,001126267	1,001228355	1,001239033	1,001228355	1,001250311	1,001228355	1,001251439	1,001228355	1,001251563
0,06	1,00181747	1,001622629	1,001817473	1,001785181	1,001817474	1,001801439	1,001817474	1,001803065	1,001817474	1,001803244
0,07	1,002475774	1,002209873	1,00247578	1,002431397	1,002475781	1,002453555	1,002475781	1,002455771	1,002475781	1,002456015
0,08	1,003236693	1,002888318	1,003236703	1,003178068	1,003236705	1,003207052	1,003236705	1,003209951	1,003236705	1,00321027
0,09	1,00410082	1,003658335	1,004100836	1,004025641	1,004100838	1,004062386	1,004100838	1,004066061	1,004100838	1,004066465
0,1	1,005026594	1,004520342	1,005026583	1,004974624	1,005026582	1,005020075	1,005026582	1,005024621	1,005026582	1,005025121
0,11	1,006092522	1,00547481	1,006092507	1,00602559	1,006092506	1,006080701	1,006092506	1,006086213	1,006092506	1,006086819
0,12	1,007264098	1,006522264	1,007264079	1,007179173	1,007264077	1,007244911	1,007264076	1,007251485	1,007264076	1,007252209
0,13	1,008542457	1,007663279	1,008542432	1,008436072	1,00854243	1,008513416	1,008542429	1,008521152	1,008542429	1,008522002
0,14	1,00992884	1,008898485	1,009928808	1,009797051	1,009928805	1,009886996	1,009928805	1,009895991	1,009928805	1,009896981
0,15	1,011424591	1,010228564	1,011424552	1,011262941	1,011424548	1,011366495	1,011424548	1,011376852	1,011424548	1,011377991
0,16	1,013031165	1,011654257	1,013031119	1,012834641	1,013031115	1,01295283	1,013031114	1,012964651	1,013031114	1,012965951
0,17	1,014750131	1,013176359	1,014750077	1,014513117	1,014750072	1,014646987	1,014750071	1,014660376	1,014750071	1,014661849
0,18	1,01658317	1,014795722	1,016583109	1,01629941	1,016583103	1,016450024	1,016583102	1,016465088	1,016583102	1,016466745
0,19	1,018532086	1,016513258	1,018532017	1,018194629	1,01853201	1,018363072	1,01853201	1,018379919	1,01853201	1,018381773
0,2	1,020598807	1,018329939	1,020598732	1,020199959	1,020598724	1,020387339	1,020598723	1,020406081	1,020598723	1,020408142

**Аналіз результатів по АЧХ.** Обробка одержаного масиву даних дозволяє запропонувати спрощений вираз для  $A_{\max}^*$  у вигляді:

$$A_{\max}^* = 1 + 0,505113 \frac{K-1}{K} \beta^2. \quad (15)$$

Формула (15) застосовна для будь-яких значень  $\beta \leq 0,2$  та  $K \geq 10$ . При цьому похибка тільки додаткового доданку у правій частині (15) по відношенню до точних даних не перевищує  $\pm 1\%$  по абсолютній величині, що можна вважати цілком прийнятним.

Аналізуючи одержані дані, можна відзначити, що неідентичність резистивних елементів високовольтного плеча подільника напруги може призводити до суттєвого зростання його похибки (до  $2\%$  і більше). Можна зменшити це значення похибки вдвічі, якщо використовувати відкориговане значення АЧХ:

$$A_{\text{cor}}^* = 1 + 0,25256 \frac{K-1}{K} \beta^2. \quad (16)$$

Вираз (16) може бути занесений до технічної документації (паспорт) подільника напруги.

Розвиток застосування високовольтних широко-смугових дільників напруги, у тому числі комерційної реалізації, передбачає необхідність можливості «швидкої оцінки» якості їх частотних характеристик на основі вихідних даних про елементну «базу», що можна визначити за допомогою формули (15).

Так саме, як і для ємнісних елементів [2], вплив неідентичності резистивних елементів (15) пропорційно множнику  $\frac{K-1}{K}$ , таким чином, є максимальним для високовольтних подільників напруги.

Для значень  $1 < K < 10$  потрібне проведення додаткових досліджень.

Розглянута теорія подільників напруги з паралельно-последовним з'єднанням резистивних та ємнісних елементів може бути успішно застосована для дослідження так званої «конденсаторної» високовольтної ізоляції, коли кожен шар ізоляції може бути представлений паралельним з'єднанням резистивних та ємнісних елементів. Як правило, для такої ізоляції використовують умову  $C_1 = C_2 = \dots = C_i = \dots = C_n = C$ , при цьому неідентичність  $R$ -елементів може бути пов'язана зі зволоженням окремих шарів ізоляції або погіршенням їх властивостей у часі. Стосовно такого варіанту використання розглянутої теорії слід підкреслити, що вирази (1) – (11) не припускають малого

значення параметру  $\beta$ , тобто можуть бути застосовані в загальному випадку, коли  $\beta$ , наприклад, досягає значень  $0,9$ ;  $0,99$  і т. ін., а як низьковольтне плече подільника напруги може розглядатися будь-який шар «конденсаторної» ізоляції.

**Дослідження фазо-частотної характеристики (ФЧХ).** Відповідно до [1], ФЧХ подільника напруги з паралельно-последовним з'єднанням  $R$ -,  $C$ -елементів високовольтного плеча описується виразом:

$$\varphi = \arctg \left( \frac{(\delta - f)\gamma}{f + \frac{K}{K-1} + \gamma^2 \left( \delta + \frac{K}{K-1} \right)} \right), \quad (17)$$

де  $f$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ ,  $K$  мають ті самі значення, що й у (3) – (11).

Аналогічно (12) – (14) можна використовувати підхід визначення граничних значень у наближеннях  $\gamma \rightarrow 0$  і  $\gamma \rightarrow \infty$ . При цьому одержуємо:

$$\varphi_{\gamma \rightarrow 0} = \frac{K-1}{K} \beta^2 \gamma, \quad (18)$$

$$\varphi_{\gamma \rightarrow \infty} = -\frac{K-1}{K} \beta^2 \frac{1}{\gamma} (1 - \beta^2)^{-1}. \quad (19)$$

Вираз (19) має множник  $(1 - \beta^2)^{-1}$ , який за умов  $0 \leq \beta \leq 0,2$  є малозмінною величиною  $1 \dots 1,04$ .

Оскільки відхилення від нуля за умови  $\gamma \rightarrow 0$  і  $\gamma \rightarrow \infty$  є різнополярними, буде корисним визначення  $\varphi$  у проміжній точці, наприклад, при  $\gamma = 1$ . Відповідні перетворення за (17) дають вираз:

$$\varphi_{\gamma=1} = \arctg \left( \frac{2\beta^4(K-1)}{K(8 + 2\beta^4 - 4\beta^2) + 4\beta^2} \right). \quad (20)$$

Оцінка правої частини (20) при  $\beta = 0,2$  та  $K \rightarrow \infty$  дає  $\varphi_{\gamma=1} = \arctg(0,000407)$ , що відповідає  $\varphi = 1,4'$ . Таким чином, всі досліджені залежності  $\varphi(\gamma)$  будуть, фактично, проходити при  $\gamma = 1$  в діапазоні  $0 \dots 1,4'$ .

На рис. 3 показані криві зміни ФЧХ подільника напруги  $\varphi$  (у кутових хвилинах) від безрозмірного параметра частоти  $\gamma$  (при його зміні від  $0,001$  до  $1000$ ) для значень  $\beta = 0,05$ ;  $\beta = 0,2$  та  $K = 10$ ;  $K = 10^6$ . Для наочності шкала по осі абсцис показана в логарифмічному масштабі (від  $\lg \gamma = -3$  до  $\lg \gamma = +3$ ). Відхилення ФЧХ від нульового значення є зневажливим для  $\lg \gamma \leq -2,5$  і  $\lg \gamma \geq 2,5$ .

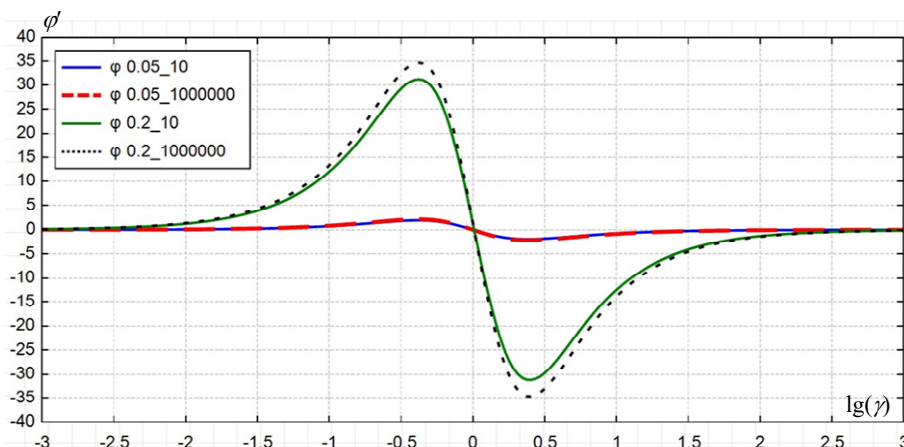


Рис. 3. Графік ФЧХ залежно від безрозмірного частотного параметру  $\gamma$  в напівлогарифмічному масштабі

Далі, аналогічно попередньому розділу, проводилися комп'ютеризовані розрахунки для двох екстремумів залежності  $\varphi(\gamma)$ , причому для області  $\gamma < 1$  це були дані  $\varphi_{\max}(\gamma'_{\max})$ , а для області  $\gamma > 1$ , відповідно,  $\varphi_{\min}(\gamma'_{\min})$ .

У табл. 2 наведено результати проведених розра-

хунків  $\varphi_{\max}(\gamma'_{\max})$  для значень  $\beta = 0,01; 0,02; \dots 0,20$  і  $K = 10^1; 10^2; 10^3; 10^4; 10^6$ .

У табл. 3 наведено результати проведених розрахунків  $\varphi_{\min}(\gamma'_{\min})$  для значень  $\beta = 0,01; 0,02; \dots 0,20$  і  $K = 10^1; 10^2; 10^3; 10^4; 10^6$ .

Таблиця 2

Результати розрахунків  $\varphi_{\max}(\gamma'_{\max})$  для  $K = 10^1; 10^2; 10^3; 10^4; 10^6$

K	10		100		1000		10000		1000000	
	$\gamma'_{\max}$	$\varphi_{\max}$	$\gamma'_{\max}$	$\varphi_{\max}$	$\gamma'_{\max}$	$\varphi_{\max}$	$\gamma'_{\max}$	$\varphi_{\max}$	$\gamma'_{\max}$	$\varphi_{\max}$
0,01	0,414210916	0,077351043	0,414211575	0,085086338	0,414211641	0,08585987	0,414211648	0,085937223	0,414211648	0,085945732
0,02	0,414248876	0,309425058	0,414251515	0,340370627	0,414251779	0,343465215	0,414251805	0,343774674	0,414251808	0,343808714
0,03	0,414312168	0,696284723	0,414318108	0,765928709	0,414318702	0,772893263	0,414318761	0,77358972	0,414318768	0,77366633
0,04	0,414400826	1,238034555	0,414411392	1,361887062	0,414412449	1,374272804	0,414412555	1,375511383	0,414412566	1,375647627
0,05	0,414514901	1,934820995	0,414531425	2,128422909	0,414533077	2,147784299	0,414533243	2,149720451	0,414533261	2,149933427
0,06	0,414654456	2,78683252	0,414678276	3,065764371	0,414680658	3,093660044	0,414680896	3,096449636	0,414680922	3,096756492
0,07	0,414819573	3,794299795	0,414852033	4,174190665	0,414855279	4,212184367	0,414855604	4,215983784	0,414855639	4,21640172
0,08	0,415010343	4,957495853	0,415052799	5,454032349	0,415057045	5,503693882	0,41505747	5,508660114	0,415057517	5,509206401
0,09	0,415226875	6,276736314	0,415280694	6,905671609	0,415286077	6,968577785	0,415286615	6,974868529	0,415286675	6,975560512
0,1	0,415469294	7,752379633	0,415535855	8,529542593	0,415542513	8,607278195	0,415543178	8,615051949	0,415543252	8,615907064
0,11	0,415737737	9,384827387	0,415818434	10,32613179	0,415826506	10,42029055	0,415827313	10,42970671	0,415827402	10,43074249
0,12	0,416032358	11,1745246	0,416128601	12,29597846	0,416138229	12,40816403	0,416139192	12,41938299	0,416139298	12,42061708
0,13	0,416353328	13,12196007	0,416466545	14,43967512	0,416477872	14,57150209	0,416479004	14,58468534	0,416479129	14,5861355
0,14	0,416700831	15,22766682	0,416832469	16,75786802	0,41684564	16,91096292	0,416846957	16,92627315	0,416847102	16,92795729
0,15	0,41707507	17,49222248	0,417226597	19,25125578	0,417241759	19,42726011	0,417243275	19,44486133	0,417243442	19,44679748
0,16	0,417476262	19,91624974	0,417649169	21,92060003	0,417666472	22,12116327	0,417668203	22,14122088	0,417668393	22,14342723
0,17	0,417904643	22,50041691	0,418100447	24,76670594	0,418120043	24,9934987	0,418122003	25,01617962	0,418122218	25,01867454
0,18	0,418360464	25,24543842	0,418580708	27,79044313	0,418602752	28,04515017	0,418604957	28,07062294	0,4186052	28,07342497
0,19	0,418843996	28,15207543	0,419090252	30,99273635	0,419114902	31,27705969	0,419117367	31,3054946	0,419117639	31,30862247
0,2	0,419355527	31,22113644	0,419629397	34,37456834	0,419656814	34,69022842	0,419659556	34,7217976	0,419659858	34,72527025

Таблиця 3

Результати розрахунків  $\varphi_{\min}(\gamma'_{\min})$  для  $K = 10^1; 10^2; 10^3; 10^4; 10^6$

K	10		100		1000		10000		1000000	
	$\gamma'_{\min}$	$\varphi_{\min}$	$\gamma'_{\min}$	$\varphi_{\min}$	$\gamma'_{\min}$	$\varphi_{\min}$	$\gamma'_{\min}$	$\varphi_{\min}$	$\gamma'_{\min}$	$\varphi_{\min}$
0,01	2,414387533	-0,077351043	2,414383691	-0,085086338	2,414383307	-0,08585987	2,414383268	-0,085937223	2,414383264	-0,085945732
0,02	2,414890851	-0,309425058	2,414875476	-0,340370628	2,414873938	-0,343465215	2,414873784	-0,343774674	2,414873768	-0,343808715
0,03	2,415730325	-0,696284723	2,41569571	-0,76592871	2,415692248	-0,772893264	2,415691902	-0,773589721	2,415691864	-0,773666331
0,04	2,416906878	-1,238034557	2,416845284	-1,361887064	2,416839125	-1,374272806	2,416838509	-1,375511385	2,416838441	-1,375647628
0,05	2,418421802	-1,934820997	2,418325453	-2,128422912	2,418315818	-2,147784302	2,418314854	-2,149720453	2,418314748	-2,149933343
0,06	2,420276774	-2,786832524	2,420137838	-3,065764375	2,420123944	-3,093660049	2,420122554	-3,096449641	2,420122401	-3,096756496
0,07	2,422473853	-3,7942998	2,422284433	-4,17419067	2,42226549	-4,212184373	2,422263596	-4,215983789	2,422263387	-4,216401726
0,08	2,425015494	-4,95749586	2,424767616	-5,454032356	2,424742827	-5,50369389	2,424740348	-5,508660122	2,424740075	-5,509206409
0,09	2,427904558	-6,276736323	2,427590154	-6,905671619	2,427558711	-6,968577795	2,427555567	-6,974868539	2,427555221	-6,975560522
0,1	2,431144318	-7,752379644	2,430755217	-8,529542605	2,430716303	-8,607278208	2,430712412	-8,615051961	2,430711984	-8,615907076
0,11	2,434738475	-9,384827401	2,434266386	-10,32613181	2,434219171	-10,42029056	2,43421445	-10,42970672	2,43421393	-10,4307425
0,12	2,438691168	-11,17452461	2,438127666	-12,29597848	2,438071308	-12,40816405	2,438065672	-12,41938301	2,438065052	-12,4206171
0,13	2,443006988	-13,12196009	2,4423435	-14,43967514	2,44227714	-14,57150211	2,442270504	-14,58468536	2,442269774	-14,58613552
0,14	2,447690993	-15,22766685	2,446918783	-16,75786805	2,446841547	-16,91096294	2,446833823	-16,92627318	2,446832973	-16,92795731
0,15	2,452748722	-17,4922225	2,451858873	-19,25125783	2,451769868	-19,42726014	2,451760968	-19,44486136	2,451759989	-19,44679751
0,16	2,458186212	-19,91624977	2,457169613	-21,92060007	2,457067928	-22,12116331	2,457057759	-22,14122091	2,45705664	-22,14342727
0,17	2,464010018	-22,50041694	2,462857344	-24,76670598	2,462742044	-24,99349874	2,462730514	-25,01617966	2,462729245	-25,01867458
0,18	2,470227226	-25,24543846	2,468928924	-27,79044317	2,468799052	-28,04515021	2,468786065	-28,07062298	2,468784636	-28,07342501
0,19	2,476845481	-28,15207548	2,475391749	-30,9927364	2,475246324	-31,27705974	2,475231781	-31,30549465	2,475230181	-31,30862251
0,2	2,483873006	-31,22113649	2,482253776	-34,3745684	2,482091788	-34,69022848	2,482075589	-34,72179766	2,482073807	-34,7252703

**Аналіз результатів по ФЧХ.** «Вражаючим» є фактор практичного збігу абсолютних значень  $\varphi_{\max}$  і  $\varphi_{\min}$  (до 8 значущих цифр, тобто до похибки проведених розрахунків) при однакових значеннях  $\beta$  і  $K$ .

Область відхилення ФЧХ від нуля є більш «розтягнутою» по  $\gamma$  ( $-2,5 < \lg \gamma < 2,5$ ) порівняно з АЧХ ( $-1,5 < \lg \gamma < 1,5$ ), що пояснюється ступенем залежності від  $\gamma$  у відповідних виразах (18), (19), порівняно з (13), (14).

Обробка одержаного масиву розрахункових даних, наведених у табл. 2, 3, дозволяє запропонувати такі спрощені вирази:

$$\varphi'_{\max} = 863,8 \frac{K-1}{K} \beta^2, \text{ кут. хв.}, \quad (21)$$

$$\varphi'_{\min} = -863,8 \frac{K-1}{K} \beta^2, \text{ кут. хв.} \quad (22)$$

Формули (21), (22) застосовні для будь-яких значень  $\beta \leq 0,2$  та  $K \geq 10$ . При цьому, похибка (21), (22), по відношенню до точних розрахункових значень за (17), не перевищує  $\pm 0,5\%$ , що є цілком прийнятним.

Якщо в тих чи інших дослідженнях використовуються діапазони  $\gamma \leq 1$  або, навпаки,  $\gamma \geq 1$ , можуть бути введені поправочні значення по  $\varphi$ , які становлять 50 % від значень, наведених у (21), (22).

Порівняння одержаних результатів з даними публікацій [2 – 15] показує, що вплив неідентичності резистивних елементів високовольтного плеча подільника напруги є суттєвим порівняно з такими факторами нестабільності параметрів, як зміна температури, неідеальність екранування, вплив зовнішніх електричних полів, зміна частоти та має враховуватися в теорії та практиці подільників напруги, особливо при еталонних вимірюваннях.

**Висновки.** Кількісно визначено граничний вплив неідентичності резистивних елементів високовольтного плеча подільника напруги на його амплітудно-частотну та фазо-частотну характеристики.

Показано, що цей вплив пропорційний множини  $\frac{K-1}{K}$ , де  $K$  – це номінальне значення коефіцієнта ділення подільника напруги.

Запропоновано введення в технічну документацію подільників напруги відкоригованого значення амплітудно-частотної характеристики, що дозволяє в 2 рази зменшити їхню похибку.

Проведений розвиток теорії подільників напруги може бути успішно застосований для дослідження процесів у «конденсаторній» високовольтній ізоляції.

Матеріали статті можуть бути використані для експрес-оцінки якості ширококутних високовольтних подільників напруги, на основі даних про їхню елементну базу.

Порівняння одержаних результатів з матеріалами [2] показує, що граничний вплив неідентичності резистивних елементів високовольтного плеча дає принципово інші результати порівняно з граничним впливом неідентичності ємнісних елементів високовольтного плеча подільника напруги.

**Конфлікт інтересів.** Автори статті заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ / REFERENCES

1. Anokhin Y.L., Brzhezitskiy V.O., Haran Ya.O., Masliuchenko I.M., Protsenko O.P., Trotsenko Ye.O. Application of high voltage dividers for power quality indices measurement. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2017, no. 6, pp. 53-59. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272x.2017.6.08>.
2. Brzhezitskiy V.O., Haran Y.O., Derzhuk A.O., Protsenko O.R., Trotsenko Y.O., Dixit M.M. Ultimate effect of non-identity of capacitive elements of high-voltage arm on frequency characteristics of voltage divider (analytical research). *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2021, no. 4, pp. 46-52. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2021.4.06>.
3. Li D., Liu K., Lei M., Zhou F., Yue C., Yu J. Study on the ratio change measurement of 1000 kV HVDC divider based on improved DC voltage summation method. *High Voltage*, 2020, vol. 5, no. 2, pp. 202-208. doi: <https://doi.org/10.1049/hve.2019.0127>.
4. Havunen J., Hällström J. Reference switching impulse voltage measuring system based on correcting the voltage divider response with software. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, vol. 70, pp. 1-8. art. no. 1006008. doi: <https://doi.org/10.1109/tim.2021.3063753>.

5. Hrbac R., Kolar V., Bartłomiejczyk M., Mlcak T., Orsag P., Vanc J. A development of a capacitive voltage divider for high voltage measurement as part of a combined current and voltage sensor. *Elektronika ir Elektrotechnika*, 2020, vol. 26, no. 4, pp. 25-31. doi: <https://doi.org/10.5755/j01.eie.26.4.25888>.
6. Alf-Peter E., Hällström J., Bergman A. Optimization of the design of a wideband 1000 kV resistive reference divider. *XVII International Symposium on High Voltage Engineering*, Hannover, Germany, August 22-26, 2011.
7. Kovacevic U.D., Stankovic K.D., Kartalovic N.M., Loncar B.B. Design of capacitive voltage divider for measuring ultrafast voltages. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2018, vol. 99, pp. 426-433. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2018.01.030>.
8. Thümmler T., Marx R., Weinheimer C. Precision high voltage divider for the KATRIN experiment. *New Journal of Physics*, 2009, vol. 11, no. 10, art. no. 103007. doi: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/11/10/103007>.
9. Panko V., Banas S., Burton R., Ptacek K., Divin J., Dobes J. Enhanced Model of Nonlinear Spiral High Voltage Divider. *Radioengineering*, 2015, vol. 24, no. 1, pp. 130-136. doi: <https://doi.org/10.13164/re.2015.0130>.
10. Abdel Mageed H.M., El-Rifaie A.M., Aladdin O.M. Traceability of DC high voltage measurements using the Josephson voltage standard. *Measurement*, 2014, vol. 58, pp. 269-273. doi: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2014.08.029>.
11. Abdel Mageed H.M., Salah Eldeen R.S. Adapted Technique for Calibrating Voltage Dividers of AC High-Voltage Measuring Systems. *MAPAN*, 2020, vol. 35, no. 1, pp. 11-17. doi: <https://doi.org/10.1007/s12647-019-00334-8>.
12. Lee S.H., Yu K.M., Choi J.Y., Jang S.M. Low-Uncertainty Equality Between the Voltage-Dividing and Resistance Ratio of a DC Resistive High Voltage Divider. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, 2019, vol. 14, no. 4, pp. 1789-1795. doi: <https://doi.org/10.1007/s42835-019-00157-2>.
13. Li Q., Wang L., Zhang S., Tang Y., Xu Y. Method to Determine the Ratio Error of DC High-Voltage Dividers. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2012, vol. 61, no. 4, pp. 1072-1078. doi: <https://doi.org/10.1109/TIM.2011.2178672>.
14. Pan Feng, Xiao Yong, Lin Guoying, Xiao Xia, Shuai Hang. Analysis of the influencing factors for the 500 kV DC voltage reference divider used for on-site calibration. *2015 12th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI)*, 2015, pp. 25-29. doi: <https://doi.org/10.1109/ICEMI.2015.7494180>.
15. Boyko M.I., Syomkin S.O. Investigation of amplitude-temporal characteristics of a high-voltage resistive voltage divider. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2019, no. 4, pp. 59-68. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2019.4.09>.
16. *MathStudio Manual*. Available at: <http://mathstud.io/manual/> (accessed 22 May 2022).

Надійшла (Received) 28.07.2022

Прийнята (Accepted) 22.10.2022

Опублікована (Published) 06.05.2023

Бржезницький Володимир Олександрович<sup>1</sup>, д.т.н., проф.,  
Гаран Ярослав Олександрович<sup>1</sup>, к.т.н.,  
Троценко Євгеній Олександрович<sup>1</sup>, к.т.н., доц.,  
Проценко Олександр Ростиславович<sup>1</sup>, к.т.н., доц.,  
Держук Андрій Олександрович<sup>1</sup>, аспірант,  
Dixit Mandar Madhukar<sup>2</sup>, аспірант.

<sup>1</sup> Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», 03056, Київ, пр. Перемоги, 37,  
e-mail: y.garan@kpi.ua (Corresponding Author)

<sup>2</sup> Vishwaniketan Institute of Management Entrepreneurship and Engineering Technology, Survey No. 52, Kumbhivali, Tal, Khalapur, Maharashtra, 410202, India,  
e-mail: mandardixit78@gmail.com

V.O. Brzhezitsky<sup>1</sup>, Y.O. Haran<sup>1</sup>, Y.O. Trotsenko<sup>1</sup>,  
O.R. Protsenko<sup>1</sup>, A.O. Derzhuk<sup>1</sup>, M.M. Dixit<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,  
37, Prospect Peremohy, Kyiv-56, 03056, Ukraine.

<sup>2</sup> Vishwaniketan Institute of Management Entrepreneurship and Engineering Technology,  
Survey No. 52, Kumbhivali, Tal, Khalapur, Maharashtra, 410202, India.

**Ultimate effect of non-identity of resistive elements of high-voltage arm on frequency characteristics of broadband voltage divider (analytical research).**

**Purpose.** Determination in the analytical form of the maximum limiting influence of the non-identity of the resistive elements of the high-voltage arm on the amplitude-frequency characteristic and phase-frequency characteristic of the voltage divider with parallel-series connection of R-, C-elements of the high-voltage arm. **Methodology.** Based on the previously developed theory of broadband voltage dividers with parallel-series connection of R-, C-elements, analytical expressions for amplitude-frequency and phase-frequency characteristics of the voltage divider are obtained and investigated taking into account the limit case of

non-identical resistive elements of high-voltage arm. **Results.** The nature of the dependencies of the frequency characteristics of the broadband voltage divider on the value of the tolerance of the resistive elements of the high-voltage arm, the division factor of the voltage divider in a wide range of frequency changes are determined. Simplified approximating expressions for the maximum values of frequency characteristics of the voltage divider are proposed and their error is determined. **Originality.** For the first time in the analytical form the limiting influence of non-identity of resistive elements of a high-voltage arm of a voltage divider on its frequency characteristics is considered. A mathematical model of this influence is constructed and the limit values of frequency characteristics of the voltage divider are determined. **Practical value.** It is recommended to introduce into the normative documentation of broadband voltage dividers the corrected value of the division factor, which allows to significantly reduce the deviation of the actual value of the division factor of the voltage divider from the normalized value in a wide range of frequency changes. References 16, tables 3, figures 3. **Key words:** high-voltage divider, frequency characteristics, analytical expressions, tolerance of resistive elements, parameters adjustment.

How to cite this article:

Brzhezitsky V.O., Haran Y.O., Trotsenko Y.O., Protsenko O.R., Derzhuk A.O., Dixit M.M. Ultimate effect of non-identity of resistive elements of high-voltage arm on frequency characteristics of voltage divider (analytical research). *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2023, no. 3, pp. 52-58. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2023.3.08>