

О.О. Пальчиков

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ГЕТЕРОГЕННОГО МАТЕРИАЛА

*Обґрунтовано застосування методу, заснованого на чисельному розрахунку електростатичного поля для визначення ефективної діелектричної проникності гетерогенного матеріалу, який заміняється системою однорідних об'ємів з відомими фізичними характеристиками. Для сухого, вологого і просоченого трансформаторним маслом ізоляційних паперів різних марок визначені діелектричні проникності. Результати розрахунку за запропонованими моделями зіставлялися з результатами, отриманими на основі шаруватої моделі, моделей Релея і Оделевського. Запропоновані апроксимаційні залежності на основі узагальненого виразу Ліхтенеккера для визначення діелектричної проникності ізоляційних паперів. Бібл. 10, табл. 3, рис. 4.*

*Ключові слова:* ефективна діелектрична проникність, електростатичне поле, енергія, метод скінчених елементів, циліндричні об'єми.

*Обосновано применение метода, основанного на численном расчете электростатического поля для определения эффективной диэлектрической проницаемости гетерогенного материала, который представляется системой однородных объемов с известными физическими характеристиками. Для сухой, влажной и пропитанной трансформаторным маслом изоляционных бумаг различных марок определены диэлектрические проницаемости. Результаты расчета по предложенным моделям сопоставлялись с результатами, полученными на основе слоистой модели, моделей Рэлея и Оделевского. Предложены аппроксимационные зависимости на основе обобщенного выражения Лихтенеккера для определения диэлектрической проницаемости изоляционных бумаг. Библ. 10, табл. 3, рис. 4.*

*Ключевые слова:* эффективная диэлектрическая проницаемость, электростатическое поле, энергия, метод конечных элементов, цилиндрические объемы.

**Введение.** При производстве электрических машин, аппаратов и силовых конденсаторов применяются различные изоляционные материалы, как многокомпонентные (лакоткани и лакобумаги, электроизоляционные ленты, слоистые пластики, электротехническая керамика), так и практически однородные, например слюдяные и целлюлозные бумаги. Последние, однако, содержат большое количество полостей, которые могут быть заполнены атмосферным воздухом и влагой или пропитывающим диэлектриком. Поэтому диэлектрическая проницаемость, проводимость и пробивные напряжения изоляционных материалов является сложной функцией от наличия и размещения в объеме диэлектрика тех или иных компонентов. В данной работе рассматривается влияние состава изоляционного материала на его эффективную диэлектрическую проницаемость.

**Обзор литературы.** Для расчета эффективной диэлектрической проницаемости (ЭДП)  $\epsilon_{\text{eq}}$  двухкомпонентных материалов могут применяться формулы Винера, Рэлея, Максвелла, обобщенная Лихтенеккера соответственно для плоских, цилиндрических, сферических и зернистых включений [1, 2], а также формула Оделевского для статистических смесей:

$$(\epsilon_{\text{eq}} + k)^{-1} V_{\Sigma} = (\epsilon_1 + k)^{-1} V_1 + (\epsilon_2 + k)^{-1} V_2; \quad (1)$$

$$(\epsilon_{\text{eq}} - \epsilon_1) / (\epsilon_{\text{eq}} + \epsilon_2) = (\epsilon_2 - \epsilon_1) (\epsilon_2 + \epsilon_1)^{-1} V_2 V_{\Sigma}^{-1}; \quad (2)$$

$$\epsilon_{\text{eq}} = \epsilon_1 [1 + (3V_2(\epsilon_2 - \epsilon_1) / V_{\Sigma}) / (\epsilon_2 + 2\epsilon_1 - V_2(\epsilon_2 - \epsilon_1) / V_{\Sigma})]; \quad (3)$$

$$\epsilon_{\text{eq}}^m V_{\Sigma} = \sum_{j=1}^n V_j \epsilon_j^m; \quad (4)$$

$$\epsilon_{\text{eq}} = A + \sqrt{A^2 + \epsilon_1 \epsilon_2} / 2, \quad (5)$$

где  $\epsilon_1, \epsilon_2$  – диэлектрические проницаемости компонентов материала;  $V_{\Sigma}, V_1, V_2$  – суммарный объем и объемы компонентов материала соответственно;

$k$  – коэффициент Винера,  $0 \leq k \leq \infty$ ;  $n$  – количество компонентов материала;  $m$  – показатель Лихтенеккера,  $-1 \leq m \leq 1$ ;  $A$  – параметр Оделевского

$$A = [(3V_1 / V_{\Sigma} - 1)\epsilon_1 + (3V_2 / V_{\Sigma} - 1)\epsilon_2] / 4.$$

Использование формул (1), (4) затруднено в силу неизвестных коэффициентов  $k$  и  $m$ . Формулы (2), (3) и (5) выведены, исходя из определенных допущений, нарушение которых может привести к значительной погрешности.

Для определения ЭДП пропитанной бумаги в [3] предлагается использовать модель последовательно соединенных слоев, что является достаточно грубым приближением.

В [4-6], используя двояко- и тройкопериодическую модель Рэлея, рассчитываются эффективные параметры материала на основе решения полевой статической задачи методом суммирования мультипольных взаимодействий. Полевые модели в этих работах для приведения бесконечных сумм взаимодействий к их конечной сумме ограничиваются лишь ближайшими соседями относительно выбранного включения.

Расчет ЭДП может основываться на механизме поляризации [7]. Такой подход в основном применяется только для чистых веществ с рассмотрением процессов на ионном и молекулярном уровнях. В [8] на основе полевых моделей объяснены электрофизические свойства композита на основе цемента.

Следовательно, достаточно точное определение осредненных характеристик материала основывается на решении соответствующей полевой модели системы сплошных веществ, расположенных в объеме материала в соответствии с технологией его изготовления.

**Целью работы** является разработка двумерной численно-полевой модели для определения ЭДП многокомпонентного материала, представленного систе-

© О.О. Пальчиков

мой однородных объемов с известными физическими характеристиками.

**Объект исследования.** Прямоугольный параллелепипед из конденсаторной бумаги со следующими размерами: длина  $l = 100$  мкм; ширина  $b = 200$  мкм; высота  $h = 14$  мкм для бумаг КОН 0,8; КОН 2; МКОН 1 или высота  $h = 12$  мкм для бумаги СКОН 3,5. Влажность, состав и плотность выбранных марок бумаги соответствует [9].

**Математическая модель.** Основные физические свойства материалов, необходимых для построения математических моделей определения ЭДП конкретной бумаги, приведены в табл. 1. Температура изоляционной бумаги принимается  $60^\circ\text{C}$ .

Таблица 1  
Физические свойства материалов диэлектрика

Наименование	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	$\varepsilon_{20}$	$\alpha, 1/^\circ\text{C}$
Целлюлоза	1530	6,5	$0,5 \cdot 10^{-3}$
Воздух	1,06	1,00058	$-1,5 \cdot 10^{-6}$
Вода	983	80,2	$-4,02 \cdot 10^{-3}$
Трансформаторное масло	856	2,25	$-0,5 \cdot 10^{-3}$

Диэлектрическая проницаемость материала при произвольной температуре  $t$  определяется

$$\varepsilon = \varepsilon_{20} [1 + \alpha(t - 20)]. \quad (6)$$

Правдивость выражения (6) подтверждается графическими зависимостями, приведенными на рис. 1 для сухого воздуха и воды, рекомендациями в [3] для целлюлозы и линейностью зависимости диэлектрической проницаемости трансформаторного масла от температуры в пределах  $20 \dots 90^\circ\text{C}$ . Также применяется допущение об отсутствии теплового старения материала.

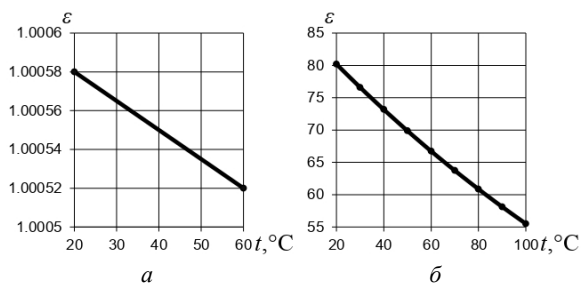


Рис. 1. Зависимости диэлектрических проницаемостей сухого воздуха (а) и воды (б) от температуры

Реальная изоляционная бумага представляется как целлюлоза с равномерно расположенными в ее объеме цилиндрическими порами. Поперечные сечения пор находятся в плоскостях, перпендикулярных длине рассматриваемого объема. В зависимости от постановки модели в порах может находиться воздух, воздух и вода, трансформаторное масло.

Объемы целлюлозы и пор находятся решением системы уравнений:

$$\begin{cases} V_p \rho_p (1 - y) = V_c \rho_c + V_a \rho_a; \\ V_w \rho_w = V_p \rho_p y; \\ V_p = V_c + V_a + V_w, \end{cases}$$

где  $V_p, V_c, V_a$  и  $V_w$  – объемы бумаги, целлюлозы, воздуха и воды соответственно;  $\rho_p, \rho_c, \rho_a$  и  $\rho_w$  – плотности бумаги, целлюлозы, воздуха и воды соответственно;  $y$  – относительное массовое содержание воды в изоляционной бумаге [9].

Электрическое поле в поперечном сечении относительно длины рассматриваемого объема изоляционной бумаги описывается следующими дифференциальными уравнениями [10]:

$$\begin{aligned} \varepsilon \nabla^2 \varphi &= -\rho; \\ \mathbf{E} &= -\nabla \varphi; \\ \mathbf{D} &= \varepsilon \mathbf{E}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\varphi$  – скалярный электростатический потенциал;  $\rho$  – объемная плотность заряда области;  $\mathbf{E}$  – вектор напряженности электрического поля;  $\mathbf{D}$  – вектор электрической индукции.

На границе раздела сред удовлетворяются следующие условия [10]:

$$\begin{cases} \mathbf{n}_{12} \times [\nabla \varphi_1 - \nabla \varphi_2] = 0; \\ \mathbf{n}_{12} \cdot (\varepsilon_1 \nabla \varphi_1 - \varepsilon_2 \nabla \varphi_2) = \sigma; \\ \varphi_1 = \varphi_2; \\ \varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \mathbf{n}_{12}} - \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial \mathbf{n}_{12}} = \sigma, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\mathbf{n}_{12}$  – нормаль из первой во вторую среду;  $\sigma$  – поверхностный заряд на границе разделов двух сред.

Уравнение (7) в кусочно-однородной диэлектрической среде сводится в каждом однородном участке к уравнению Лапласа, а диэлектрические проницаемости участков входят в решение задачи только посредством условий (8).

Второе уравнение условия (8) на границах раздела двух диэлектриков, а также диэлектрика и проводника соответственно принимает вид:

$$\varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \mathbf{n}_{12}} - \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial \mathbf{n}_{12}} = 0; \quad \varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \mathbf{n}_{12}} = \sigma.$$

На верхней и нижней плоскостях, перпендикулярных высоте рассматриваемого объема, задаются условия Дирихле соответственно  $\varphi_{d1} = 1,9$  В;  $\varphi_{d2} = -1,9$  В. Область решения ограничивается цилиндрической поверхностью с радиусом 200 мкм, длиной 100 мкм и нулевым потенциалом на ее поверхности.

После численного расчета электрического поля находится энергия, заключенная в объеме изоляционной бумаги

$$W = \int_V \frac{1}{2} \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} dv = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon (\nabla \varphi)^2 dv,$$

где  $V$  – объем, по которому производится интегрирование;  $v$  – элементарный объем.

Сопоставляя рассчитанную энергию с энергией плоского конденсатора, находится ЭДП

$$\varepsilon_{\text{eq}} = \frac{2Wh}{lb(\varphi_{d1} - \varphi_{d2})^2}.$$

Численный расчет электростатического поля методом конечных элементов реализован в программе FEMM.

Основные допущения модели: диэлектрические материалы не обладают проводимостью; заряды на

границах их раздела отсутствуют; объемные заряды в диэлектрических материалах отсутствуют, а их объемы под действием электростатического поля не меняются; идеальные проводники с бесконечно малой высотой – источники электростатического поля.

Значительная ширина исследуемого диэлектрика объясняется стремлением уменьшить краевой эффект. Проверка модели осуществлялась сравнением емкостей конденсатора с размерами 100×200×14 мкм и одинаковой толщиной целлюлозы и воздуха, полученных на основе уравнений электростатического поля методом конечных элементов и на основе аналитического выражения без учета краевого эффекта. Погрешность при этом составила 0,23 %.

**Результаты исследования.** Для вычисления ЭДП сухой и пропитанной трансформаторным маслом изоляционных бумаг использовались модели равномерно распределенных цилиндрических объе-

мов, заполненных воздухом и трансформаторным маслом соответственно, в матрицах из целлюлозы.

Для вычисления ЭДП влажной бумаги была предложена модель равномерно распределенных цилиндрических объемов, заполненных воздухом и водой, причем в этом общем объеме объем воды представлялся цилиндрическим с круговым сечением, в матрице из целлюлозы. При определении объемного содержания того или иного компонента автор отталкивался от структуры влажной бумаги (то есть бумаги с нормальным содержанием воды [9]), поэтому объем поры (сумма объема воздуха и воды для влажной бумаги) в моделях сухой и пропитанной бумаги не менялся. Вычисленные ЭДП по указанным моделям, а также по слоевой модели, моделям Рэлея и Оделевского приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты моделирования

Марка бумаги	Предлагаемая модель			Слоевая модель		Модель Рэлея	Модель Оделевского	Аппроксимационная зависимость
	Количество пор	Количество узлов модели	$\epsilon_{\text{eq}}$	Количество узлов модели	$\epsilon_{\text{eq}}$	$\epsilon_{\text{eq}}$	$\epsilon_{\text{eq}}$	$\epsilon_{\text{eq}}$
сухая бумага								
Бумага КОН 0,8	248	662632	3,052	4607	1,682	4,500	2,860	3,052
Бумага КОН 2	248	702562	4,370	4749	2,543	5,300	4,456	4,507
Бумага МКОН 1	248	693639	3,674	4920	2,048	4,895	3,667	3,783
Бумага СКОН 3,5	248	750148	4,966	4872	3,150	5,665	5,114	5,123
влажная бумага								
Бумага КОН 0,8	248	4462060	3,403	5566	1,912	–	–	2,740
Бумага КОН 2	248	4877348	5,185	5652	3,503	–	–	5,185
Бумага МКОН 1	248	4744585	4,130	5509	2,448	–	–	3,634
Бумага СКОН 3,5	248	3782978	6,262	6711	5,095	–	–	6,808
пропитанная бумага								
Бумага КОН 0,8	248	662632	3,949	4607	3,233	4,789	3,914	3,949
Бумага КОН 2	248	702562	5,000	4749	4,212	5,525	5,068	5,06
Бумага МКОН 1	248	693639	4,453	4920	3,686	5,155	4,503	4,516
Бумага СКОН 3,5	248	750148	5,448	4872	4,755	5,835	5,540	5,525

Уменьшение значений ЭДП по слоевой модели относительно предложенной объясняется необходимостью прохождения всего электрического потока через область с низкой диэлектрической проницаемостью. Модель Рэлея также не может претендовать на хорошее описание изменения ЭДП при изменении объемов и свойств компонентов материала и дает завышенные значения. Модель Оделевского определяет ЭДП с точностью –2,98...6,3 % и –1,7...0,9 % для сухой и пропитанной бумаги соответственно. На основе полевых моделей и обобщенной формулы Лихтенеккера предложены аппроксимационные зависимости для расчета ЭДП изоляционных бумаг. Показатели аппроксимационных зависимостей для сухой, влажной и пропитанной трансформаторным маслом

бумаг составили 0,495; –0,283 и 0,391 соответственно. Вычисленные ЭДП данным способом приведены в табл. 2.

Влияние количества включений на значение ЭДП сухой бумаги КОН 2 показано на рис. 2, из которого видно, что при увеличении количества равномерно распределенных объемов включений точность модели возрастает до тех пор, пока не начинает ограничиваться точностью отображения границ этих объемов. Следовательно, предложенные модели при указанных в табл. 2 количествах пор достаточно точно позволяют определить ЭДП.

Кроме указанной выше модели влажной бумаги рассматривались также модели с цилиндрическим объемом воды и секторным сечением, а также с

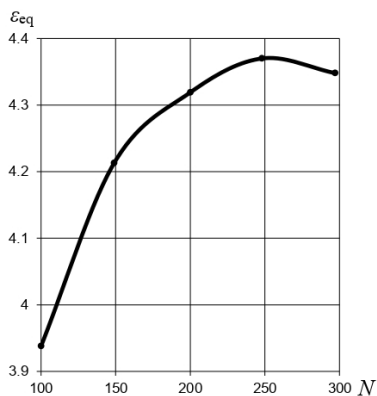


Рис. 2. Зависимость диэлектрической проницаемости от количества пор модели сухой бумаги марки КОН 2

цилиндрическим объемом воды, в полости которой коаксиально расположен цилиндрический объем воздуха.

Максимальное расхождение ЭДП, вычисленных по моделям с круговым и секторным сечением объема воды, составило 2,9 %, поэтому данные модели равнозначные. Примеры распределения электростатического поля в указанных моделях приведены на рис. 3 и рис. 4. Как видно из рис. 3 и рис. 4, при практически идентичных ЭДП модуль напряженности электрического поля в воздухе первой модели больше чем во второй. Значения ЭДП, определенные по моделям с

полым цилиндрическим объемом воды, в 1,36...1,8 раза больше, чем в модели с цилиндрическим объемом кругового сечения, что объясняется образованием пути с повышенным значением диэлектрической проницаемости. Данная модель была отброшена по причине наличия локального экстремума значения ЭДП при изменении марок бумаги.

Для модели сухой бумаги марки КОН 2 и количества пор 100 исследовалось влияние расположения пор в узлах прямоугольной и параллелограммной сетки на конечный результат. Максимальное расхождение при этом составило 0,8 %.

Известно, что бумага СКОН характеризуется значительным, до 1 %, содержанием золы. Золой при производстве бумаги можно считать сульфат кальция. Вычисленные значения ЭДП изоляционной бумаги СКОН с учетом золы приведены в табл. 3. Погрешность не учета золы составила 0,8...1,3 %.

Таблица 3  
Результаты моделирования бумаги СКОН 3,5 с включениями золы 1 %

Тип бумаги	Количество пор	Количество включений золы	Количество узлов модели	$\epsilon_{eq}$
Сухая	248	49	843735	4,925
Влажная	248	49	3997067	6,182
Пропитанная	248	49	843735	5,415

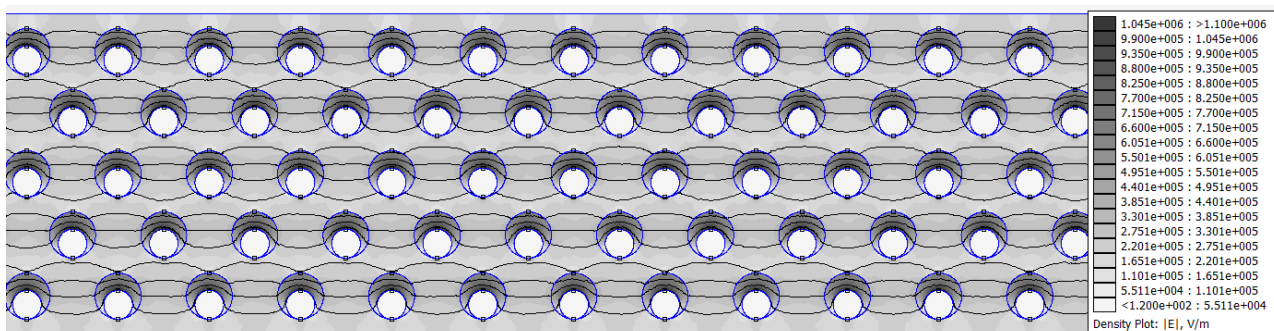


Рис. 3. Распределение электростатического поля в модели влажной бумаги марки КОН 2 с круговым поперечным сечением объема воды

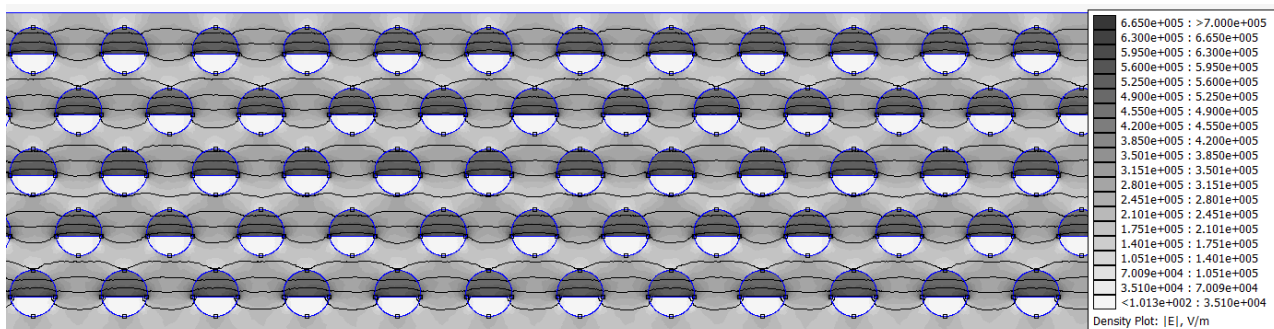


Рис. 4. Распределение электростатического поля в модели влажной бумаги марки КОН 2 с секторным поперечным сечением объема воды

### Выводы.

1. Показана принципиальная возможность описания диэлектрической проницаемости смеси компонентов на основе полевых моделей при известных диэлектрической проницаемости каждого из компонентов, их объемном содержании и особенности их расположения. Разработаны полевые модели опреде-

ления ЭДП сухой, влажной и пропитанной трансформаторным маслом изоляционных бумаг.

2. Адекватность разработанных моделей подтверждается следующим: при увеличении количества цилиндрических объемов внутри матрицы ЭДП асимптотически стремится к некоей конечной величине.

3. Слоевая модель и модель Рэлея дают соответственно заниженные и завышенные значения ЭДП относительно предложенной полевой модели. Эти альтернативные модели приемлемо описывают только смесь компонентов с близкими значениями диэлектрических проницаемостей.

4. Аппроксимационные зависимости поведения ЭДП смесей компонентов при изменении их объемного содержания, построенные на основе обобщенной модели Лихтенеккера и предложенных полевых моделей, имеют соизмеримую точность с моделью Оделевского для двухкомпонентных материалов и уменьшенную погрешность в 2 раза относительно слоевой модели для трехкомпонентных материалов.

5. Модели с расположением цилиндрических объемов в узлах прямоугольной и параллелограммной сеток дают одинаковый результат при вычислении ЭДП макроскопически однородного гетерогенного материала.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Raju G. G. *Dielectrics in electric fields*. New York, Marcel Dekker, 2003. 578 p.
2. Moulson A.J., Herbert J.M. *Electroceramics: materials, properties, applications*. Chichester, John Wiley & Sons Ltd, 2006. 557 p.
3. Щеглов Н.В. Современные виды изоляции. Изоляция силовых конденсаторов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 116 с.
4. Балагуров Б.Я., Кашин В.А. Электрофизические свойства трехмерной модели Рэлея. *Журнал технической физики*, 2007, Т. 77, № 2, С. 72-80.
5. Емец Ю.П. Электрические характеристики трехкомпонентных диэлектрических композитов с плотной упаковкой включений. *Прикладная механика и техническая физика*, 2001, Т. 42, № 4, С. 165-176.
6. Толмачев С.Т., Юхимович Д.Л. Задача приведения для регулярной системы полых круговых цилиндров с произвольной решеткой периодов. *Технічна електродинаміка*, 2011, № 2, С. 11-17.
7. He T. Effects of impurities on silicon dioxide dielectric properties. *Advanced Materials Research*, 2014, vol. 1022, pp. 56-59. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.1022.56.
8. Chen R.J., Zhang Y., Wang B. Numerical simulation study on the cement-based absorbing material. *Advanced Materials Research*, 2013, vol. 853, pp. 169-173. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.853.169.
9. ДСТУ 3467-96. Папір конденсаторний. Загальні технічні умови. – К.: Держстандарт України, 1996. – 34 с.
10. Stratton J.A. *Electromagnetic theory*. Hoboken, IEEE Press, 2007. 630 p.

#### REFERENCES

1. Raju G. G. *Dielectrics in electric fields*. New York, Marcel Dekker, 2003. 578 p.
2. Moulson A.J., Herbert J.M. *Electroceramics: materials, properties, applications*. Chichester, John Wiley & Sons Ltd, 2006. 557 p.
3. Shcheglov N.V. *Sovremennye vidy izoliatsii. Izoliatsiia silovykh kondensatorov* [Modern types of isolation. Power capacitor isolation]. Novosibirsk, NSTU Publ., 2016. 116 p. (Rus).
4. Balagurov B.Ya., Kashin V.A. Electrophysical properties of the Rayleigh three-dimensional model. *Technical Physics*, 2007, vol. 52, no. 2, pp. 216-225. doi: 10.1134/s1063784207020119.
5. Emets Yu.P. Electrical characteristics of three-component dielectric composites with close-packed inclusions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2001, vol. 42, iss. 4, pp. 704-713. doi: 10.1023/A:1019272201997.

6. Tolmachev S.T., Yukhymovych D.L. The problem of reducing the hollow circular cylinders with arbitrary grating of periods for regular system. *Technical Electrodynamics*, 2011, no. 2, pp. 11-17. (Rus).

7. He T. Effects of impurities on silicon dioxide dielectric properties. *Advanced Materials Research*, 2014, vol. 1022, pp. 56-59. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.1022.56.

8. Chen R.J., Zhang Y., Wang B. Numerical simulation study on the cement-based absorbing material. *Advanced Materials Research*, 2013, vol. 853, pp. 169-173. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.853.169.

9. ДСТУ 3467-96. Папір конденсаторний. Загальні технічні умови. [DSTU 3467-96. State standard of Ukraine. Capacitor paper. General technical conditions]. Kyiv, Derzhstandart of Ukraine Publ., 1996. 34 p. (Ukr).

10. Stratton J.A. *Electromagnetic theory*. Hoboken, IEEE Press, 2007. 630 p.

Поступила (received) 17.01.2020

Пальчиков Олег Олегович, к.т.н.,

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова, 54025, Николаев, пр. Героев Украины, 9, тел/phone +380 95 8934509; e-mail: ole2012hulk@gmail.com

O.O. Palchykov

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, 9, Heroyiv Ukraine Ave, Mykolaiv, Ukraine, 54025.

#### Determination of the effective permittivity of a heterogeneous material.

**Purpose.** To develop a two-dimensional numerical-field model for determining the effective permittivity of a multicomponent material represented by a system of homogeneous volumes with known physical characteristics. **Methodology.** The model is based on the solution by the finite element method of an electrostatic problem with the subsequent determination of the energy contained in the volume under consideration. Then we have compared this result with the energy of a flat capacitor with a rectangular cross-section of the plates and determined the effective permittivity of test material. We also have used Rayleigh, Odelevsky and Lichtenecker models and the model with a perpendicular arrangement of layers relative to the main electric flux. **Results.** Based on the developed field model, the effective permittivities for dry, wet and transformer oil-soaked insulating papers of various grades, including taking into account ash, are determined. We have proved that a macroscopically homogeneous multicomponent material is well approximated by uniformly spaced cylindrical volumes with a substance of different nature in a matrix of another substance. We have showed a significant error of the layer model and the Rayleigh model relative to the proposed model. We have showed the equivalence of models with the location of inclusions in the nodes of a rectangular and parallelogram mesh. **Originality.** For the first time we have proposed wet paper models with an asymmetric arrangement of a cylindrical volume of water with a circular and segment cross-section in a cylindrical pore. For the first time we have proposed models of insulating paper with evenly spaced cylindrical inclusions of different volumes. **Practical value.** The proposed model allows to calculate the effective permittivity of an inhomogeneous material with a given accuracy without restricting the shape of the components. Based on the proposed field model, it is possible to determine the Lichtenecker index, which allows to calculate the effective permittivity for any ratio of the volumes of the components of a heterogeneous material. References 10, tables 3, figures 4.

**Key words:** effective permittivity, electrostatic field, energy, finite element method, cylindrical volumes.