

В.С. Маляр, О.Є. Гамола, В.С. Мадай, І.І. Васильчишин

Математичне моделювання реостатно-реакторного пуску асинхронних двигунів з фазним ротором

Розроблено математичні моделі, методи і алгоритми аналізу пускових режимів і статичних характеристик асинхронних двигунів з фазним ротором. В розроблених алгоритмах математична модель двигуна подана диференціальними рівняннями, складеними для електричних контурів в системі ортогональних координат. Математичною основою розроблених алгоритмів розрахунку статичних характеристик є розв'язування нелінійних систем скінченних рівнянь електричної рівноваги методом Ньютона в поєднанні з методом продовження по параметру, а пускових режимів – числове інтегрування нелінійних систем диференціальних рівнянь електро механічної рівноваги. Елементами матриці Якобі в розроблених алгоритмах є власні і взаємні диференціальні індуктивності електричних контурів, які визначаються на основі характеристик намагнічування основним магнітним потоком, а також потоками розсіювання контурів ротора і статора, що дає змогу здійснювати розрахунок з урахуванням насичення магнітопроводу двигуна. Розроблені програми і алгоритми мають високу швидкодію і дають змогу здійснювати проектний синтез пускових активних і реактивних опорів в колі ротора з метою забезпечення закону зміни електромагнітного моменту під час пуску, який відповідає роботі системи електроприводу в заданих технологічних умовах, а також здійснювати мікропроцесорне керування в динамічних режимах. Бібл. 25, рис. 4.

Ключові слова: асинхронний двигун, фазний ротор, реакторний пуск, математична модель, статичні характеристики, перехідні процеси, насичення магнітопроводу.

Вступ. Найбільш поширеними серед електроприводів в промисловості, сільському господарстві і побуті є асинхронні двигуни (АД) з короткозамкненим ротором. Їх основними недоліками є значні пускові струми, які перевищують в 5–7 і навіть більше разів номінальні значення, а також порівняно невеликий рушійний момент, який для багатьох технологічних процесів є недостатнім. Крім того, пряме вмикання двигуна в мережу супроводжується значними пульсаціями електромагнітного моменту [1]. Розвиток пуско-регулювальних систем автоматизованого керування, а також частотних перетворювачів значно розширили сферу використання АД з короткозамкненим ротором. Проте проблема рушійного моменту електродвигунів з важкими умовами пуску потребує подальшого розвитку і удосконалення.

В останні роки значно зріс інтерес до асинхронних двигунів з фазним ротором у зв'язку з розширенням спектру побудованих на їх основі електроприводів, а отже виникає необхідність їх дослідження, зокрема методами математичного моделювання.

Пускові властивості асинхронного електроприводу можна значно покращити шляхом використання АД з фазним ротором [2], які, не зважаючи на вищу вартість від АД з короткозамкненим ротором, завдяки сучасним електронним системам керування отримали новий імпульс у розвитку і застосуванні для підйомно-транспортних механізмів, транспортерів, бурових лебідок та інших механізмів з важкими умовами пуску. Підвищення рушійного моменту досягається за рахунок вмикання в обмотку ротора різних пристроїв. Найчастіше для цього використовують реостат, активний опір якого можна змінювати дискретно шляхом вмикання чи закорочення його секцій [2]. Внаслідок збільшення активного опору фаз ротора критичне значення електромагнітного моменту не змінюється, а критичне ковзання зростає зі збільшенням опору реостата. Отже можна досягнути максимального значення електромагнітного моменту при ковзанні $s = 1,0$. Ця властивість використовується для пуску двигуна при моменті опору, що перевищує паспортне значення пускового моменту. При цьому зменшується

пусковий струм і збільшується $\cos\varphi$ [1, 2]. Однак невдалий вибір значення додаткового опору в колі ротора призводить до зменшення рушійного електромагнітного моменту. Зміною додаткового опору в колі ротора можна регулювати швидкість обертання ротора вниз від основної, хоча такий спосіб регулювання неекономічний.

Для забезпечення плавного прискорення під час пуску, крім активного опору, в коло ротора іноді вмикають ще і індуктивний опір спеціальної конструкції [3–8]. Індукційний елемент може бути увімкнений як послідовно до активного (рис. 1), так і паралельно. Реактор дає змогу забезпечити плавне прискорення електроприводу при малій кількості секцій реостата, тобто по суті виконує роль автоматичного регулятора струму в роторі і за певних умов може забезпечити постійність моменту двигуна в процесі пуску. В результаті струм ротора зменшується повільніше, ніж за наявності тільки активного опору. У разі паралельного з'єднання резистора і котушки індуктивності на початку пуску, коли частота струму в роторі велика, струм в основному замикається через реостат, чим забезпечується достатньо великий пусковий момент. В міру зниження частоти індуктивний опір зменшується і струм замикається через індуктивний елемент.

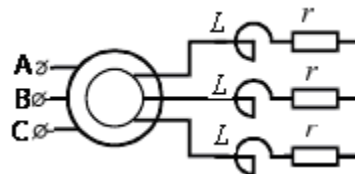


Рис. 1. Схема АД з пусковим реактором в колі фазного ротора

Вибір раціонального способу з'єднання активних і індуктивних елементів та їх параметрів можна здійснити математичним моделюванням, достовірність результатів якого визначається адекватністю математичної моделі. Крім того, для автоматизації процесу пуску АД за допомогою програмованих мікроконтролерів необхідно мати програми аналізу, які мають достатньо високу швидкодію, не потребують значного

© В.С. Маляр, О.Є. Гамола, В.С. Мадай, І.І. Васильчишин

обсягу обчислень. Отже розроблення методів і алгоритмів розрахунку пускових процесів в АД з фазним ротором є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень. Задача розроблення алгоритму роботи пускової апаратури потребує визначення законів зміни пускових струмів та електромагнітного моменту під час пуску. Для цього необхідно мати відповідні математичні моделі розрахунку статичних характеристик, а також динамічних режимів, зокрема перехідних процесів з урахуванням закону зміни моменту навантаження. Їх основою є математичні моделі двигунів, якими визначається точність результатів математичного моделювання, а також обчислювальні методи, які слугують математичною основою для отримання результатів розрахунку і від яких залежить швидкодія розроблених програм.

Більшість методів аналізу усталених і динамічних режимів роботи АД з короткозамкненим ротором розроблені з використанням заступних схем з постійними параметрами, які здебільшого використовуються у відомих математичних пакетах прикладних програм. Такий підхід застосовується і до розроблення математичних моделей на основі АД з фазним ротором [3–14]. Хоча такі двигуни не потребують врахування витіснення струмів в обмотці ротора внаслідок відсутності явища скін-ефекту, вплив потоків розсіювання на перебіг процесів значний [9]. Розроблений в [13] аналітичний метод розрахунку статичних характеристик у фазному координатному базисі, дає змогу розглядати несиметричні і несинусоїдальні процеси, однак індуктивні параметри приймаються незмінними.

Насичення магнітопроводів сучасних двигунів зумовлює нелінійність залежностей поточкозчеплень контурів від струмів, тому розроблені на допущенні про лінійність електромагнітних зв'язків математичні моделі, не забезпечують можливості розрахунків динамічних режимів з необхідною для практики точністю. Лінеаризація електромагнітних зв'язків в околі робочої точки [6] не вирішує проблеми, оскільки в реальній машині насичення змінюється в широких межах, а отже априорі його визначити неможливо.

В останні роки появились моделі в яких враховується насичення лише основним магнітним потоком [11–14]. Це значно підвищує точність розрахунку, однак і ці моделі не є достатньо точними для аналізу динамічних процесів [13, 16, 17], оскільки, як зазначено в [9, 24] дослідження повинні обов'язково враховувати ефект магнітного насичення не тільки на головному шляху магнітного потоку, але і на шляхах потоків розсіювання, вплив яких на перебіг процесів визначальний. У роботі [15] прийнята експериментальна процедура визначення параметрів машини, однак це надто дорого і неможливо здійснити на етапі проектування.

Для формування необхідних механічних характеристик АД з фазним ротором використовуються програмовані мікроконтролерні пускові системи [3, 23, 24], програмування яких потребує відповідних попередніх досліджень методами математичного моделювання. Прогрес у пристроях перемикання елементів пускових елементів, електронній обробці та мікропроцесорному керуванні потребує надійних алгоритмів керування, заснованих на відповідному програмному забезпеченні контролерів.

Достовірну інформацію про перебіг процесів під час пуску можна отримати лише за допомогою високо-розвинених математичних моделей АД, в яких адекватно враховуються насичення магнітопроводу. Оскільки методи, які мають в своїй основі розрахунок магнітного поля [20] внаслідок громіздкості непридатні для керування процесом пуску АД в реальному часі, то оптимальними щодо точності і складності є колові методи [18, 21, 23], в яких електромагнітні параметри розраховуються на основі характеристик намагнічування магнітопроводу двигуна [25]. Розроблені на їх основі програми не потребують значних обчислювальних ресурсів, дають змогу виконувати розрахунки в реальному перебігу часу і використовувати їх для автоматизації [24] як пускових, так і інших динамічних режимів.

Метою статті є розроблення математичних моделей, методів розрахунку статичних характеристик і динамічних режимів асинхронних двигунів з фазним ротором і різними параметрами пускового пристрою в контурі ротора.

Виклад основного матеріалу. Під час розроблення математичних моделей електроприводів важливим питанням є їх складність і швидкодія, яка є визначальною у разі їх використання для керування перебігом процесу в реальному часі. Отже важливим є питання вибору системи координат для опису електромагнітних зв'язків в АД, від якої залежить як обсяг обчислень, так і точність результатів розрахунку.

Більшість практично важливих задач математичного моделювання процесів в АД можна розв'язати з використанням перетворених систем координат, які засновані на теорії зображувальних векторів [1, 18]. У викладених в статті алгоритмах розрахунку використовується система ортогональних осей x, y [25], які обертаються з довільною швидкістю. Для симетричних режимів роботи АД вона має найменший обсяг обчислень і достатньо високу точність результатів розрахунку.

Електромагнітні процеси в АД з фазним ротором в осях x, y описуються системою чотирьох диференціальних рівнянь (ДР) електричної рівноваги

$$\begin{cases} \frac{d\psi_{sx}}{dt} = \omega_0 \psi_{sy} - r_s i_{sx} + u_{sx}; \\ \frac{d\psi_{sy}}{dt} = -\omega_0 \psi_{sx} - r_s i_{sy} + u_{sy}; \\ \frac{d\psi_{rx}}{dt} = s \omega_0 \psi_{ry} - (r_r + r_p) i_{rx}; \\ \frac{d\psi_{ry}}{dt} = -s \omega_0 \psi_{rx} - (r_r + r_p) i_{ry}, \end{cases} \quad (1)$$

де $\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{rx}, \psi_{ry}, i_{sx}, i_{sy}, i_{rx}, i_{ry}$ – поточкозчеплення та струми перетворених контурів статора (індекс s) і ротора (індекс r); r_s, r_r – активні опори цих контурів; r_p – опір фази реостата в колі ротора; ω_0 – циклічна частота напруги живлення; s – ковзання ротора.

В рівняннях (1) параметри обмотки ротора приведені до обмотки статора за загальноприйнятою методикою [19]. Крім того, надалі вважатимемо зображувальний вектор напруги \vec{U} обмотки статора суміщеним з віссю x , тобто приймемо $u_{sx} = U_m$, а $u_{sy} = 0$.

Для розрахунку процесу пуску АД необхідно систему ДР (1) доповнити рівнянням динаміки ротора:

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{p_0}{J\omega_0} \left(\frac{3}{2} p_0 (\psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx}) - M_c(t) \right), \quad (2)$$

де p_0 – кількість пар полюсів АД; J – приведений до валу двигуна момент інерції системи електроприводу; M_c – момент навантаження на валу двигуна.

Система ДР (1) разом з рівняннями (2) дає змогу розрахувати перехідний процес під час пуску АД. Для цього необхідно проінтегрувати її числовим методом за нульових початкових умов, обчислюючи на кожному крокові інтегрування матрицю диференціальних індуктивностей як елементів матриці Якобі та вектор потокозчеплень [25].

Потокозчеплення кожного контуру складається з потокозчеплення з основним магнітним потоком і з потоками розсіювання, причому потокозчеплення розсіювання контурів статора і контурів ротора взаємно незалежні. Тому з метою урахування індуктивного опору реактора в колі ротора рівняння для потокозчеплень контурів ротора можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} \psi_{rx} &= \psi_{\delta rx} + (L_{\sigma r} + L_p) i_{rx}; \\ \psi_{ry} &= \psi_{\delta ry} + (L_{\sigma r} + L_p) i_{ry}, \end{aligned}$$

де $\psi_{\delta rx}$, $\psi_{\delta ry}$ – потокозчеплення відповідних контурів ротора, зумовлені основним магнітним потоком; $L_{\sigma r}$ – індуктивність розсіювання контурів ротора, яка визначається з характеристики намагнічування потоками розсіювання обмотки ротора, розрахованої на основі геометрії магнітопроводу двигуна [19],

$$\psi_{\sigma r} = \psi_{\sigma r}(i_r); \quad i_r = \sqrt{i_{rx}^2 + i_{ry}^2}, \quad (3)$$

де L_p – індуктивність реактора в колі ротора, яка визначається за відповідними з проектування формулами.

Здійснювати вибір параметрів реактора і програмування пуско-регулювального пристрою на основі розрахунку перехідного процесу неможливо. Ця задача потребує розрахунку і аналізу статичних характеристик, які можна розрахувати з використанням рівнянь (1) електричної рівноваги. Вибравши на основі розрахунку статичних характеристик резистивні та індуктивні параметри пускового пристрою та закон їх зміни відповідно до часової залежності моменту навантаження $M_c = M_c(t)$, здійснюємо розрахунок часових залежностей координат шляхом числового інтегрування нелінійної системи ДР (1), (2).

Розглянемо алгоритм розрахунку статичних характеристик. В усталеному режимі роботи АД з ковзанням s система ДР електромагнітної рівноваги (1) зводиться до системи нелінійних алгебричних рівнянь, які з метою викладу алгоритму розрахунку усталеного режиму запишемо у вигляді векторного ДР

$$\bar{Q}(\bar{Y}_{xy}) = \Omega_{xy} \bar{\Psi}_{xy} + R_{xy} \bar{I}_{xy} - \bar{U}_{xy}, \quad (4)$$

де $\bar{\Psi}_{xy} = (\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{rx}, \psi_{ry})^*$; $\bar{I}_{xy} = (i_{sx}, i_{sy}, i_{rx}, i_{ry})^*$; $\bar{U}_{xy} = (U_m, 0, 0, 0)^*$ – вектори потокозчеплень, струмів контурів і прикладених до них напруг;

$$R_{xy} = \begin{bmatrix} r_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_r + r_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_r + r_p \end{bmatrix}$$

– матриця активних опорів контурів;

$$\Omega_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_0 & 0 & 0 \\ \omega_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s\omega_0 \\ 0 & 0 & s\omega_0 & 0 \end{bmatrix}$$

– допоміжна матриця, в якій ω_0 – циклічна частота напруги живлення.

Оскільки вектор потокозчеплень $\bar{\Psi}_{xy}$ визначається сукупністю струмів контурів, невідомим в системі скінчених рівнянь (4) є вектор струмів \bar{I}_{xy} , з використанням якого можна визначити потокозчеплення, електромагнітний момент тощо. Оскільки до рівняння (4) входять координати U_m, s, r_p, L_p , то можна вважати, що вектор струмів є функцією цих координат

$$\bar{I}_{xy} = \bar{I}_{xy}(U_{xy}, s, r_p, L_p).$$

Рівняння (4) дає змогу дослідити вплив кожної з цих координат на значення вектора струмів \bar{I}_{xy} , тобто розрахувати багатомірну статичну характеристику як залежність компонент вектора струмів від заданої координати. Для цього необхідно змінювати цю координату в заданих межах як параметр, залишаючи незмінними інші. Очевидно, що при цьому є проблема розв'язування нелінійної систем скінчених рівнянь а оскільки внаслідок насичення магнітопроводу система (4) нелінійна, то вона може бути розв'язана одним із числових методів, зокрема, методом Ньютона.

Згідно з ітераційним методом Ньютона $(k+1)$ -е наближення вектора \bar{Y} визначається за формулою

$$\bar{Y}^{(k+1)} = \bar{Y}^{(k)} + \Delta \bar{Y}^{(k)}, \quad (5)$$

де $\Delta \bar{Y}^{(k)}$ – приріст вектора $\bar{Y}^{(k)}$, який на кожному крокові визначається з лінійної системи рівнянь

$$J \Delta \bar{Y}^{(k)} = -\bar{Q}(\bar{Y}^{(k)}), \quad (6)$$

в якій $\bar{Q}(\bar{Y}^{(k)})$ – значення вектора \bar{Q} нев'язок при $\bar{Y} = \bar{Y}^{(k)}$; J – матриця Якобі векторної функції (4).

Зважаючи на те, що потокозчеплення контурів АД складаються з потокозчеплень, зумовлених основним магнітним потоком ψ_{δ} і потокозчеплень розсіювання ψ_{σ} разом з потокозчепленням ψ_p реактора

$$\begin{cases} \omega_0 \psi_{sx} = \omega_0 \psi_{\delta x} + x_{\sigma s} i_{sx}; \\ \omega_0 \psi_{sy} = \omega_0 \psi_{\delta y} + x_{\sigma s} i_{sy}; \\ \omega_0 \psi_{rx} = \omega_0 \psi_{\delta x} + (x_{\sigma r} + x_p) i_{rx}; \\ \omega_0 \psi_{ry} = \omega_0 \psi_{\delta y} + (x_{\sigma r} + x_p) i_{ry}; \end{cases} \quad (7)$$

матриця Якобі визначається за формулою

$$J = X_{\delta} + X_{\sigma} + R_{xy}, \quad (8)$$

де

$$X_{\delta} = \begin{bmatrix} x_{sysx} & x_{sysy} & x_{syrx} & x_{syry} \\ -x_{sxsx} & -x_{sxsy} & -x_{sxrx} & -x_{sxry} \\ sx_{rysx} & sx_{rysy} & sx_{ryrx} & sx_{ryry} \\ -sx_{rysx} & -sx_{rysy} & -sx_{rxrx} & -sx_{rxry} \end{bmatrix};$$

$$\bar{X}_{\sigma} = \begin{bmatrix} x_{\sigma s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -x_{\sigma s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s(x_{\sigma r} + x_{op}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s(x_{\sigma r} + x_{op}) \end{bmatrix}.$$

Як видно з (8), елементами матриці Якобі є власні та взаємні диференціальні індуктивності контурів АД. Вони визначаються згідно викладеним в [25]. Крім того, для обчислення електромагнітного моменту необхідно визначити потокозчеплення контурів у відповідності з вибраною системою координат.

Ітераційний метод Ньютон має квадратичну збіжність, однак потребує початкового наближення, яке лежить в околі притягання. Для його визначення використовується такий алгоритм.

Задаючись значенням ковзання $s = 1.0$ і параметрів r_p, L_p рівними нулю, нарощуємо за 5–10 кроків пропорційно параметру ε ($0 < \varepsilon \leq 1$) від нуля до номінального значення прикладеної напруги $U = \varepsilon U_m$. Це дає змогу на кожному крокові забезпечити збіжність ітераційного процесу. Отримане в результаті значення компонент вектора \vec{I}_{xy} слугує початковими умовами для розрахунку статичних характеристик. Задаючись рядом значень ковзання s ротора, можна отримати багатовимірну статичну характеристику у вигляді залежності координат від ковзання. Однак розрахунок будь-якої статичної характеристики можна здійснити диференціальним методом. Для цього диференціюємо рівняння (4) по одній із координат ($\lambda = s, r_p, L_p$) як параметру необхідної характеристики. В результаті отримуємо ДР аргументу λ

$$J \frac{d\vec{I}_{xy}}{d\lambda} = \frac{\partial \vec{Q}}{\partial \lambda}, \quad (9)$$

в яку матриця Якобі та сама, що і в рівнянні (6).

Рівняння (9) для різних незалежних координат статичної характеристики відрізняється лише вектором правих частин. Зокрема, для координат s, r_p, x_p вони мають вигляд

$$\frac{\partial \vec{Q}}{\partial s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_0 \psi_{ry} \\ -\omega_0 \psi_{rx} \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial \vec{Q}}{\partial r_p} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -i_{rx} \\ -i_{ry} \end{bmatrix}; \quad \frac{\partial \vec{Q}}{\partial x_p} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -i_{rx} \\ -i_{ry} \end{bmatrix}.$$

В результаті інтегрування нелінійної системи ДР (9) одним із числових методів по s отримуємо багатовимірну характеристику у вигляді залежностей сукупності координат вектора \vec{I}_{xy} від вибраної за незалежну координати, використовуючи які отримуємо залежності потокозчеплень, електромагнітного моменту тощо.

На рис. 2 – рис. 4 наведено приклади розрахунку статичних характеристик АД з фазним ротором ($P_N = 250$ кВт, $U = 380$ В, $I = 263$ А, $n_N = 1000$ об/хв).

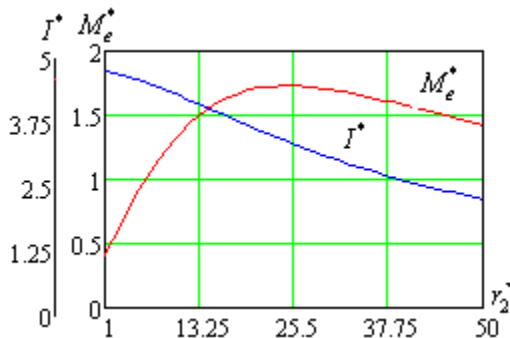


Рис. 2. Залежності струму (I^*) і електромагнітного моменту (M_e^*) у відносних одиницях від активного опору в колі ротора при ковзанні $s = 1.0$

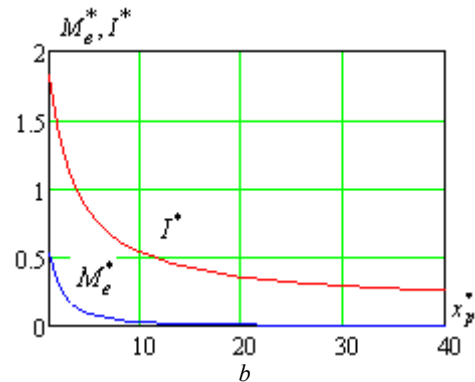
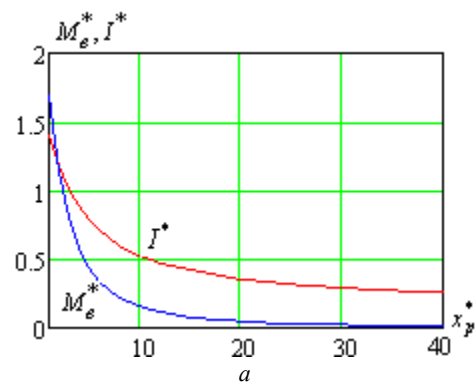


Рис. 3. Залежності відносних значень струму (I^*) і електромагнітного моменту (M_e^*) при $s = 1.0$ від відносного значення $x_p = x_r / x'_{2\sigma}$ індуктивного опору в колі ротора і різними значеннями кратності активного опору реактора: а) – 1,0; б) – 10,0

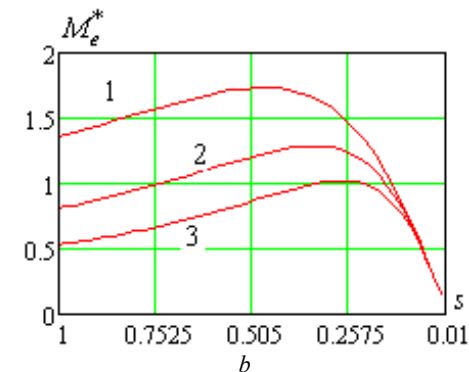
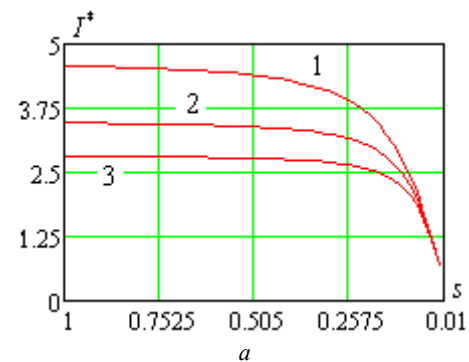


Рис. 4. Статичні пускові характеристики при трьох значеннях індуктивного опору в колі ротора і двох відносних значеннях активних опорів: а) – 3,9; б) – 11,7

Наведені криві слугують лише ілюстрацією можливості розроблених алгоритмів розрахунку. Очевидно, що, вибравши один із параметрів пуско-регулювального пристрою, необхідно розрахувати

механічну характеристику, а кожному значенню активного опору відповідає своя механічна характеристика, яка в свою чергу залежить від індуктивності реактора. Оскільки опір котушки індуктивності залежить від частоти струму в роторі, яка під час пуску є змінною, то правильно вибрані її параметри позитивно впливають на величину пускового струму, автоматично зменшуючи його значення.

Висновки.

На відміну від АД з короткозамкненим ротором, двигунам з фазним ротором в технічній літературі приділяється менше уваги, хоча фазний ротор дає змогу отримати більш різноманітні механічні характеристики, що важливо для електроприводів з важкими умовами пуску.

Розроблені в статті методи розрахунку дають змогу методами математичного моделювання здійснювати аналіз статичних пускових характеристик і перехідних процесів АД з фазним ротором при різних законах регулювання параметрів пускового пристрою в обмотці ротора з метою забезпечення необхідного закону зміни електромагнітного моменту.

Програма розрахунку має в своїй основі математичну модель АД, в якій використовуються реальні характеристики намагнічування основним магнітним потоком, а також потоками розсіювання обмоток статора і ротора, що дає змогу адекватно врахувати насичення магнітопроводу, чим забезпечується точність результатів розрахунку.

Викладені методи розрахунку режимів і характеристик в ортогональних координатних осях x , y дають змогу здійснювати розрахунок з мінімальним обсягом обчислень і відповідно витратами машинного часу, що дає змогу використовувати їх для керування системою електроприводу в динамічних режимах в реальному часі протікання процесу.

Конфлікт інтересів. Автори статті заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Чорний О.П., Толочко О.І., Титюк В.К., Родькін Д.Й., Чекавський Г.С. *Математичні моделі та особливості чисельних розрахунків динаміки електроприводів з асинхронними двигунами: монографія*. Кременчук: ПП Щербатих О.В., 2016. 302 с.
2. Вешеневский С.Н. *Характеристики двигателей в электроприводе*. М.: Энергия, 1977. 432 с.
3. Мещеряков В.Н., Морозов С.В., Теличко Л.Я. Расчет параметров индукционных сопротивлений для асинхронного двигателя с фазным ротором. *Известия вузов СССР. Электромеханика*, 1989, № 3, с. 50-52.
4. Киричек Г.М. Индукционные сопротивления в цепи ротора двухскоростного асинхронного двигателя. *Техническая электродинамика*, 1979, № 1, с. 52-56.
5. Головань В.И. Математическая постановка задачи синтеза системы асинхронного двигателя с индукционным сопротивлением в цепи ротора. *Техническая электродинамика, темат. вып.*, Ч 4, 2002, с. 37-42.
6. Головань В.И. *Асинхронный двигатель с индукционным сопротивлением в цепи фазного ротора: монография*. Черновцы: Прут, 2000. 160 с.
7. Головань В.И., Головань И.В. Автоматизированное проектирование индукционного сопротивления асинхронного двигателя. *Техническая электродинамика. Темат. вып.*, Ч 5, 2000, С. 100-105.

8. Головань В.И., Головань И.В. Ресурсозберігаючі аспекти при розробці технічних рішень асинхронних двигунів з індукційним реостатом в колі ротора. *Електротехніка і електромеханіка*, 2003, № 2, с. 19-23.
9. Hany M. Jabr, Narayan C. Kar. Leakage flux saturation effects on the transient performance of wound-rotor induction motors. *Electric Power Systems Research*, 2008, vol. 78, no. 7, pp. 1280-1289. doi: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2007.11.004>.
10. Hilmi F. Ameen. Computer Simulation and Mathematical Modelling of Static Rotor Resistance Chopper Control of WRIM by Reference Frame Theory. *Procedia Computer Science*, 2011, vol. 3, pp. 1009-1017. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2010.12.166>.
11. Joksimovic G. Modelling and analysis of series-connected wound rotor induction motor. *2008 18th International Conference on Electrical Machines*, 2008, pp. 1-5. doi: <https://doi.org/10.1109/ICELMACH.2008.4800247>.
12. Omel'chenko E.Y. Mathematical model of the wound-rotor three-phase induction motor. *Russian Electrical Engineering*, 2007, vol. 78, no. 11, pp. 580-585. doi: <https://doi.org/10.3103/S1068371207110041>.
13. Omelchenko E.Y., Telezhkin O.A., Enin S.S., Tanich V.O. Computer Model of a Synchronized Asynchronous Motor. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 129, pp. 629-634. doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.082>.
14. Розов Ю.М., Тигунов А.П. *Методические рекомендации по расчету асинхронного двигателя с индукционным роторным сопротивлением*. АН УССР. Институт проблем моделирования в энергетике. Киев: Наукова думка, 1981. 52 с.
15. Власов В.Г. Экспериментальные исследования и методика расчета асинхронных двигателей с индукционным сопротивлением в цепи ротора. *Электротехническая промышленность. Серия «Электропривод»*, 1967, № 3, с. 3-6.
16. Al-Jufout S., Khandakji K. Dynamic simulation of starting and chopper speed control of wound-rotor induction motor. *International Journal of Simulation: Systems, Science & Technology*, 2007, vol. 8, no. 2, pp. 1-7.
17. Yahaya A.E., Adamu M.Z., Paul O.A.-A., Isah A.A. Analysis of power flow and torque of asynchronous induction motor equivalent circuits. *International Journal of Advanced Scientific and Technical Research*, 2013, vol. 3, no. 6, pp. 713-732.
18. Тытук В.К., Барановская М.Л., Рожненко Ж.Г., Черный А.П., Бурдильная Е.В., Кобылянский Б.Б. Применение теории обобщенного электромеханического преобразователя к анализу статических характеристик асинхронного двигателя. *Электромеханика и энергосберегающие системы*, 2020(50), № 2, с. 16-24. doi: <https://doi.org/10.30929/2072-2052.2020.2.50.16-24>.
19. Копылов И.П., Горяинов Ф.А., Клоков Б.К. *Проектирование электрических машин*. М.: Энергия, 1980. 496 с.
20. Милых И.И., Полякова Н.В. Определение электромагнитных параметров электрических машин на основе численных расчетов магнитных полей. *Електротехніка і електромеханіка*, 2006, № 2, с. 40-46.
21. Malyar V., Hamola O., Maday V., Vasylychshyn I. Mathematical modeling start-up and steady state modes of asynchronous motors operation with capacitive compensation of reactive power. *Przeglad Elektrotechniczny*, 2020, vol. 96, no. 11, pp. 109-114. doi: <https://doi.org/10.15199/48.2020.11.22>.
22. Mengoni M., Rizzoli G., Zarri L., Tani A., Amerise A., Serra G. Control of a Three-Phase Wound-Rotor Induction Motor Drive for Automation Applications. *2019 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, 2019, pp. 1267-1272. doi: <https://doi.org/10.1109/IEMDC.2019.8785281>.
23. Meshcheryakov V.N., Muravyev A.A., Boikov A.I., Pikalov V.V. The Soft Starting System for an Induction Motor with an Induction Resistance in the Wound Rotor Circuit. *2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon)*, 2019, pp. 1-5. doi: <https://doi.org/10.1109/FarEastCon.2019.8934280>.

24. Тележкин О.А. Разработка автоматизированного электропривода блочного стана грубого волочения на основе синхронизированного асинхронного двигателя: автореф. дис. ... к.т.н.: 05.09.03. Магнитогорский государственный технический университет. Магнитогорск, 2018. 20 с.

25. Фильц Р.В. *Математические основы теории электро-механических преобразователей*. К: Наукова думка, 1979. 208 с.

REFERENCES

1. Chorny O.P., Tolochko O.I., Tytiuk V.K., Rodkin D.Y., Chekavskiy H.S. *Matematychni modeli ta osoblyvosti chyselnykh rozrakhunkiv dynamiky elektropryvodiv z asynkronnymy dvyhunamy: monohrafiia* [Mathematical models and features of numerical calculations of dynamics of electric drives with induction motors: monograph]. Kremenchuk, PE Shcherbatykh O.V. Publ., 2016. 302 p. (Ukr).

2. Veshenevskiy S.N. *Kharakteristiki dvigatelei v elektroprivode* [Characteristics of motors in the electric drive]. Moscow, Energy Publ., 1977. 432 p. (Rus).

3. Meshcheriakov V.N., Morozov S.V., Telychko L.Ia. Calculation of induction resistance parameters for a wound-rotor induction motor. *Izvestiia of the USSR Higher Educational Institutions. Electromechanics*, 1989, no. 3, pp. 50-52. (Rus).

4. Kyrychek H.M. Induction resistances in the rotor circuit of a two-speed induction motor. *Technical Electrodynamics*, 1979, no. 1, pp. 52-56. (Rus).

5. Golovan V.I. Mathematical formulation of the problem of induction motor system synthesis with inductive resistance in the rotor circuit. *Technical Electrodynamics, special issue*, 2002, part 4, pp. 37-42. (Rus).

6. Golovan V.I. *Asinkhronnyi dvigatel' s induktsionnym soprotivleniem v tsepi faznogo rotora: monografiia* [Induction motor with induction resistance in the phase rotor circuit]. Chernivtsi, Prut Publ., 2000. 160 p. (Ukr).

7. Golovan V.I., Golovan I.V. Automated design of induction resistance of an induction motor. *Technical Electrodynamics, special issue*, 2000, part 5, pp. 100-105. (Rus).

8. Golovan V.I., Golovan I.V. Resource-saving aspects in the development of technical solutions for induction motors with induction rheostat in the rotor circuit. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2003, no. 2, pp. 19-23. (Ukr).

9. Hany M., Jabr, Narayan C. Kar. Leakage flux saturation effects on the transient performance of wound-rotor induction motors. *Electric Power Systems Research*, 2008, vol. 78, no. 7, pp. 1280-1289. doi: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2007.11.004>.

10. Hilmi F. Ameen. Computer Simulation and Mathematical Modelling of Static Rotor Resistance Chopper Control of WRIM by Reference Frame Theory. *Procedia Computer Science*, 2011, vol. 3, pp. 1009-1017. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2010.12.166>.

11. Joksimovic G. Modelling and analysis of series-connected wound rotor induction motor. *2008 18th International Conference on Electrical Machines*, 2008, pp. 1-5. doi: <https://doi.org/10.1109/ICELMACH.2008.4800247>.

12. Omel'chenko E.Y. Mathematical model of the wound-rotor three-phase induction motor. *Russian Electrical Engineering*, 2007, vol. 78, no. 11, pp. 580-585. doi: <https://doi.org/10.3103/S1068371207110041>.

13. Omelchenko E.Y., Telezhkin O.A., Enin S.S., Tanich V.O. Computer Model of a Synchronized Asynchronous Motor. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 129, pp. 629-634. doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.082>.

14. Rozov Yu.M., Tyhunov A.P. *Metodicheskie rekomendatsii po raschetu asinkhronnogo dvigatel'ia s induktsionnym rotornym soprotivleniem* [Methodical recommendations for the calculation of an induction motor with induction rotor resistance]. AS of the USSR. Institute for Problems of Modeling in Power Engineering. Naukova Dumka Publ., Kyiv, 1981. 52 p. (Rus).

15. Vlasov V.G. Experimental studies and methods of calculation of induction motors with induction resistance in the rotor circuit. *Electrical industrial. Series «Electric Drive»*, 1967, no. 293, pp. 3-6. (Rus).

16. Al-Jufout S., Khandakji K. Dynamic simulation of starting and chopper speed control of wound-rotor induction motor. *International Journal of Simulation: Systems, Science & Technology*, 2007, vol. 8, no. 2, pp. 1-7.

17. Yahaya A.E., Adamu M.Z., Paul O.A.-A., Isah A.A. Analysis of power flow and torque of asynchronous induction motor equivalent circuits. *International Journal of Advanced Scientific and Technical Research*, 2013, vol. 3, no. 6, pp. 713-732.

18. Tytiuk V., Baranovska M., Rozhnenko Z., Chorny O., Burdilna E., Kobylanskyi B. Application of the generalized electromechanical converter theory to analysis of the static characteristics of an induction motor. *Electromechanical and Energy Saving Systems*, 2020, vol. 2, no. 50, pp. 16-24. (Rus). <https://doi.org/10.30929/2072-2052.2020.2.50.16-24>.

19. Kopylov I.P., Goryainov F.A., Klokov B.K. *Proektirovanie elektricheskikh mashin* [Electrical machines designing]. Moscow, Energy Publ., 1980. 496 p. (Rus).

20. Milykh I.I., Polyakova N.V. Determination of electromagnetic parameters of electric machines based on numerical calculations of magnetic fields. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2006, no. 2, pp. 40-46.

21. Malyar V., Hamola O., Maday V., Vasylychshyn I. Mathematical modeling start-up and steady state modes of asynchronous motors operation with capacitive compensation of reactive power. *Przeglad Elektrotechniczny*, 2020, vol. 96, no. 11, pp. 109-114. doi: <https://doi.org/10.15199/48.2020.11.22>.

22. Mengoni M., Rizzoli G., Zarri L., Tani A., Amerise A., Serra G. Control of a Three-Phase Wound-Rotor Induction Motor Drive for Automation Applications. *2019 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, 2019, pp. 1267-1272. doi: <https://doi.org/10.1109/IEMDC.2019.8785281>.

23. Meshcheryakov V.N., Muravyev A.A., Boikov A.I., Pikalov V.V. The Soft Starting System for an Induction Motor with an Induction Resistance in the Wound Rotor Circuit. *2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon)*, 2019, pp. 1-5. doi: <https://doi.org/10.1109/FarEastCon.2019.8934280>.

24. Telezhkin O.A. *Razrabotka avtomatizirovannogo elektroprivoda blochnogo stana grubogo volocheniia na osnove sinkhronizirovannogo asinkhronnogo dvigatel'ia: avtoref. dis.* [Development of automated electric drive for block coarse-drawing mill based on synchronized induction motor. Cand. tech. sci. diss.]. Magnitogorsk, MSTU Publ., 2018. 20 p. (Rus).

25. Fil'ts R.V. *Matematicheskie osnovy teorii elektromekhanicheskikh preobrazovatelei* [Mathematical foundations of the theory of electromechanical transducers]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 1979. 208 p. (Rus).

Надійшла (Received) 10.01.2022
Прийнята (Accepted) 09.03.2022
Опублікована (Published) 01.06.2022

Маляр Василь Сафронівч¹, д.т.н., проф.,
Гамола Орест Євгенівч¹, к.т.н., доц.,
Мадай Володимир Степанівч¹, к.т.н., доц.
Васильчишин Іванна Іванівна¹, к.т.н., доц.
¹ Національний університет «Львівська політехніка»,
79013, Львів, вул. Степана Бандери, 12,
e-mail: vasylychshyn@lpnu.ua,
orest.y.hamola@lpnu.ua (Corresponding author),
volodymyr.s.madai@lpnu.ua, ivanna.i.vasylychshyn@lpnu.ua

V.S. Malyar¹, O.Ye. Hamola¹, V.S. Maday¹, I.I. Vasylychshyn¹
¹ Lviv Polytechnic National University,
12, Bandera Str., Lviv, 79013, Ukraine.

Mathematical modeling of rheostat-reactor start of wound-rotor induction motors.

Introduction. Wound-rotor induction motors are less common compared squirrel-cage induction motors. However, they occupy a significant share among electric drives with difficult starting conditions. Their advantage is obtaining a high starting electromagnetic torque at lower values of starting currents.

Problem. Due to the possibility of including different devices in the rotor circuit, it is possible to shape the starting characteristics according to the needs of the technological process. Due to a narrower range of applications of electric drives based on wound-rotor induction motors, they are less investigated. Selection of parameters of starting and regulating devices, included in the rotor circuit, is carried out by simplified methods, which do not satisfy modern requirements to regulated electric drives.

Goal. The paper aims to develop mathematical models and methods for calculating the dynamic modes and static characteristics of the wound-rotor induction motor with a reactor in the rotor circuit. **Methodology.** In the developed algorithms, the mathematical model of the motor is presented by the differential equations made for electric circuits in a system of orthogonal coordinates that allows excluding angular coordinate from equations of electric equilibrium. The elements of the Jacobi matrix of equilibrium equations of motor circuits are eigenval-

ues, and mutual is the differential inductances of electrical circuits, which are determined based on the magnetization characteristics of the main magnetic flux and leakage fluxes of the rotor and stator circuits. **Results.** Mathematical models for the study of starting modes of wound rotor induction motor allow to calculate transients and static characteristics and, on their basis, to carry out design synthesis of starting reactors, which provide the law of change of electromagnetic torque during start-up operating conditions. **Originality.** The mathematical basis of the developed algorithms is the method of solving non-linear systems of equations by Newton method in combination with the method of continuation by parameter. The developed mathematical models and software made on their basis have high speed that allows to carry out high-reliability calculation of starting modes taking into account saturation of a magnetic circuit of the motor. **Practical value.** The developed algorithms do not require significant computing resources, have high speed, and can be used both for the design synthesis of start-control devices and control of the electric drive in real time and to predict its course. References 25, figures 4.

Key words induction motor, wound rotor, reactor start, mathematical model, static characteristics, transients, magnetic core saturation.

How to cite this article:

Malyar V.S., Hamola O.Ye., Maday V.S., Vasylychshyn I.I. Mathematical modeling of rheostat-reactor start of wound-rotor induction motors. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2022, no. 3, pp. 8-14. doi: <https://doi.org/10.20998/2074-272X.2022.3.02>