УДК 629.374.7 https://doi.org/10.20998/2074-272X.2021.4.05

Ю.О. Денисов, О.І. Денисов, О.О. Бурсала

СИНТЕЗ ЦИФРОВОГО РЕГУЛЯТОРА ГОЛОВНОГО КОНТУРУ ТРИКОНТУРНОЇ СИСТЕМИ ЛІНІЙНОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ РОБОЧОГО ОРГАНУ МЕХАНІЗМУ БОРТОВОЇ АВІАЦІЙНОЇ ТЕХНІКИ

В триконтурній системі лінійного електроприводу, робочий орган якого реалізує поступальне переміщення при виконанні команди бортового комп'ютера літального апарату, врахований вплив пульсацій широтно-імпульсного перетворювача постійної напруги на процес позиціонування. З умови кінцевої тривалості процесу позиціонування синтезовано цифровий регулятор головного контуру системи і запропонована його реалізація у вигляді рекурсивного цифрового фільтру. Бібл. 12, рис. 4.
Ключові слова: **лінійний електропривод, дискретна передавальна функція, широтно-імпульсна модуляція, помилка позиціонування, оптимальний регулятор.**

В трехконтурной системе линейного электропривода, рабочий орган которого реализует поступательное перемещение при выполнении команды бортового компьютера летательного аппарата, учтено влияние пульсаций широтно-импульсного преобразователя постоянного напряжения на процесс позиционирования. Из условия конечной длительности процесса позиционирования синтезирован цифровой регулятор главного контура системы и предложена его реализация в виде рекурсивного цифрового фильтра. Библ. 12, рис. 4.
Ключевые слова: **линейный электропривод, дискретная передаточная функция, широтно-импульсная модуляция, ошибка позиционирования, оптимальный регулятор.**

Вступ. Постановка проблеми в загальному вигляді. В контексті проблеми створення електричного літака [1] існує важливе науково-практичне завдання – заміна на його борту гідравлічних та пневматичних приводів, що управляють лінійним переміщенням робочих органів відповідних механізмів, їх електричними аналогами на основі лінійних або шагових двигунів. Основна вимога до них - забезпечити точне позиціонування після завершення поступального руху без коливання зусилля.

На характеристики точності лінійного електроприводу впливають зміни навантаження і дискретність управління, яка спричиняє пульсації напруги живлення електродвигуна.

На етапі проектування точних систем позиціонування існує проблема врахування впливу цих факторів на динамічні характеристики: швидкодію, перерегулювання, стійкість, з подальшою їх оптимізацією.

Аналіз основних досліджень і публікацій та постановка проблеми. В роботі [2] розкрито загальні принципи побудови систем автоматизованого електроприводу на основі звичайних і лінійних електродвигунів постійного струму. Високі вимоги до характеристик точності лінійних електроприводів для авіаційної, космічної техніки, точних технологічних процесів, через наявність в їх складі силового перетворювача з широтно-імпульсною модуляцією (ШІМ) вихідної напруги, ускладнюють процедуру аналізу і синтезу їх динамічних характеристик із заданою якістю.

Тому в відомих роботах, присвячених розробці систем для зазначених областей, основна увага приділяється їх практичному конструюванню на основі аналізу режимів роботи механічних вузлів [3], програмуванню керуючих контролерів на основі нечіткої логіки [4-6] з використанням експериментальних даних. Так, програмування навчального контролера для системи позиціонування подачі верстата з числовим управлінням виконано на основі експериментальних амплітудно-частотних характеристик [7]. Для дослідження процесів в лінійних електроприводах з різними типами навантаження широко використовується електронне моделювання [8-10].

Можна відзначити, що методи теоретичного аналізу і синтезу систем з глибокою ШІМ до теперішнього часу не отримали свого подальшого розвитку. Вони засновані на обліку лише постійної складової, або ж врахуванню дискретності регулювання «в малому», коли системи з ШІМ еквівалентні системам з амплітудною імпульсною модуляцією.

Ці методи не дозволяють врахувати вплив пульсацій напруги живлення лінійного двигуна, які є наслідком глибокої ШІМ, при синтезі динамічних характеристик системи позиціонування з заданою якістю. Очевидна наявність проблеми, яка потребує свого рішення.

Мета роботи полягає в синтезі цифрового регулятора головного контуру лінійного електроприводу робочого органу механізму бортової авіаційної техніки, який забезпечує перехідний процес кінцевої тривалості з урахуванням впливу пульсацій перетворювача з ШІМ, що дозволяє підвищити точність позиціонування.

Викладення основного матеріалу. Схема, яка приведена на рис. 1, складається з трьох контурів: струму, швидкості, положення.

Контур струму включає в себе регулятор струму, ланку формування струму і ланку нескомпенсованої сталої часу, яка визначається сталими часу фільтрів для згладжування пульсацій струму. Їх передавальні функції, відповідно:

$$K_{CC}(p) = K_{CS}\frac{1+p\cdot T_E}{p\cdot T_C};$$

$$K_{FC}(p) = \frac{1}{R_y(1+p\cdot T_E)};$$

$$K_{CT}(p) = \frac{1}{1+p\cdot\sigma},$$

де K_{CS} – коефіцієнт передачі пропорційної складової; T_C – стала інтегрування контуру струму; T_E – електрична стала якоря двигуна; R_y– активний опір якоря; σ - нескомпенсована стала.

© Ю.О. Денисов, О.І. Денисов, О.О. Бурсала

Джерелом пульсацій струму є широтно-імпульсний перетворювач (ШІП), який живиться від бортової мережі літального апарату. На рис. 1 ШІП представлено сукупністю імпульсного елемента (ІЕ) з коефіцієнтом підсилення K_{IE}, який дорівнює одиниці, та формуючого елемента (ФЕ), СК – система керування з коефіцієнтом підсилення K_{CK}. Врахувати вплив пульсацій на якість перехідного процесу системи позиціонування у загальному вигляді можна з використанням передавальної функції ШІП, який є ланкою контуру струму.

В [11] за результатом аналізу спектру напруги на виході ШІП в базисі ортогональних дискретних функцій Уолша отримано модуляційні характеристики, які відображають залежності амплітуд спектральних складових від шпаруватості регулювання.

Передавальну функцію ШІП знайдено у вигляді вектора. Його розмірність визначається кількістю врахованих функцій Уолша, яка залежить від частоти зрізу системи і похибки апроксимації.

Компонента i-го вектора передавальної функції ланки з ШІМ (формуючого елемента):

$$K^{i}{}_{pws}(q) = mK_i^{Wal}\frac{\exp\left(-\frac{i}{m}q\right)-\exp\left(-\frac{i+1}{m}\right)}{q}, \quad (1)$$

де m – кількість апроксимуючих функцій; $K_i^{Wal} = 1$, якщо модулюється імпульс одиничної амплітуди прямокутної форми; $q = p \cdot T$, де T - період комутації ШІП; $i = 0, 1, 2, \ldots m-1$ - номер компоненти вектора передавальної функції з діапазоном зміни шпаруватості $i/m \le \gamma \le i+1/m$.

За результатами статистичної лінеаризації модуляційних характеристик на основі поліномів Ерміта в [11] отримано передавальну функцію ланки з ШІМ для $0 \le \gamma \le 1$, яка з урахуванням чотирьох функцій Уолша має наступний вигляд:

$$K_{pws}(q) = \frac{K_{1C} - K_{kC}\sum_{k=2}^{5} e^{-0,25q(k-1)}}{q}, \quad (2)$$

де $K_{1C} = 1{,}086$; $K_{2C} = 0{,}114$; $K_{3C} = 0{,}280$; $K_{4C} = 0{,}246$; $K_{5C} = 0{,}446$ – коефіцієнти статистичної лінеаризації, які відповідають ШІМ імпульсу прямокутної форми одиничної амплітуди на одиничному періоді.

З (2) видно, що внаслідок статистичної лінеаризації чотирьох модуляційних характеристик, ШІМ «у великому» замінюється еквівалентною амплітудно-імпульсною модуляцією чотириступінчастого імпульсу. Амплітуди ступенів визначаються відповідними коефіцієнтами статистичної лінеаризації.

Контур швидкості містить ланку формування проти-е.р.с. з передавальною функцією

$$K_{FE}(p) = \frac{R}{p \cdot T_M},$$

де T_M – електромеханічна стала; і також ланку формування швидкості з коефіцієнтом передачі $1/K_E$, де K_E – коефіцієнт проти-е.р.с. якоря двигуна.

До контурів системи включені давачі: K_{SC} – струму, K_{SS} – швидкості, K_{SP} – положення, а також пропорційний регулятор контуру швидкості з коефіцієнтом підсилення K_S . Регулятори контурів струму та швидкості налаштовані на модульний оптимум.

Структура і параметри цифрового регулятора головного контуру (положення) у подальшому отримані в результаті його оптимізації за критерієм швидкодії з урахуванням пульсацій ШІП.

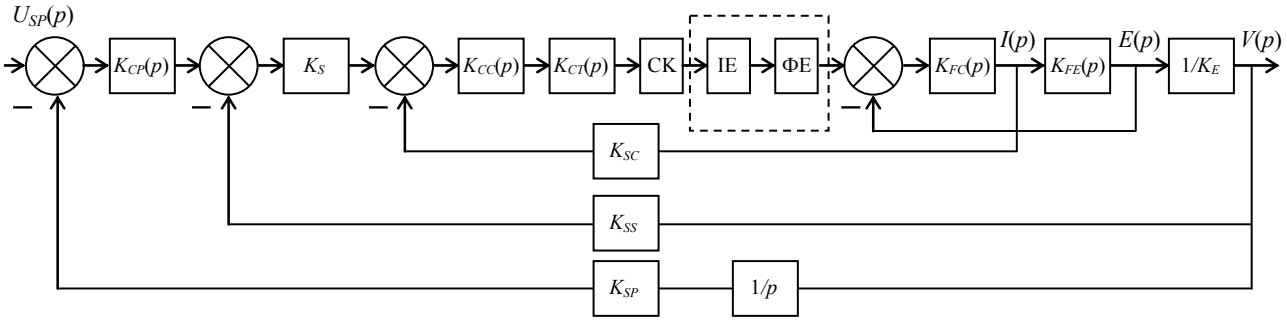

Рис. 1. Структурна схема

Дискретні передавальні функції контурів системи позиціонування. Перетворимо структурну схему (рис. 1) в схему (рис. 2), в якій зворотний зв'язок по проти-е.р.с. двигуна не врахований, оскільки $T_M >> T_C$ [11].

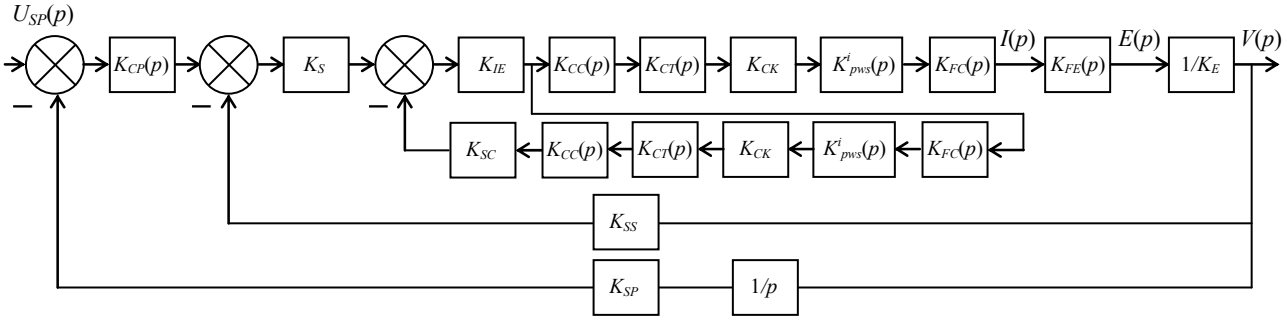

Рис. 2. Перетворена схема

а) Контур струму. Приймемо припущення про те, що діапазон зміни шпаруватості регулювання при врахуванні чотирьох функцій Уолша ($m = 4$) знаходиться в зоні $i = 0$, тобто $0 \le \gamma \le 0{,}25$. Тоді, з урахуванням (1), передавальна функція кола зворотного зв'язку контуру струму є модифіковане z-перетворення:

$$W^*_{fb}(z,\varepsilon) = Z_M\left\{K_{sc}K_{cs}K_{CK}\,\frac{1+pT_E}{pT_C}\times \right.$$
$$\left.\times\frac{4\left(1-e^{-0{,}25pT}\right)}{p\left(1+p\,\sigma\right)}\,\frac{1}{R_y\left(1+pT_E\right)}\right\}.$$

В результаті модифікованого z-перетворення з заміною $p = q/T$, отримаємо:

$$W^*_{fb}(z,\varepsilon) = K_{fb}\,\frac{F^*_{1c}(z,\varepsilon)}{(z-1)\left(z-e^{-\beta}\right)}, \qquad (3)$$

для діапазону $0 \le \varepsilon \le 0{,}25$, де $K_{fb} = \dfrac{4K_{sc}K_{CK}T^2K_{cs}}{R_yT_C\sigma}$,

$$F^*_{1c}(z,\varepsilon) = A_1\left[\varepsilon(z-1)+0{,}25\right]\left(z-e^{-\beta}\right)+$$
$$+(z-1)\left[A_2\left(z-e^{-\beta}\right)+A_3e^{-\beta\varepsilon}\left(z-e^{-0{,}75\beta}\right)\right],$$
$$A_1=\frac{1}{\beta},\quad A_2=-\frac{1}{\beta^2},\quad A_3=\frac{1}{\beta^2},\quad \beta=\frac{T}{\sigma}.$$

Для діапазону $0{,}25 \le \varepsilon \le 1$

$$W^*_{fb}(z,\varepsilon) = K_{fb}\,\frac{F^*_{2c}(z,\varepsilon)}{(z-1)\left(z-e^{-\beta}\right)}, \qquad (4)$$

де $F^*_{2c}(z,\varepsilon) = z\left[0{,}25A_1\left(z-e^{-\beta}\right)+A_3e^{-\beta\varepsilon}\left(z-e^{0{,}25\beta}\right)(z-1)\right]$.

Ліве значення (4) дорівнює правому значенню передавальної функції (3), тобто:

$$W^*_{fb}(z,-0) = z^{-1}\lim_{\varepsilon\to 1}W^*_{fb}(z,\varepsilon) = W^*_{fb}(z,0) =$$
$$= K_{fb}\,\frac{0{,}25A_1\left(z-e^{-\beta}\right)+A_3e^{-\beta}\left(1-e^{0{,}25\beta}\right)(z-1)}{(z-1)\left(z-e^{-\beta}\right)}. \qquad (5)$$

Це свідчить про те, що в момент квантування передавальна функція не містить стрибків.

Передавальна функція замкненого контуру струму для схеми (рис. 2)

$$W^*_{fbc}(z,0) = \frac{1}{1+W^*_{fb}(z,0)},$$

З урахуванням (5) маємо:

$$W^*_{fbc}(z,0) =$$
$$= \frac{(z-1)\left(z-e^{-\beta}\right)}{(z-1)\left(z-e^{-\beta}\right)+K_{fb}\left[0{,}25A_1\left(z-e^{-\beta}\right)+A_3e^{-\beta}\left(1-e^{0{,}25\beta}\right)(z-1)\right]}. \qquad (6)$$

б) Контур швидкості. Передавальну функцію частини розімкненого контуру швидкості, який одержано в результаті перетворення схеми (рис. 1), в схему (рис. 2), отримуємо в процесі наступного модифікованого z-перетворення:

$$W^*_{cs}(z,\varepsilon) = Z_M\left\{K_{cs}\,\frac{1+pT_E}{pT_C}\cdot\frac{K_{CK}}{1+p\,\sigma}\times \right.$$
$$\left.\times\frac{4\left(1-e^{-0{,}25pT}\right)}{pK_ER_y\left(1+pT_E\right)}\,\frac{R_y}{pT_M}\right\}.$$

Зробимо заміну $p = q/T$ і отримаємо:

$$W^*_{cs}(z,\varepsilon) = Z_M\left\{K_{0s}\left(\frac{B_3}{q^3}+\frac{B_2}{q^2}+\frac{B_1}{q}+\frac{B_0}{q+\beta}\right)\times \right.$$
$$\left.\times\left(1-e^{-0{,}25q}\right)\right\},$$

де $K_{0s}=\dfrac{4K_{cs}K_{CK}T^3}{T_CK_ET_M\sigma}$, $B_1=\dfrac{1}{\beta^3}$, $B_2=-\dfrac{1}{\beta^2}$, $B_3=\dfrac{1}{\beta}$, $B_0=-\dfrac{1}{\beta^3}$.

В результаті модифікованого z-перетворення для інтервалу $0 \le \varepsilon \le 0{,}25$ маємо:

$$W^*_{cs1}(z,\varepsilon) = K_{0s}\,\frac{F^*_{ps1}(z,\varepsilon)}{2(z-1)^2\left(z-e^{-\beta}\right)}, \qquad (7)$$

а для інтервалу $0{,}25 \le \varepsilon \le 1$ маємо:

$$W^*_{cs2}(z,\varepsilon) = K_{0s}\,\frac{F^*_{ps2}(z,\varepsilon)}{2(z-1)^2\left(z-e^{-\beta}\right)}, \qquad (8)$$

де

$$F^*_{ps1}(z,\varepsilon) = B_3\left[z^2\varepsilon^2+z\left(0{,}44+0{,}5\varepsilon-2\varepsilon^2\right)-0{,}94\right]\times$$
$$\times\left(z-e^{-\beta}\right)+2B_2\left[z\varepsilon-\varepsilon-0{,}75\right](z-1)\left(z-e^{-\beta}\right)+$$
$$+2B_0e^{-\beta\varepsilon}\left(z-e^{-0{,}75\beta}\right)(z-1)^2+2B_1(z-1)^2\left(z-e^{-\beta}\right);$$
$$F^*_{ps2}(z,\varepsilon) = B_3\left[0{,}5z+z(z-1)\left(0{,}5\varepsilon-0{,}0625\right)\right]\times$$
$$\times\left(z-e^{-0{,}25\beta}\right)+B_2(z-1)\left(z-e^{-\beta}\right)z\cdot 0{,}5+$$
$$+2B_0ze^{-\beta\varepsilon}\left(1-e^{0{,}25\beta}\right)(z-1)^2.$$

З передавальної функції (8) маємо її ліве значення:

$$W^*_{sc2}(z,-0) = z^{-1}\lim_{\varepsilon\to 1}W^*_{sc2}(z,\varepsilon) =$$
$$= K_{0s}\left[\frac{B_3\left(0{,}44z+0{,}22\right)\left(z-e^{-\beta}\right)}{2(z-1)^2\left(z-e^{-\beta}\right)}+ \right.$$
$$\left.+\frac{B_2(z-1)\left(z-e^{-\beta}\right)+2B_0e^{-\beta}\left(1-e^{0{,}25\beta}\right)(z-1)^2}{2(z-1)^2\left(z-e^{-\beta}\right)}\right]. \qquad (9)$$

Передавальна функція розімкненого контуру швидкості для $0 \le \varepsilon \le 0{,}25$:

$$W^*_{ss1}(z,\varepsilon) = W^*_{fbc}(z,0)\cdot W^*_{cs1}(z,\varepsilon),$$

а для $0{,}25 \le \varepsilon \le 1$:

$$W^*_{ss2}(z,\varepsilon) = W^*_{fbc}(z,0)\cdot W^*_{cs2}(z,\varepsilon).$$

Передавальна функція замкненого контуру швидкості для $0 \le \varepsilon \le 0{,}25$:

$$W^*_{fbs1}(z,\varepsilon) = \frac{W^*_{ss1}(z,\varepsilon)}{1+W^*_{fbc}(z,0)\cdot W^*_{cs2}(z,-0)},$$

а для $0{,}25 \le \varepsilon \le 1$:

$$W^*_{fbs2}(z,\varepsilon)=\frac{W^*_{ss2}(z,\varepsilon)}{1+W^*_{fbc}(z,0)\cdot W^*_{cs2}(z,-0)}.$$

в) Контур положення. Передавальна функція розімкненого контуру положення:

$$W^*_{fbp1}(z,\varepsilon)=W^*_{fbs1}(z,\varepsilon)\cdot\frac{K_{sp}z}{z-1},\quad 0\le\varepsilon\le 0{,}25;$$

$$W^*_{fbp2}(z,\varepsilon)=W^*_{fbs2}(z,\varepsilon)\cdot\frac{K_{sp}z}{z-1},\quad 0{,}25\le\varepsilon\le 1.$$

З урахуванням (6) – (9) після відповідних перетворень маємо передавальні функції контуру положення в розімкненому стані:

$$W^*_{fbp1}(z,\varepsilon)=K_0\times$$
$$\times\frac{z^4a_{13}(\varepsilon)+z^3a_{12}(\varepsilon)+z^2a_{11}(\varepsilon)+za_{10}(\varepsilon)}{(z-1)\left[z^3b_3(1)+z^2b_2(1)+zb_1(1)+b_0(1)\right]},\qquad(10)$$

для $0\le\varepsilon\le 0{,}25$;

$$W^*_{fbp2}(z,\varepsilon)=K_0\times$$
$$\times\frac{z^4a_{23}(\varepsilon)+z^3a_{22}(\varepsilon)+z^2a_{21}(\varepsilon)+za_{20}(\varepsilon)}{(z-1)\left[z^3b_3(1)+z^2b_2(1)+zb_1(1)+b_0(1)\right]},\qquad(11)$$

де $0{,}25\le\varepsilon\le 1$,

$$K_0=K_{0i}K_{sp};$$

$$a_{13}(\varepsilon)=B_3\varepsilon^2+2B_2\varepsilon+2B_1+2B_0e^{-\beta\varepsilon};$$

$$a_{12}(\varepsilon)=B_3\left(0{,}44+0{,}5\varepsilon-2\varepsilon^2-\varepsilon^2\cdot e^{-\beta}\right)+$$
$$+2B_2\left[0{,}25-\varepsilon-\varepsilon\left(1+e^{-\beta}\right)\right]-2B_1\left(2+e^{-\beta}\right)-$$
$$-2B_0\left(2+e^{-0{,}75\beta}\right)e^{-\beta\varepsilon};$$

$$a_{11}(\varepsilon)=B_3\left[0{,}06+\varepsilon^2-0{,}5\varepsilon-e^{-\beta}\left(0{,}44+0{,}5\varepsilon-2\varepsilon^2\right)\right]+$$
$$+2B_2\left[\varepsilon\left(1+e^{-\beta}\right)-0{,}25\left(1+e^{-\beta}\right)+\varepsilon\cdot e^{-\beta}\right]+$$
$$+2B_1\left(1+2e^{-\beta}\right)+2B_0\left(1+2e^{-0{,}75\beta}\right)e^{-\beta\varepsilon};$$

$$a_{10}(\varepsilon)=B_3\left[-e^{-\beta}\left(0{,}06+\varepsilon^2-0{,}5\varepsilon\right)\right]+$$
$$+2B_2\left(-\varepsilon e^{-\beta}+0{,}25e^{-\beta}\right)-2B_1e^{-\beta}-2B_0e^{-\beta(\varepsilon+0{,}75)};$$

$$b_3(1)=2\left(1+K_{0c}A_3e^{-\beta}\right);$$

$$b_2(1)=K_{0c}\left(0{,}5A_1-6A_3e^{-\beta}\right)+K_{0s}\left(0{,}45B_3+B_2\right)-2e^{-\beta};$$

$$b_1(1)=2\left(1+2e^{-\beta}\right)+$$
$$+K_{0s}\left[B_3\left(0{,}05-0{,}45e^{-\beta}\right)-B_2\left(1+e^{-\beta}\right)\right]+$$
$$+K_{0c}\left[6A_3e^{-\beta}-0{,}5A_1\left(1+e^{-\beta}\right)\right];$$

$$b_0(1)=K_{0c}\left(0{,}5A_1e^{-\beta}-2A_3e^{-\beta}\right)-$$
$$-K_{0s}\left(0{,}05B_3e^{-\beta}-B_2e^{-\beta}\right)-2e^{-\beta};$$

$$a_{23}(\varepsilon)=B_3\left(0{,}5\varepsilon-0{,}22\right)+2B_0e^{-\beta\varepsilon}\left(1-e^{-0{,}25\beta}\right)+B_2\cdot 0{,}5;$$

$$a_{22}(\varepsilon)=B_3\left[0{,}0625-0{,}5\left(1+e^{-\beta}\right)\varepsilon+0{,}0625e^{-\beta}\right]-$$
$$-B_2\left(1+e^{-\beta}\right)-4B_0e^{-\beta\varepsilon}\left(1-e^{0{,}25\beta}\right);$$

$$a_{21}(\varepsilon)=2B_0e^{-\beta\varepsilon}\left(1-e^{-0{,}25\beta}\right)+$$
$$+0{,}5B_2e^{-\beta}-B_3\left(0{,}5625-0{,}5\varepsilon\right);$$

$$a_{20}(\varepsilon)=0.$$

Синтез цифрового регулятора контуру положення. Метою синтезу є забезпечення кінцевої тривалості перехідного процесу в контурі позиціонування при мінімальному перерегулюванні. Для цього скористаємося найбільш загальним, другим поліноміальним рівнянням синтезу [11]. Представимо передавальні функції розімкненого контуру положення в наступному вигляді:

$$W^*_{fbp1}(z,\varepsilon)=\frac{P^*_1(z,\varepsilon)}{(z-1)Q^*_1(z)}\ \text{для}\ 0\le\varepsilon\le 0{,}25;$$

$$W^*_{fbp2}(z,\varepsilon)=\frac{P^*_2(z,\varepsilon)}{(z-1)Q^*_1(z)}\ \text{для}\ 0{,}25\le\varepsilon\le 1,$$

де

$$P^*_1(z,\varepsilon)=$$
$$=K_0\left[a_{13}(\varepsilon)z^4+a_{12}(\varepsilon)z^3+a_{11}(\varepsilon)z^2+a_{10}(\varepsilon)z\right],\qquad(12)$$

$$P^*_2(z,\varepsilon)=K_0\left[a_{23}(\varepsilon)z^4+a_{22}(\varepsilon)z^3+a_{21}(\varepsilon)z^2\right],\qquad(13)$$

$$Q^*_1(z)=z^3b_3(1)+z^2b_2(1)+zb_1(1)+b_0(1).\qquad(14)$$

Мінімальна тривалість перехідного процесу:

$$S_{\min}=l_Q+r-r_0,$$

де l_Q - ступені знаменників (10), (11), r_0 = 1 - власний астатизм контуру положення, r = 1 - його астатизм за результатами процедури синтезу. Тому $S_{\min}$ =4.

Для стійкої неперервної частини контуру позиціонування на інтервалах $0\le\varepsilon\le 0{,}25$ і $0{,}25\le\varepsilon\le 1$ справедливе співвідношення:

$$P^*(z,0)\cdot M^*(z,0)+(z-1)^r\,N^*(z,0)=z^4,\qquad(15)$$

де $M^*(z,0)=C_0$ - поліном ступеню $l_M=r-1=0$,

$$N^*(z,0)=d_4z^4+d_3z^3+d_2z^2+d_1z+d_0\qquad(16)$$

- поліном ступеню $l_N\ge l_P$, де $l_p=4$ ступень $P_1^*,(z,e)$.

В результаті (15) приймає вигляд:

$$C_0K_0\left[a_{13}(0)z^4+a_{12}(0)z^3+a_{11}(0)z^2+a_{10}(0)z\right]+$$
$$+(z-1)\left(d_4z^4+d_3z^3+d_2z^2+d_1z+d_0\right)=z^4.\qquad(17)$$

Порівнюємо коефіцієнти однакових ступенів z, та з (17) отримуємо:

$$C_0=\frac{1}{K_0A_n(0)},$$

де

$$A_n(0)=\sum_0^3a_{1n}(0),\quad d_0=0,\qquad d_1=\frac{a_{10}(0)}{A_n(0)},$$

$$d_2=\frac{a_{10}(0)+a_{11}(0)}{A_n(0)},\quad d_3=\frac{\sum_0^2a_{1n}(0)}{A_n(0)},\quad d_4=0.$$

В результаті маємо:

$$N^*(z,0)=z^3\frac{\sum_0^2 a_{1n}(0)}{A_n(0)}+z^2\frac{\sum_0^1 a_{1n}(0)}{A_n(0)}+z\frac{a_{10}(0)}{A_n(0)}. \quad (18)$$

Передавальна функція послідовно увімкненого оптимального регулятора:

$$K^*_{ocp}(z,0)=\frac{Q^*_1(z)\cdot M^*(z,0)}{(z-1)^{r-r_0}\cdot N^*(z,0)}.$$

З урахуванням (14), (16), (18) отримуємо:

$$K_{ocp}{}^*(z,0)=\frac{z^3b_3(1)+z^2b_2(1)+zb_1(1)+b_0(1)}{K_0\left[z^3\sum_0^2 a_{1n}(0)+z^2\sum_0^1 a_{1n}(0)+za_{10}(0)\right]}. \quad (19)$$

Розділимо чисельник і знаменник (19) на $K_0\sum_0^2 a_{1n}(0)$ і отримаємо:

$$K_{ocp}{}^*(z,0)=\frac{z^{-1}\mu_0+\mu_1z^{-2}+\mu_3z^{-3}+\mu_4z^{-4}}{1+\alpha_1z^{-1}+\alpha_2z^{-2}}=$$
$$=\frac{\Delta U_{OUT}{}^*[z,0]}{\Delta U_{IN}{}^*[z,0]}, \quad (20)$$

де

$$\mu_0=\frac{b_3(1)}{K_0\sum_0^2 a_{1n}(0)},\ \mu_1=\frac{b_2(1)}{K_0\sum_0^2 a_{1n}(0)},\ \mu_2=\frac{b_1(1)}{K_0\sum_0^2 a_{1n}(0)},$$

$$\mu_3=\frac{b_0(1)}{K_0\sum_0^2 a_{1n}(0)},\ \alpha_1=\frac{\sum_0^1 a_{1n}(0)}{\sum_0^2 a_{1n}(0)},\ \alpha_2=\frac{a_{10}(0)}{\sum_0^2 a_{1n}(0)}.$$

З (20) знаходимо, що:

$$\Delta U_{OUT}{}^*[z,0]=\Delta U_{IN}{}^*[z,0]\sum_1^3\mu_kz^{-k}-\Delta U_{OUT}{}^*[z,0]\sum_1^2\alpha_kz^{-k}.$$

Отриманому z-зображенню $\Delta U_{OUT}{}^*[z,\,0]$ відповідає оригінал різницевого рівняння:

$$\Delta U_{OUT}{}^*[nT]=$$
$$=\sum_1^3\mu_k\Delta U_{IN}{}^*[(n-k)T]-\sum_1^2\alpha_k\Delta U_{OUT}{}^*[(n-k)T]. \quad (21)$$

Різницеве рівняння (21) розв'язує цифровий рекурсивний фільтр (рис. 3), який містить чотири ланки затримки на один період комутації ШІП і підсилювачі у колах прямої і зворотної передач з коефіцієнтами підсилення μ_k, α_k. Реалізація цифрового фільтра можлива на основі мікроконтролера, що програмується.

Аналіз перехідного процесу в оптимізованій системі позиціонування. При включенні оптимального регулятора, що синтезовано, до контуру положення, оптимальні передавальні функції замкненої системи позиціонування для на інтервалах поточних значень параметру ε:

$$W^*_{1,2\,fbp}(z,\varepsilon)=P^*_{1,2}(z,\varepsilon)\frac{M^*(z,0)}{z^4}.$$

З урахуванням (12), для $0\le\varepsilon\le0{,}25$ маємо:

$$W^*_{1fbp}=\frac{a_{13}(\varepsilon)z^4+a_{12}(\varepsilon)z^3+a_{11}(\varepsilon)z^2+a_{10}(\varepsilon)z}{A_n(0)\cdot z^4}. \quad (22)$$

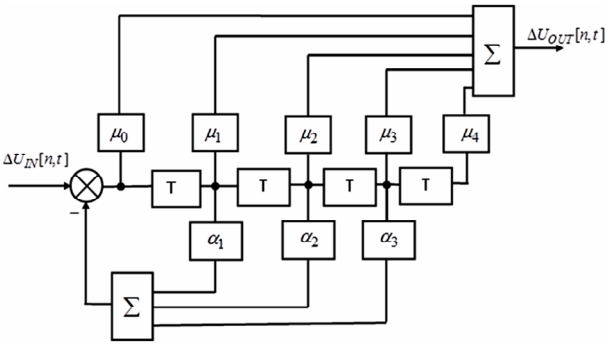

Рис. 3. Структурна схема регулятора положення

Аналогічно, з урахуванням (13), можна отримати оптимальну передавальну функцію замкненої системи позиціонування для $0{,}25\le\varepsilon\le1$.

Зображення перехідної характеристики системи позиціонування:

$$H_{1,2}{}^*[z,\varepsilon]=\frac{z}{z-1}W^*_{fbp}(z,\varepsilon).$$

З урахуванням (22) маємо:

$$H^*_1(z,\varepsilon)=\frac{1}{A_n(0)}\left[a_{13}(\varepsilon)\frac{z}{z-1}+\right.$$
$$\left.+a_{12}(\varepsilon)\frac{1}{z-1}+a_{11}(\varepsilon)\frac{1}{z(z-1)}+a_{10}(\varepsilon)\frac{1}{z^2(z-1)}\right].$$

Зображенню перехідної характеристики для значень $0\le\varepsilon\le0{,}25$ відповідає оригінал:

$$H^*_1(n,\varepsilon)=\frac{1}{A_n(0)}[a_{13}(\varepsilon)+$$
$$+a_{12}(\varepsilon)[n-1]+a_{11}(\varepsilon)[n-2]+a_{10}(\varepsilon)[n-3]]. \quad (23)$$

Аналогічно можна отримати перехідну характеристику $H^*_2(n,\,\varepsilon)$ для значень $0{,}25\le\varepsilon\le1$.

Із виразу (23) видно, що в оптимізованій за критерієм швидкодії системі перехідний процес позиціонування завершується за чотири періоди комутації ШІП. Процес оптимізації починається з затримкою на нульовий період, на якому система розімкнена внаслідок того, що сигнал зворотного зв'язку з'являється з затримкою на один період.

Для системи позиціонування, що виконана на основі лінійного двигуна ЛЕД АТ605ТУ, розраховані перехідні характеристики для різних значень $\beta = T/\sigma$. Параметри лінійного двигуна: $T_E = 5\cdot10^{-3}$ с, $T_M = 0{,}1$ с, $R_y = 3$ Ом, $K_E = 10{,}38$ В·с/м. Коефіцієнти передачі датчиків контурів системи позиціонування: $K_{SC} = 15$ В/А, $K_{SS} = 20$ В·с/м, $K_{SP} = 200$ В/м.

Параметри регуляторів струму і швидкості отримані з умови налаштування цих контурів на модульний оптимум: $K_{CS}=\frac{T_CR_y}{2K_{sc}\sigma}$, $K_S=\frac{K_ET_M}{4R_yK_{ss}\sigma}$.

Для мінімізації пульсацій струму, в [12], показано $T_C \ge 2\ \sigma$. У подальших розрахунках $\sigma = 10^{-4}$ с, що

визначило наступні коефіцієнти підсилення: $K_{CC} = 0{,}2$; $K_{CS} = 43$; $K_{OC} = 2$; $K_{OS} = 0{,}17 \cdot 10^{-2}$; $K_O = 0{,}34$.

Згідно (23) для різних значень β розраховані перехідні характеристики системи позиціонування. Результати представлені на рис. 4.

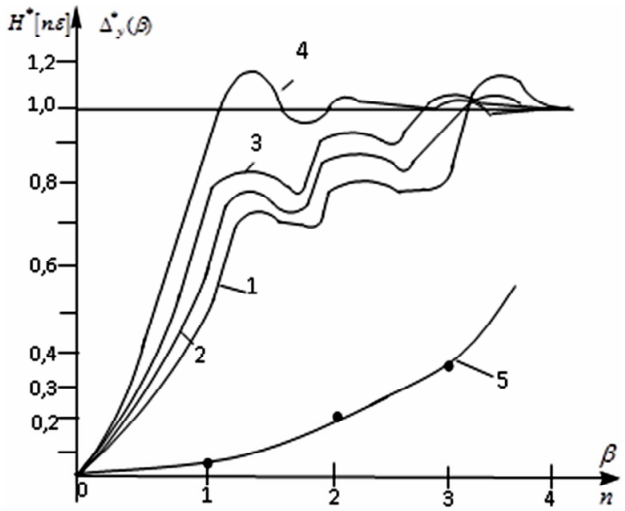

Рис. 4. Перехідні характеристики системи позиціонування: криві 1-4 – для $\beta = 0{,}5$; 1; 2; 4, крива 5 – залежність максимальних пульсацій від β в сталому режимі – $\Delta^*_{max}(\beta)$

Для $\varepsilon = 0{,}25$ розраховані усталені значення відхилення перехідної характеристики на періоді комутації - $H^*_c[0{,}25]$. Їх різниця з усталеними значеннями перехідної характеристики в момент спрацьовування імпульсного елементу визначає максимальні відносні значення пульсацій параметру, що стабілізується, тобто $\Delta^*_c = H^*_c[0{,}25]–1$.

Результати розрахунку $\Delta^*_c(\beta)$ представлені на рис. 4 кривою 5. Вочевидь, що зниження β призводить до зниження пульсацій, проте при цьому зменшується швидкість перехідного процесу і зростає перерегулювання: крива 1 на рис. 4.

Надмірне збільшення β призводить до зростання пульсацій, що негативно впливає і на характері перехідного процесу. Із кривих, які представлені на рис. 4, видно, що компроміс між якістю перехідного процесу і величиною пульсацій відповідає $\beta = 1 \div 2$.

Для одного з таких компромісних значень, $\beta = 1$, розраховані параметри ланок оптимального регулятора контуру положення: $\mu_0 = 32{,}3$; $\mu_1 = –37{,}9$; $\mu_2 = 72{,}6$; $\mu_3 = –17$; $\alpha_1 = 0{,}5$; $\alpha_2 = 0{,}1$.

Отримані значення параметрів оптимального за швидкодією цифрового регулятора положення дозволяють реалізувати перехідну характеристику 2 (рис. 4), за чотири інтервали комутації ШІП при відносних значеннях пульсацій на рівні 0,04.

З кривих 2 і 3 на рис. 4 видно, що перехідні процеси, які відповідають рекомендованим значенням $\beta = 1 \div 2$, супроводжуються незначним перерегулюванням, якого можна позбутися, якщо збільшити їх тривалість, що можливо при збільшенні ступеню многочлену (16).

Висновки та перспективи розвитку.

1. Запропоновані передавальні функції ШІП, які дозволяють оцінити пульсації параметру що стабілізується при глибокому регулюванні в перехідних і сталих режимах.

2. Для кінцевого діапазону зміни шпаруватості в процесі ШІМ синтезований регулятор контуру положення і запропонована його реалізація у вигляді цифрового рекурсивного фільтру, який дозволяє завершити перехідний процес за чотири періоди комутації ШІП при мінімальному перерегулюванні.

3. Встановлено, що компроміс між показниками якості перехідного процесу і мінімумом пульсацій параметру, що стабілізується, (положення) відповідає значенням $\beta = 1 \div 2$.

Отримані результати оцінки впливу β на характер перехідного процесу і величину пульсацій системи позиціонування відповідають передавальній функції (1), яка справедлива для обмеженого діапазону регулювання. Передавальна функція (2) відображає еквівалент між глибиною ШІМ і АІМ багатоступінчастого імпульсу. На її основі можна встановити закономірність зміни пульсації в усьому діапазоні ШІМ і з урахуванням цього налаштувати регулятор контуру позиціонування на кінцеву тривалість процесу, що потребує окремого розгляду.

Можливе отримання передавальної функції ланки з ШІМ «у великому» з урахуванням нелінійностей модуляційних характеристик моделі. Для цього необхідно використовувати багатовимірне z-перетворення і ряди Вольтерра для виокремлення лінійної та нелінійної складових реакції ланки на збурення .

Конфлікт інтересів. Автори заявляють про відсутність конфлікту інтересів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Левин А.В., Алексеев И.И., Харитонов С.А., Ковалев Л.К. Электрический самолет: от идеи до реализации: монография. – М: Машиностроение, 2010. – 288 с.

2. Белов М.П., Новиков В.А., Рассудов Л.Н. Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов. 3-е изд; испр. – М: Издательский центр Академия, 2007. – 576 с.

3. Sun G., Wu L., Kuang Z., Ma Z., Liu J. Practical tracking control of linear motor via fractional-order sliding mode. *Automatica*, 2018, vol. 94, pp. 221-235. doi: https://doi.org/10.1016/j.automatica.2018.02.011.

4. Bani Melhem M.K., Simic M., Lai C.Y., Feng Y., Ding S. Fuzzy control of the dual-stage feeding system consisting of a piezoelectric actuator and a linear motor for electrical discharge machining. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 2019, vol. 234, no. 5, pp. 945-955. doi: https://doi.org/10.1177/0954405419889201.

5. Nagaraju N., Venkatesu S., Ujwala N.G. Optimization of Process Parameters of EDM Process Using Fuzzy Logic and Taguchi Methods for Improving Material Removal Rate and Surface Finish. *Materials Today: Proceedings*, 2018, vol. 5, no. 2, pp. 7420-7428. doi: https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.11.413.

6. Hendrawan Y.M., Farrage A., Uchiyama N. Iterative NC program modification and energy saving for a CNC machine tool feed drive system with linear motors. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2019, vol. 102, no. 9-12, pp. 3543-3562. doi: https://doi.org/10.1007/s00170-019-03390-1.

7. Mo J.-S., Qiu Z.-C., Wei J.-Y., Zhang X.-M. Adaptive positioning control of an ultrasonic linear motor system. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2017, vol. 44, pp. 156-173. doi: https://doi.org/10.1016/j.rcim.2016.08.011.

8. Бондар Р.П., Подольцев О.Д. Режими роботи лінійного магнітоелектричного двигуна як елемента віброударної

системи. *Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України*, 2019, № 54, С. 52-62. doi: https://doi.org/10.15407/publishing2019.54.052.
9. Подольцев О.Д., Бондар Р.П Моделювання пов'язаних електромеханічних та теплових процесів в лінійному магнітоелектричному двигуні на основі теорії мультифізичних кіл. *Технічна електродинаміка*, 2020, № 2, С. 50-55. doi: https://doi.org/10.15407/techned2020.02.050.
10. Бондар Р.П. Дослідження характеристик магнітоелектричного лінійного вібраційного двигуна при роботі на пружно-в'язке навантаження. *Електротехніка і електромеханіка*, 2019, № 1, С. 9-16. doi: https://doi.org/10.20998/2074-272x.2019.1.02.
11. Денисов А.И., Зволинский В.М., Руденко Ю.В. Вентильные преобразователи в системах точной стабилизации: монография. – Киев: Наук. думка, 1997. – 249 с.
12. Башинский В.Г., Шаповалов О.Л., Денисов А.И., Бурсала Е.А., Бурсала А.Л. Влияние пульсаций бесколлекторного двигателя постоянного тока на процесс управления запуском газотурбинного двигателя вертолета. *Технічна електродинаміка*, 2020, № 2, С. 56-66. doi: https://doi.org/10.15407/techned2020.02.056.

REFERENCES

1. Levyn A.V., Alekseev I.I., Kharytonov S.A., Kovalev L.K. *Elektricheskii samolet: ot idei do realizatsii* [Electric aircraft: from idea to implementation]. Moscow, Mashynostroenye Publ., 2010. 288 p. (Rus).
2. Belov M.P., Novikov V.A., Rassudov L.N. *Avtomatizirovannyi elektroprivod tipovykh proizvodstvennykh mekhanizmov i tekhnologicheskikh kompleksov* [Automated electric drive of standard production mechanisms and technological complexes]. Moscow, Academy Publ. Center, 2007. 576 p. (Rus).
3. Sun G., Wu L., Kuang Z., Ma Z., Liu J. Practical tracking control of linear motor via fractional-order sliding mode. *Automatica*, 2018, vol. 94, pp. 221-235. doi: https://doi.org/10.1016/j.automatica.2018.02.011.
4. Bani Melhem M.K., Simic M., Lai C.Y., Feng Y., Ding S. Fuzzy control of the dual-stage feeding system consisting of a piezoelectric actuator and a linear motor for electrical discharge machining. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 2019, vol. 234, no. 5, pp. 945-955. doi: https://doi.org/10.1177/0954405419889201.
5. Nagaraju N., Venkatesu S., Ujwala N.G. Optimization of Process Parameters of EDM Process Using Fuzzy Logic and Taguchi Methods for Improving Material Removal Rate and Surface Finish. *Materials Today: Proceedings*, 2018, vol. 5, no. 2, pp. 7420-7428. doi: https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.11.413.
6. Hendrawan Y.M., Farrage A., Uchiyama N. Iterative NC program modification and energy saving for a CNC machine tool feed drive system with linear motors. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2019, vol. 102, no. 9-12, pp. 3543-3562. doi: https://doi.org/10.1007/s00170-019-03390-1.
7. Mo J.-S., Qiu Z.-C., Wei J.-Y., Zhang X.-M. Adaptive positioning control of an ultrasonic linear motor system. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2017, vol. 44, pp. 156-173. doi: https://doi.org/10.1016/j.rcim.2016.08.011.
8. Bondar R.P., Podoltsev A.D. Operating modes of a linear permanent magnet motor as an element of vibration system. *Pratsi Instytutu Electrodynamiky NAN Ukrainy*, 2019, no. 54, pp. 52-62. (Ukr). doi: https://doi.org/10.15407/publishing2019.54.052.
9. Podoltsev A.D., Bondar R.P. Modeling of coupled electromechanical and thermal processes in a linear permanent magnet motor based on the multiphysics circuit theory. *Technical Electrodynamics*, 2020, no. 2, pp. 50-55. (Ukr). doi: https://doi.org/10.15407/techned2020.02.050.
10. Bondar R.P. Research of the magnetoelectric linear oscillatory motor characteristics during operation on elastoviscous loading. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2019, no. 1, pp. 9-16. doi: https://doi.org/10.20998/2074-272x.2019.1.02.
11. Denysov A.I., Zvolinskyi V.M., Rudenko Yu.V. *Ventil'nye preobrazovateli v sistemakh tochnoi stabilizatsii* [Valve converters in precision stabilization systems]. Kyiv, Naukova Dumka Publ., 1997. 249 p. (Rus).
12. Bashinskyi V., Shapovalov O., Denisov A., Bursala O., Bursala A. Influence of pulsations of the flexible dc motor on the management process of starting the gas turbine motor helicopter. *Technical Electrodynamics*, 2020, no. 2, pp. 56-66. (Ukr). doi: https://doi.org/10.15407/techned2020.02.056.

Надійшла (Received) 06.05.2021
Прийнята (Accepted) 22.06.2021
Опублікована (Published) 27.08.2021

Денисов Юрій Олександрович[1], *д.т.н., проф.,*
Денисов Олександр Іванович[2], *д.т.н., проф.,*
Бурсала Олена Олександрівна[2], *магістр,*
[1] Національний університет «Чернігівська політехніка»,
14035, Чернігів, вул. Шевченка, 95,
e-mail: den71ltd@gmail.com (Corresponding author)
[2] Державний науково-дослідний інститут випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки,
14033, Чернігів, вул. Стрілецька, 1,
e-mail: den39ltd@gmail.com,
elena.burs1964@gmail.com

Y.O. Denisov[1], *O.I. Denisov*[2], *O.O. Bursala* [2]
[1] Chernihiv Polytechnic National University,
95, Shevchenko Str., Chernihiv, 14035, Ukraine.
[2] State Scientific Research Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification,
1, Striletska Str., Chernigiv, 14033, Ukraine.

Synthesis of the digital regulator of the main contour of the three-circuit system of the linear electric drive of the working body of the mechanism of onboard aviation equipment.

Goal *The purpose of the article is to further develop analytical methods for calculating and synthesizing power electronics systems with deep pulse width modulation (PWM). A three-circuit linear electric drive system for positioning the working body of the mechanism of onboard aircraft equipment, in which the linear electric motor is controlled from a pulse width converter (PWC), is considered. The power converter is included in the current loop. It has a noticeable effect on the level of current ripple, travel speed and positioning accuracy of the operating mechanism of a linear electric drive.* ***Methodology****. To analyze the processes in the current loop, a discrete transfer function of a pulse-width converter for PWM in the final zone and «in the large» is obtained on the basis of the statistical linearization of the modulation characteristics of the multi-loop PWM model. The modulation characteristic of each circuit of the model is obtained as a result of the Fourier series expansion in Walsh functions of the output voltage of the PWM during the PWM process. Statistical linearization of modulation characteristics is performed based on Hermite polynomials.* ***Results.*** *During the analysis, discrete transfer functions of closed current loops, velocity and open loop position were obtained, for which a digital controller was synthesized in the form of a recursive filter.* ***Originality.*** *The parameters of the regulator links are found, which make it possible to complete the transient process in four PWC switching periods with an overshoot of no more than 6 %. The analysis of the speed-optimized positioning process of a linear electric drive based on the LED AT 605TU motor is carried out.* ***Practical significance****. The purpose of the analysis was to establish the relationship between the switching period of the PWM and the value of the uncompensated constant, at which the pulsations of the positioning process are minimal while ensuring the minimum overshoot and maximum speed. It was found that the specified requirements are satisfied by the ratio between the switching period, PWC and uncompensated constant in the range of one or two.* References 12, figures 4.

Key words: **linear electric drive, discrete transfer function, pulse width modulation, positioning error, optimal regulator.**