

В.С. Маляр, О.Є. Гамола, В.С. Мадай

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ АСИНХРОННОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ ПРИ ПЕРІОДИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Розроблено математичні моделі і алгоритми, з використанням яких складені програми розрахунку перехідних процесів і усталених режимів асинхронних електроприводів, які працюють в режимі періодичної зміни навантаження. В їх основу покладено математичну модель асинхронного двигуна, розроблену на основі теорії кіл і зображувальних векторів електричних координат, в якій враховується насичення магнітопроводу і витіснення струму в стержнях короткозамкнутого ротора. Внаслідок змінного навантаження на валу двигуна електромагнітні процеси як в перехідних, так і усталених режимах в будь-якій системі координат описуються системою нелінійних диференціальних рівнянь. Для обчислення електромагнітних параметрів двигуна використовуються характеристики намагнічування основним магнітним потоком, а також потоками розсіювання статора і ротора. Для урахування витіснення струму в стержнях ротора короткозамкнена обмотка подається у вигляді багатопарової структури, утвореної розбиттям стержнів по висоті на кілька елементів. Усталений періодичний режим розраховується методом розв'язування крайової задачі, розробленим на основі апроксимації координат кубічними сплайнами, що дає змогу отримати їх періодичні залежності в позачасовій області і розраховувати статичні характеристики як залежності від параметрів циклу періодично-змінного навантаження або інших координат. Бібл. 9, рис. 4.

Ключові слова: асинхронний двигун, періодичне навантаження, математична модель, усталений динамічний режим, перехідний процес, крайова задача, резонанс, статичні характеристики, насичення магнітопроводу, витіснення струму.

Разработаны математические модели и алгоритмы, с использованием которых составлены программы расчета переходных процессов и установившихся режимов асинхронных электроприводов, которые работают в режиме периодического изменения нагрузки. В их основу положена математическая модель асинхронного двигателя, разработанная на основе теории цепей и изображающих векторов электрических координат, в которой учитывается насыщение магнитопровода и вытеснение тока в стержнях ротора. Вследствие переменной нагрузки на валу двигателя электромагнитные процессы как в переходных, так установившихся режимах в любой системе координат описываются системой нелинейных дифференциальных уравнений. В работе используется система ортогональных осей x, y , которая вращается с произвольной скоростью. Для вычисления электромагнитных параметров двигателя используются характеристики намагничивания основным магнитным потоком, а также потоками рассеивания статора и ротора. Для учета вытеснения тока в стержнях ротора короткозамкнутая обмотка представляется в виде многослойной структуры, образованной разделением стержней по высоте на несколько элементов. Установившийся периодический режим рассчитывается методом решения краевой задачи, разработанным на основе аппроксимации координат кубическими сплайнами, что дает возможность получить периодические зависимости во вневременной области и рассчитать статические характеристики как зависимости от параметров цикла периодически изменяющейся нагрузки или других координат. Библ. 9, рис. 4.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, периодическая нагрузка, математическая модель, установившийся динамический режим, переходный процесс, статические характеристики, резонанс, насыщение магнитопровода, вытеснение тока.

Вступ. В сучасних умовах розвитку науки і техніки проблема розроблення асинхронних електроприводів потребує нових підходів до їх практичної реалізації, які можна зреалізувати лише на основі розроблення адекватних математичних моделей систем електроприводів, які адаптовані до умов їх експлуатації. Їх використання дає змогу не тільки правильно вибрати необхідний асинхронний двигун (АД), але й розробити систему керування, за якої двигун, працюючи в даних умовах, забезпечував би максимально можливу ефективність системи електроприводу в цілому.

Сучасні заводські методики дають змогу спроектувати АД, який з високою вірогідністю буде відповідати технічним умовам роботи в усталеному номінальному режимі з незмінним навантаженням. Такі розрахунки зазвичай виконують з використанням класичних заступних схем [1, 2], однак для розрахунку динамічних режимів класичні заступні схеми не придат-

ні, а різні їх адаптації потребують перевірки для кожного конкретного випадку.

В практиці експлуатації АД використовують не тільки для приводу механізмів, які працюють з незмінним механічним моментом навантаження, але й для приводів з періодичним повторно-короткочасним навантаженням [3, 4]. Тривалість циклу періодичного повторно-змінного навантаження T складається з двох частин: тривалості дії імпульсу навантаження і паузи. Зокрема, для повторно-короткочасного режиму роботи ($S3$) тривалість дії імпульсу навантаження, виражають у відсотках до тривалості повного циклу. Стандарними вважаються тривалості вмикання $TB = 15; 25; 40; 60 \%$, (наприклад, $S3 - 25 \%$; $S3 - 40 \%$), причому тривалість циклу встановлюється рівною 10 хвилин [5]. Промисловість випускає АД для роботи в різних, визначених стандартом режимах типу $S3$. Вибір потужності електродвигуна для повторно-

короткочасного режиму роботи $S3$ може бути виконаний для еквівалентної потужності чи моменту для заданого графіка навантаження. Знаючи потужність АД за каталогом для двигунів, призначених для роботи в конкретному режимі $S3$, можна вибрати двигун, який необхідно перевірити на відповідність пускового моменту, перевантажувальної здатності та нагрівання [4].

В повторно-короткочасному режимі можуть працювати як стандартні двигуни, що призначені для тривалого режиму, так і двигуни, спеціально призначені для повторно-короткочасного режиму. Зрештою, часто значення тривалості вмикання АД не відповідають стандартним. Виникає потреба у всебічному дослідженні роботи двигуна в умовах заданого робочим механізмом періодичного моменту навантаження, що можна здійснити за допомогою математичного моделювання.

Метою роботи є розроблення математичних моделей для аналізу динамічних режимів асинхронних двигунів, які працюють в умовах періодично-змінного навантаження.

Математична модель для розрахунку перехідних процесів. Для аналізу роботи електроприводів, які працюють в динамічних режимах математичні моделі АД, побудовані на основі заступних схем або лінійних диференціальних рівнянь (ДР) можуть використовуватись лише для наближених розрахунків. Оскільки електромагнітний момент визначається потокозчепленнями і струмами контурів двигуна, то неточність їх визначення призводить до неточності розрахунку механічної характеристики [1, 2]. Зокрема, на значення індуктивних опорів обмоток суттєво впливає насичення магнітопроводу, зміна активних опорів обмотки ротора внаслідок витіснення струму. Врахування їх в динамічних режимах за допомогою відповідних коефіцієнтів [2] не гарантує достовірності результатів розрахунку, особливо для глибокопазних двигунів.

Об'єктом дослідження є АД з короткозамкненою обмоткою ротора, який живиться від трифазної мережі з симетричною системою напруг. Для аналізу електромагнітних процесів в АД використовується математична модель, створена з використанням ортогональних координатних осей, яка дає змогу здійснити розгляд процесів шляхом комп'ютерного моделювання з урахування як насичення, так і витіснення струму в стержнях короткозамкненої обмотки ротора з мінімальним обсягом обчислень. Для врахування насичення використовуються характеристики намагнічування основним магнітним потоком і потоками розсіювання, а для врахування витіснення струму стержні розділяються по висоті на n шарів ($2 \leq n \leq 5$), внаслідок чого на роторі отримуємо n обмоток, які охоплені різними магнітними потоками розсіювання. В основу алгоритмів розрахунку покладено математичну модель АД в осях x, y , розроблену на основі теорії зображувальних векторів [7], що дає змогу розглядати процеси в АД на основі теорії кіл.

Динаміка руху ротора АД, що працює в режимі періодично-змінного навантаження, описується сис-

темою ДР електромеханічної рівноваги, яка в системі ортогональних осей x, y з урахуванням розділення кожного стержня по висоті на n елементарних, а також за умови спрямування зображувального вектора напруги живлення уздовж осі x , що зазвичай практикується, матиме вигляд

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{sx}}{dt} &= -\omega_0\psi_{sy} - R_s i_{sx} + U_m; \\ \frac{d\psi_{sy}}{dt} &= -\omega_0\psi_{sx} - R_s i_{sy}; \\ \frac{d\psi_{1x}}{dt} &= (\omega_0 - \omega)\psi_{1y} - R_1 i_{1x}; \\ \frac{d\psi_{1y}}{dt} &= -(\omega_0 - \omega)\psi_{1x} - R_1 i_{1y}; \\ &\vdots \\ \frac{d\psi_{nx}}{dt} &= (\omega_0 - \omega)\psi_{ny} - R_n i_{nx}; \\ \frac{d\psi_{ny}}{dt} &= -(\omega_0 - \omega)\psi_{nx} - R_n i_{ny}; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{p_0}{J} \left(\frac{3}{2} p_0 (\psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx}) - M_c(t) \right), \end{aligned} \quad (1)$$

де індексами sx, sy позначено належність потокозчеплень (ψ), струмів (i) та активних опорів (r) до відповідних контурів статора; а $1x, \dots, nx, 1y, \dots, ny$ – ротора; U_m, ω_0 – амплітудне значення та кутова частота фазної напруги живлення обмотки статора; ω – кутова швидкість обертання ротора; J – момент інерції рухомих частин електроприводу, приведений до валу АД; p_0 – кількість пар полюсів.

Для моделювання повинна бути відома навантажувальна діаграма механізму. Зважаючи на те, що часова залежність моменту навантаження є періодичною, необхідно представити її у вигляді закону зміни, який відповідає повному циклу у вигляді $M_c(t) = M_c(t + T)$, де T – період.

Алгоритм розрахунку характеристик. Якщо АД працює в одному із стандартних режимів (повний цикл 10 хв.), то за такий час перехідний процес практично закінчується, і для повного аналізу роботи двигуна достатньо розрахувати перехідний процес впродовж періоду. Це можна здійснити, інтегруючи систему ДР (1) числовим методом [6].

До системи ДР (1) входять $2 + 2n$ рівнянь електричної рівноваги і одне рівняння динаміки ротора. Отже під час розрахунку перехідного процесу необхідно на кожному крокові (підкрокові) обертати матрицю того ж порядку. З метою скорочення обсягу обчислень виконаємо редукцію системи ДР (1), виходячи з наступних міркувань.

Потокозчеплення кожного контуру АД згідно з прийнятими допущеннями складається з суми

$$\psi_j = \psi_{\delta j} + \psi_{\sigma j}$$

робочого потокозчеплення $\psi_{\delta j}$, яке нелінійно залежить від струмів усіх контурів, і потокозчеплення розсіювання $\psi_{\sigma j}$, яке має лінійну залежність відповідно тільки від струмів статора або тільки ротора. Крім того,

потокозчеплення, зумовлені основним робочим потоком, і потокозчеплення шліцевого розсіювання для всіх контурів ротора, розташованих по осі x , рівні між собою. Те ж саме стосується і аналогічних контурів, розташованих по осі y . Сказане дає змогу розділити рівняння електричної рівноваги системи ДР (1) на дві частини, виділивши в ній лінійну частину. Для цього необхідно замінити 5-е рівняння різницею 5-го і 3-го, 6-е рівняння – різницею 6-го і 4-го і т.д. Перша з них має четвертий порядок

$$\frac{d\psi_{sx}}{dt} = \omega_0\psi_{sy} - R_s i_{sx} + U_m;$$

$$\frac{d\psi_{sy}}{dt} = -\omega_0\psi_{sx} - R_s i_{sy};$$

$$\frac{d\psi_{1x}}{dt} = (\omega_0 - \omega)\psi_{1y} - R_1 i_{1x};$$

$$\frac{d\psi_{1y}}{dt} = -(\omega_0 - \omega)\psi_{1x} - R_1 i_{1y}$$

і є нелінійною, а друга $2(n-1)$ порядку – лінійна

$$\frac{d(\psi_{1x} - \psi_{2x})}{dt} = (\omega_0 - \omega)(\psi_{1y} - \psi_{2y}) - r_1 i_{1x} + r_2 i_{2x};$$

$$\frac{d(\psi_{1y} - \psi_{2y})}{dt} = -(\omega_0 - \omega)(\psi_{1x} - \psi_{2x}) - r_1 i_{1y} + r_2 i_{2y};$$

⋮

$$\frac{d(\psi_{1x} - \psi_{nx})}{dt} = (\omega_0 - \omega)(\psi_{1y} - \psi_{ny}) - r_1 i_{1x} + r_n i_{nx};$$

$$\frac{d(\psi_{1y} - \psi_{ny})}{dt} = -(\omega_0 - \omega)(\psi_{1x} - \psi_{nx}) - r_1 i_{1y} + r_n i_{ny}.$$

Запишемо ці дві системи у вигляді

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \vec{d}\vec{i}_I/dt \\ \vec{d}\vec{i}_{II}/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Визначаємо похідну з рівняння (2)

$$\frac{\vec{d}\vec{i}_I}{dt} = (A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21})^{-1}(\vec{B}_1 - A_{12}A_{22}^{-1}\vec{B}_2),$$

в якому від насичення залежать лише елементи матриць A_{11} та A_{12} . Це дає змогу один раз обчислити елементи матриць A_{22}^{-1} і A_{21} і використовувати їх для визначення на кожному крокові інтегрування похідної

$$\frac{\vec{d}\vec{i}_{II}}{dt} = A_{22}^{-1} \left(\vec{B}_2 - A_{21} \frac{\vec{d}\vec{i}_I}{dt} \right).$$

Отже, достатньо один раз обернути матрицю $2(n-1)$ порядку, а на кожному крокові інтегрування обертати матрицю 4-го порядку. Виведені формули дають змогу чисельним методом звести до форми Коші систему (2) ДР електричної рівноваги контурів АД.

Потокозчеплення контурів визначаються на основі використання кривих намагнічування основним магнітним потоком ψ_μ та потоками розсіювання обмоток $\psi_{\sigma s}$ статора та $\psi_{\sigma r}$ ротора

$$\psi_\mu = \psi_\mu(i_\mu), \quad \psi_{\sigma s} = \psi_{\sigma s}(i_s), \quad \psi_{\sigma r} = \psi_{\sigma r}(i_r),$$

де

$$i_\mu = \sqrt{(i_{sx} + i_{rx})^2 + (i_{sy} + i_{ry})^2};$$

$$i_s = \sqrt{i_{sx}^2 + i_{sy}^2}; \quad i_r = \sqrt{i_{rx}^2 + i_{ry}^2}.$$

Струми контурів ротора визначаються як сума струмів n елементів стержня.

$$i_{rx} = \sum_{j=1}^n i_{rjx}; \quad i_{ry} = \sum_{j=1}^n i_{rjy}.$$

Математична модель для розрахунку усталеного динамічного режиму. З метою скорочення викладення алгоритму розрахунку усталеного динамічного режиму запишемо систему ДР (1) у вигляді векторного рівняння вигляду

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \left(\frac{\partial \vec{y}}{\partial \vec{x}} \right)^{-1} \vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, \vec{u}, \vec{f}), \quad (3)$$

де $\frac{d\vec{y}}{dt} = \begin{bmatrix} L_{xy} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ – матриця, в якій $L_{xy} = \frac{d\vec{\psi}}{d\vec{i}}$ – повна

матриця диференціальних індуктивностей АД в координатних осях x, y [7];

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} \psi_{sx} \\ \psi_{sy} \\ \psi_{1x} \\ \psi_{1y} \\ \vdots \\ \psi_{nx} \\ \psi_{ny} \\ \omega \end{bmatrix}; \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} U_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \vec{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ M_c(t) \end{bmatrix}; \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{1x} \\ i_{1y} \\ \vdots \\ i_{nx} \\ i_{ny} \\ \omega \end{bmatrix}.$$

В усталеному режимі системи електроприводу при періодичній зміні моменту навантаження $M(t) = M(t + T)$ потокозчеплення, струми, швидкість обертання ротора, електромагнітний момент тощо змінюються за періодичними законами. Задача розрахунку періодичного режиму полягає у визначенні цих залежностей. Розв'язком системи рівнянь (3) є періодичні залежності компонент вектора $\vec{x}(t) = \vec{x}(t + T)$.

Розрахунок їх методом усталення неефективний з багатьох міркувань. Зокрема, нераціонально витрачається машинний час, а якщо процес установлюється надто повільно, то коливання в момент часу t мало відрізняються від таких для моменту часу $t + T$, тому виникає проблема визначення моменту закінчення перехідного процесу. І, нарешті, метод усталення практично непридатний для оптимізаційних розрахунків.

Найбільш ефективним підходом до розрахунку усталеного періодичного режиму є розгляд задачі як крайової [7], що дає змогу отримати періодичні залежності координат в позачасовій області, тобто не вдаючись до розрахунку перехідного процесу. Для цього систему континуальних ДР (1) необхідно звести до дискретних, які є точковим відображенням залежностей координат на періоді повторюваності процесу. В літературі відомо багато методів алгебризації, які мають як позитивні, так і негативні сторони: різниці, колокації, у тому числі й тригонометричної, дифе-

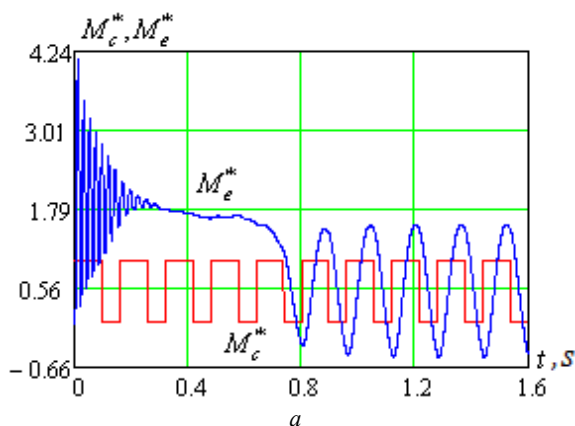
ренціальних перетворень тощо. Розроблений в [8] метод, заснований на сплайн-апроксимаціях координат, дає змогу формалізувати процес алгебризації і, крім того, є чисельно стійким. Він дає змогу отримати неперервні залежності координат на періоді на основі отриманих в результаті розрахунку їх дискретних значень у вузлах сітки на періоді. Зауважимо, що сітку вузлів можна брати рівномірною. В отриманій шляхом апроксимації змінних системі алгебричних рівнянь невідомими є значення координат в m вузлах періоду. В результаті з урахуванням періодичних крайових умов $\vec{Y}(t) = \vec{Y}(t+T)$, $\vec{X}(t) = \vec{X}(t+T)$ отримаємо систему $m \times (2n+3)$ нелінійних алгебричних рівнянь, яку можна подати у вигляді векторного рівняння

$$\vec{Y}(\vec{X}) = H^{-1} \vec{Z}(\vec{Y}, \vec{X}), \quad (4)$$

в якому H – квадратна матриця розміру $m(3+2n)$ переходу від неперервної зміни координат до їх вузлових значень, елементи якої визначаються лише кроком сітки [8]; $\vec{Y} = (\vec{y}_1, \dots, \vec{y}_m)$, $\vec{Z} = (\vec{z}_1, \dots, \vec{z}_m)$, $\vec{X} = (\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_m)$ – вектори, складені зі значень векторів \vec{y} , \vec{x} , \vec{z} в m вузлах періоду.

Визначивши з рівняння (4) вектор \vec{X} , можна побудувати періодичні залежності всіх координат, у тому числі й електромагнітного моменту, потужності тощо.

Безпосереднє застосування ітераційного методу до розв'язування системи (4) практично неможливе з причини розбіжності ітераційного процесу. Надійним методом розв'язування задачі є метод продовження по параметру [9]. Однак в системі нелінійних алгебричних рівнянь є дві збурюючі дії: прикладена напруга – вектор $\vec{U} = (\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_m)$ і вектор вузлових значень моменту навантаження – $\vec{F} = (\vec{f}_1, \dots, \vec{f}_m)$. Нарощувати їх одночасно неможливо, тому задача розв'язується у два етапи, суть яких полягає в почерговому їх нарощуванні пропорційно деякому параметру. Спочатку нарощуємо прикладену напругу, а потім, приймаючи її незмінною, нарощуємо вузлові значення прикладеного моменту. Це дає змогу визначити часові залежності координат в усталеному періодичному режимі роботи АД при заданому законі зміни прикладеного моменту.



Алгоритм розрахунку усталеного режиму є основою для розрахунку статичних характеристик, які можна отримати як послідовність усталених режимів, розрахованих при сукупності значень координати, яку прийнято за незалежну змінну, якою може бути будь-яка величина: момент інерції, щільність імпульсів моменту навантаження; співвідношення між тривалістю імпульсу і паузою, частота імпульсів, максимальне і мінімальне значення моменту, тривалість періоду тощо. Крім того, при циклічному навантаженні можливий механічний резонанс, який можна виявити математичним моделюванням.

Задача розрахунку статичних характеристик може бути розв'язана диференціальним методом, суть якого полягає в диференціюванні алгебричного рівняння (4) по незалежній змінній, наприклад ε , як параметру. В результаті диференціювання отримуємо нелінійну систему ДР вигляду

$$A \frac{d\vec{X}}{d\varepsilon} = \frac{\partial \vec{Z}}{\partial \varepsilon}. \quad (5)$$

Статичну багатовимірну характеристику як залежності періодичних кривих від незалежної змінної ε отримаємо в результаті інтегрування системи (5) по параметру ε . Початкові умови необхідно прийняти ті, що отримані в результаті виконання першого етапу розрахунку при заданій напрузі живлення. На кожному крокові інтегрування результат можна уточнити методом Ньютона. Під час інтегрування, а також ітераційного уточнення необхідно визначати диференціальні індуктивності контурів як нелінійні функції струмів.

Результати досліджень. Нижче наведено приклади результатів розрахунку, виконаних з використанням викладених вище алгоритмів. на прикладі АД з короткозамкненим ротором 4AP160S4Y3 ($P = 15$ кВт, $U = 220$ В, $I = 29,9$ А, $p_0 = 2$).

На рис. 1 наведено часові залежності відносних значень електромагнітного моменту (рис. 1,а) і діючого значення струму (рис. 1,б) в перехідному процесі під час пуску АД з циклічним навантаженням, в якому момент навантаження змінюється з періодом $T = 0,16$ с в межах від холостого ходу до номінального значення, момент інерції $J = 0,5$ кг·м², а щільність становить 60 %, а на рис. 2 – ті самі залежності, але при меншому моментові інерції $J = 0,1$ кг·м².

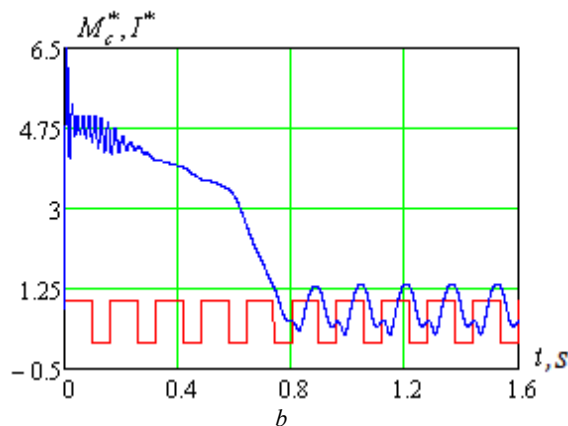


Рис. 1

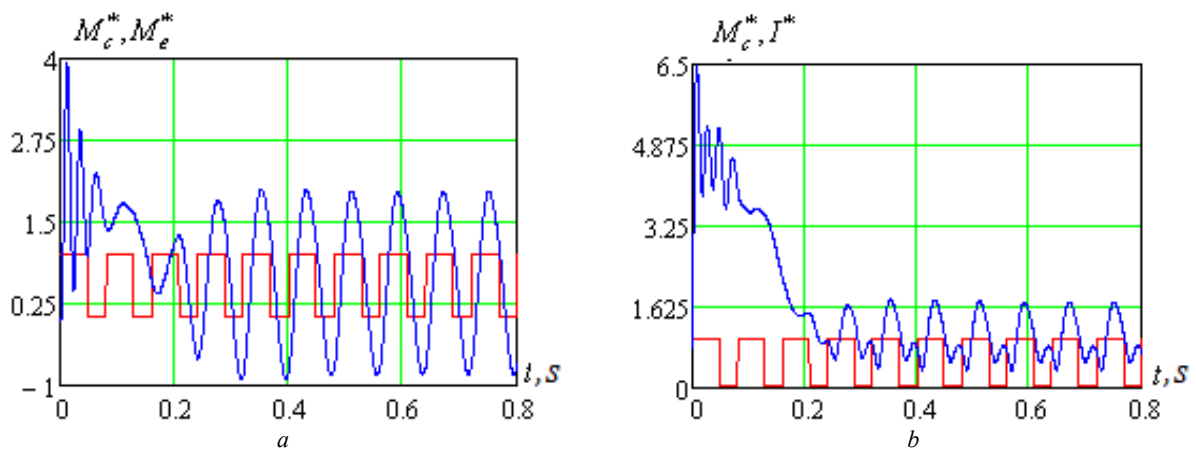


Рис. 2

На рис. 3, 4 наведено приклад розрахованих вкладених у статті методом розв'язування крайової задачі періодичних кривих струму, електромагнітного

моменту та моменту навантаження, які відповідають зображеним на рис. 2 аналогічним залежностям в усталеному режимі.

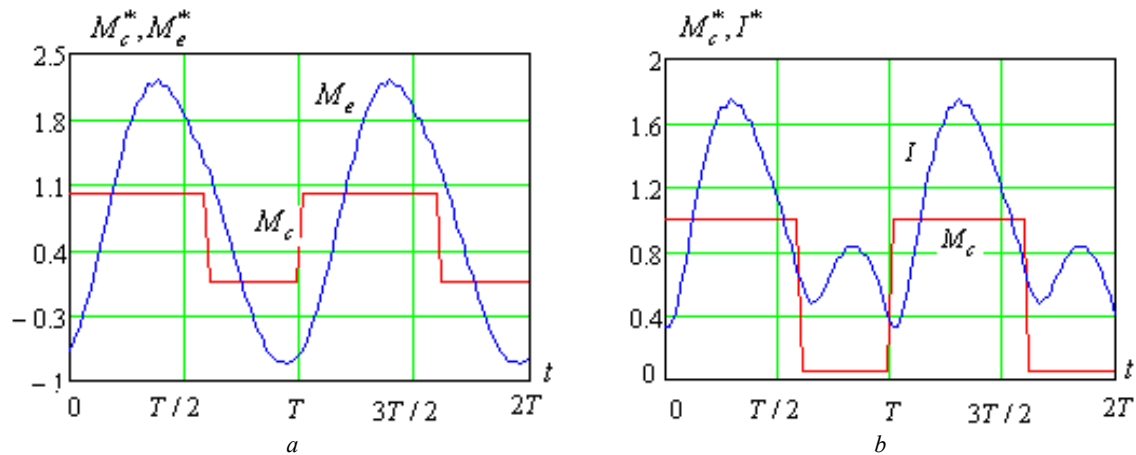


Рис. 3. Періодичні залежності (показано два періоди) відносних значень моменту навантаження (M_c^*), електромагнітного (M_e^*) і струму (I^*), розраховані при значенні моменту інерції $J = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ методом розв'язування крайової задачі

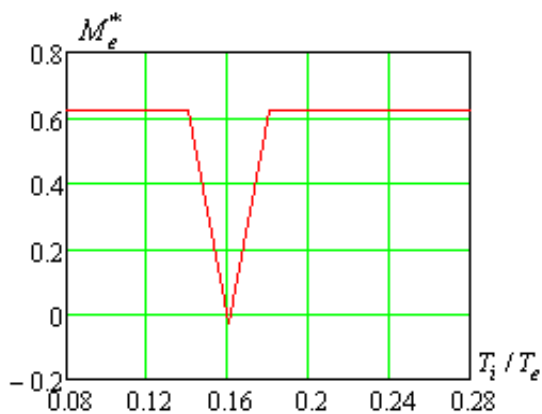


Рис. 4. Залежність електромагнітного моменту двигуна: від відносного значення тривалості періоду зміни навантаження (в точці $T_i/T_e = 0,16$ має місце механічний резонанс)

Висновки.

1. Розроблені методи розрахунку і відповідні алгоритми дають змогу за допомогою математичного моделювання здійснювати аналіз роботи асинхронних двигунів з короткозамкненим ротором з урахуванням насичення та витіснення струмів у стержнях ротора при різних законах зміни періодичного навантаження.

2. Алгоритм розрахунку усталених періодичних режимів при циклічному навантаженні дає змогу отримати періодичні залежності координат в позачасовій області, чим забезпечується висока швидкодія.

3. Розроблені математичні моделі можуть бути використані для проектування і аналізу роботи електроприводів з періодичним навантаженням.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Вольдек А.И., Попов В.В. Электрические машины. Машины переменного тока: учебник для вузов. – СПб.: Питер, 2010. – 350 с.
2. Сафарян В.С., Геворгян С.Г. Определение параметров схемы замещения асинхронной машины. *Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ*, 2015, № 6, С. 20-34.
3. Рогаль В.В., Капштик В.С. Компенсация реактивной мощности в повторно-кратковременных режимах работы. *Электроника и зв'язок. Тематичний випуск «Електроніка і нанотехнології»*, 2011, № 3, С. 101-108.
4. Петрушин В.С., Плоткин Ю.Р., Еноктаев Р.Н., Бендахман Бухалфа. Разработка энергоэффективного электропривода для перемажающего режима работы. *Вісник НТУ «ХПИ». Серія «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика»*, 2019, № 16 (1341), С. 70-79. doi: 10.20998/2079-8024.2019.16.13.

5. Петухов С.В., Кришьянис М.В. Электропривод промышленных установок: учебн. пособие. – Архангельск: С(А)ФУ, 2015. – 303 с.
6. Хрисанов В.И. Анализ переходных процессов при различных способах пуска асинхронных двигателей. *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Электропривод»*, 2000, С. 24-27.
7. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. – К.: Наукова думка, 1979. – 208 с.
8. Мальяр В.С., Мальяр А.В. Математическое моделирование периодических режимов работы электротехнических устройств // Электронное моделирование. – 2005. – Т. 27. – №3. – С. 39-53.
9. Жулин С.С. Метод продолжения решения по параметру и его приложение к задачам оптимального управления. *Вычислительные методы и программирование*, 2007, Т. 8, № 2, С. 205-217.

REFERENCES

1. Voldek A.I., Popov V.V. *Elektricheskiye mashiny. Mashiny peremennogo toka* [Electric machines. AC machines]. Saint Petersburg, Piter Publ., 2010. 350 p. (Rus).
2. Safaryan V.S., Gevorgyan S.G. Ascertainment of the equivalent circuit parameters of the asynchronous machine. *Energetika. Proceedings of CIS higher education institutions and power engineering associations*, 2015, no. 6, pp. 20-34. (Rus).
3. Rogal V.V., Kapshtik V.S. Reactive power compensation in intermittent duties. *Electronics and Communication. Thematic issue «Electronics and Nanotechnology»*, 2011, no. 3, pp. 101-108. (Ukr).
4. Petrushin V.S., Plotkin J.R., Yenoktaiev R.N., Bendahmane Boukhalfa. Development of energy-efficient asynchronous electric drive for intermittent operation. *Bulletin of the National Technical University «KhPI». Series: Problems of automated electrodrive. Theory and practice*, 2019, no. 16 (1341), pp. 70-79. doi: 10.20998/2079-8024.2019.16.13.
5. Petuhov S.V., Krishyanis M.V. *Elektroprivod promyshlennykh ustanovok* [Electric driver industrial-scale plants]. Arkhangelsk, S(A)FU Publ., 2015. 303 p. (Rus).
6. Hrisanov V.I. Transient process analysis at various methods of starting asynchronous machines. *Technical electrodynamic. Thematic issue «Electric drive»*, 2000, pp. 24-27. (Rus).
7. Fil'ts R.V. *Matematicheskie osnovy teorii elektromekhanicheskikh preobrazovatelei* [Mathematical foundations of the theory of electromechanical transducers]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 1979. 208 p. (Rus).
8. Malyar V.S., Malyar A.V. Mathematical modeling of periodic modes of operation of electrical devices. *Electronic Modeling*, 2005, vol.27, no.3, pp. 39-53. (Rus).
9. Zhulin S.S. The method of continuation by parameter and its application to the tasks of optimal control. *Numerical methods and programming*, 2007, vol. 8, no. 2, pp. 205-217. (Rus).

Надійшла (received) 11.02.2020

Мальяр Василь Сафронович¹, д.т.н., проф.,
 Гамола Орест Євгенович¹, к.т.н., доц.,
 Мадай Володимир Степанович¹, к.т.н., доц.

¹ Національний університет «Львівська політехніка»,
 79013, Львів, вул. С. Бандери, 12,
 тел/phone +380 32 2582119;
 e-mail: vasy1.s.maliar@lpnu.ua,
 orest.y.hamola@lpnu.ua,
 volodymyr.s.madai@lpnu.ua

V.S. Malyar¹, O.Ye. Hamola¹, V.S. Maday¹

¹ Lviv Polytechnic National University,
 12, S. Bandera Str., Lviv, 79013, Ukraine.

Modelling of dynamic modes of an induction electric drive at periodic load.

Goal. Development of methods and mathematical models, based on them, for the calculation of transients and steady-state modes of induction electric drives operating in periodic load mode.

Methodology. The developed algorithms are based on a mathematical model of an induction motor, which takes into account the saturation of the magnetic core and the displacement of current in the rotor bars. The processes are described by a system of nonlinear differential equations in the orthogonal axes x , y , which enables the results to be obtained with the smallest amount of calculations. The magnetization characteristics by the main magnetic flux and the leakage fluxes are used to calculate the electromagnetic parameters of the motor. To account for the current displacement in the rotor bars, the short-circuited winding is considered as a multilayer structure formed by dividing the bars in height by several elements. **Results.** Due to the variable load on the motor shaft, electromagnetic processes in both transient and steady state modes of the electric drive in any coordinate system are described by a system of nonlinear differential equations. The result of the calculation of the transients is obtained as a result of their integration time dependencies of coordinates (currents, electromagnetic torque, etc.) at a given law of change of the moment of loading. The proposed method of calculating steady-state mode is based on algebraization of differential equations on the mesh of nodes of the process cyclicity period and allows to obtain periodic dependencies in the time domain. **Originality.** The problem of calculating a steady-state periodic mode is solved as a boundary problem for a system of first-order differential equations with periodic boundary conditions, which allows to obtain instantaneous dependences during the period of currents, electromagnetic torque, capacities and other coordinates. **Practical significance.** Using the developed algorithm, it is possible to calculate the static characteristics of periodic processes as dependencies on different parameters of the cycle of periodic load or other coordinates, which is the basis for the choice of the motor for overload, power, heating, etc., as well as to detect the possibility of resonance. References 9, figures 4.

Key words: induction motor, periodic load, mathematical model, steady-state dynamic mode, transient, static characteristics, saturation of the magnetic core, displacement of current.