

В.С. Маляр, А.В. Маляр, А.С. Андреїшин

МЕТОД РОЗРАХУНКУ МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ З КОРОТКОЗАМКНЕНИМ РОТОРОМ

Запропоновано алгоритм розрахунку механічних характеристик асинхронних двигунів з короткозамкненим ротором при різних частотах напруги живлення. В основу розрахунку покладено математичну модель асинхронного двигуна, в якій враховується насичення магнітопроводу і витіснення струму в стержнях короткозамкненого ротора. Електромагнітні процеси у двигуні описуються системою нелінійних рівнянь електричної рівноваги, записаної в перетворених до ортогональних осей координат, яка розв'язується ітераційним методом Ньютона разом з методом продовження по параметру. Для обчислення поточкозчеплень контурів та диференціальних індуктивностей використовуються характеристики намагнічування основним магнітним потоком, а також потоками розсіювання статора і ротора. Для урахування витіснення струму в стержнях ротора короткозамкнена обмотка подається у вигляді багатощарової структури, утвореної розбиттям стержнів по висоті на кілька шарів. Бібл. 10, рис. 3.

Ключові слова: асинхронний двигун, короткозамкнена обмотка, статичні характеристики, насичення, витіснення струму.

Предложен алгоритм расчета механических характеристик асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором при разных частотах напряжения питания. В основу расчета положена математическая модель асинхронного двигателя, в которой учитывается, насыщение магнітопровода и вытеснение тока в стержнях короткозамкнутого ротора. Электромагнитные процессы в двигателе описываются системой нелинейных уравнений электрического равновесия, составленной в преобразованных к ортогональным осям координат, которая решается итерационным методом Ньютона вместе с методом продолжения по параметру. Для вычисления поточкозчеплений контуров и дифференциальных индуктивностей используются характеристики намагничивания основным магнитным потоком, а также потоками рассеяния статора и ротора. Для учета вытеснения тока в стержнях ротора короткозамкнутая обмотка представляется в виде многослойной структуры, образованной разбитием стержней по высоте на несколько слоев. Библ. 10, рис. 3.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, короткозамкнутая обмотка, статические характеристики, насыщение, вытеснение тока.

Вступ. В сучасних асинхронних електроприводах для регулювання швидкості обертання ротора застосовують перетворювачі частоти. Такий спосіб регулювання забезпечує високі техніко-економічні показники, оскільки частотно-керуваний електропривод відкриває широкі можливості використання асинхронних двигунів (АД) в якісно нових технологічних процесах і забезпечує високу енергоефективність. Розроблення надійних і якісних мікропроцесорних систем дає змогу з високою точністю керувати роботою електроприводу відповідно до вимог конкретного технологічного процесу, що не тільки забезпечує його якість, але й економію електроенергії. Теоретичні й практичні аспекти частотного керування викладені в багатьох фундаментальних працях [1-4], а особливості й аналіз скалярного та векторного керування – в оглядових статтях [5, 6]. Однак проблема розроблення методів дослідження механічних характеристик АД при різних законах зміни напруги живлення, незважаючи на велику кількість публікацій, залишається не вирішеною на належному рівні.

Як відомо, зміною частоти напруги живлення АД можна плавно регулювати кутову швидкість обертання магнітного поля статора, причому ковзання ротора при цьому не змінюється. Для електроприводів з малим діапазоном регулювання і порівняно невисокими динамічними властивостями використовують так зване скалярне керування [1, 4], яке є порівняно простим в реалізації. На відміну від векторного, воно засноване на використанні модулів величин, якими визначається електромагнітний момент. Оскільки електромагнітні процеси залежать від внутрішніх параметрів

АД, то неточність їх визначення призводить до неточності визначення електромагнітного моменту i , як наслідок, значних відхилень швидкості обертання ротора від заданої [1]. Це зумовлено тим, що в існуючих алгоритмах керування частотно-регульованими асинхронними електроприводами використовуються математичні моделі АД, побудовані на основі заступних схем або лінійних диференціальних рівнянь [1-4], а механічні характеристики розраховуються за формулою Клосса, яка є наближеною. Зміна параметрів короткозамкненого ротора, зокрема активного опору, не враховується або враховується відповідними коефіцієнтами. Використання класичних заступних схем не дає можливості адекватно врахувати всі чинники, що впливають на процеси в двигуні при зміні частоти, і не гарантує достовірності результатів розрахунку, особливо для глибокопазних АД. Не вирішують проблеми адекватності результатів математичного моделювання і заступні схеми із змінними частотнозалежними параметрами, оскільки внаслідок насичення магнітопроводу поточкозчеплення контурів АД, а отже і електромагнітні параметри нелінійно залежать від усіх його струмів і їх частоти.

Для керування роботою АД, який працює в системі частотно-регульованого електропривода, необхідно знати значення його внутрішніх параметрів, зокрема активних й реактивних опорів обмоток статора та ротора, які неперервно змінюються. Беззаперечно, що найбільш точно їх можна визначити на основі розв'язування задачі в польовій постановці [7, 8],

однак такі програми потребують значного обсягу пам'яті та часу на розрахунок, а тому не можуть задовольнити вимог щодо швидкодії реагування частотно-перетворювача на перебіг процесу. Проміжне становище займають колові методи розрахунку електромагнітних параметрів та активних опорів. Отже актуальною є задача розроблення математичної моделі, яка дає змогу розраховувати механічні характеристики з урахуванням зміни параметрів внаслідок насичення магнітопроводу і витіснення струму в стержнях короткозамкненої обмотки як таких, що мають визначальний вплив на характеристики АД. Крім того, для ефективного частотного керування електроприводом важливим і визначальним чинником є швидкодія і громіздкість програм розрахунку частотних характеристик асинхронних електроприводів, які покладені в основу алгоритмів керування.

Метою роботи є розроблення числового методу розрахунку механічних характеристик при різних законах зміни напруги живлення АД та її частоти з використанням математичної моделі, в основу якої покладено рівняння електромагнітної рівноваги контурів двигуна, які дають можливість враховувати насичення магнітопроводу і витіснення струму в стержнях короткозамкненого ротора.

Математична модель. Об'єктом дослідження є АД з короткозамкненою обмоткою ротора, який живиться від трифазної мережі з симетричною системою напруг. Для аналізу електромагнітних процесів в АД використовується математична модель, створена з використанням ортогональних координатних осей, яка дає змогу здійснити аналіз процесів шляхом комп'ютерного моделювання з урахуванням як насичення, так і витіснення струму в стержнях короткозамкненої обмотки ротора з мінімальним обсягом обчислень. Для врахування насичення використовуються характеристики намагнічування як основним магнітним потоком, так і потоками розсіювання, а для врахування витіснення струму стержні разом із короткозамикаючими кільцями розділяються по висоті на n шарів, внаслідок чого на роторі отримуємо n обмоток, які охоплені різними магнітними потоками розсіювання. Ідея такого підходу викладена в [9]. Як показано в [10], на практиці $n \leq 5$. Трифазну обмотку статора та багатофазну обмотку ротора приводимо до двофазних обмоток за загальноприйнятою методикою.

Електромагнітні процеси в динамічних режимах АД описуються системою диференціальних рівнянь, яка в системі ортогональних осей x, y за умови постійної швидкості обертання ротора зводяться до алгебричних. Якщо сумістити зображуючий вектор напруги живлення з віссю x , що зазвичай практикується, ця система має вигляд

$$\begin{aligned} \omega_0 \psi_{sy} - r_r i_{sx} + U_m &= 0; \\ -\omega_0 \psi_{sx} - r_s i_{sy} &= 0; \\ s \omega_0 \psi_{r1y} - r_1 i_{r1x} &= 0; \\ -s \omega_0 \psi_{r1x} - r_1 i_{r1y} &= 0; \\ &\dots \\ s \omega_0 \psi_{rny} - r_n i_{rnx} &= 0; \\ -s \omega_0 \psi_{rnx} - r_n i_{rny} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де U_m – амплітудне значення фазної напруги; $\psi_{sx}, \psi_{sy}, \psi_{r1x}, \psi_{r1y}, \dots, \psi_{rnx}, \psi_{rny}$ – потокозчеплення та струми $i_{sx}, i_{sy}, i_{r1x}, i_{r1y}, \dots, i_{rnx}, i_{rny}$ – перетворених контурів статора і ротора відповідно; $r_s, r_{r1}, \dots, r_{rn}$ – активні опори цих контурів; ω – кутова частота напруги живлення; s – ковзання ротора.

Потокозчеплення контурів визначаються на основі використання кривих намагнічування основним магнітним потоком ψ_μ та потоками розсіювання обмоток $\psi_{\sigma s}$ статора та $\psi_{\sigma r}$ ротора

$\psi_\mu = \psi_\mu(i_\mu), \psi_{\sigma s} = \psi_{\sigma s}(i_s), \psi_{\sigma r} = \psi_{\sigma r}(i_r)$.
де i_μ, i_s, i_r – модулі зображувальних векторів відповідних струмів: намагнічування, статора та ротора

$$i_\mu = \sqrt{(i_{sx} + i_{rx})^2 + (i_{sy} + i_{ry})^2};$$

$$i_s = \sqrt{i_{sx}^2 + i_{sy}^2}; \quad i_r = \sqrt{i_{rx}^2 + i_{ry}^2}.$$

Оскільки стержень розділений по висоті на n елементів, то струми ротора визначаються як сума струмів у них

$$i_{rx} = \sum_{j=1}^n i_{rjx}; \quad i_{ry} = \sum_{j=1}^n i_{rjy}.$$

Електромагнітний момент АД, в координатних осях x, y визначається за формулою

$$M_e = 1,5 p_0 (\psi_{sx} i_{sy} - \psi_{sy} i_{sx}),$$

де p_0 – кількість пар полюсів.

Активна і реактивна потужності визначаються за формулами

$$P = 1,5 (u_{sx} i_{sx} - u_{sy} i_{sy}); \quad Q = 1,5 (u_{sy} i_{sx} - u_{sx} i_{sy}).$$

Алгоритм розрахунку характеристик. Основою алгоритму є розрахунок усталеного режиму роботи АД при заданому ковзанні s , який описується системою алгебричних рівнянь (1), а статична характеристика розраховується як сукупність усталених режимів. Суть розрахунку усталеного режиму полягає у визначенні векторів струмів та потокозчеплень контурів двигуна, з використанням яких можна визначити електромагнітний момент, активну і реактивну потужності тощо.

За умови заданих значень напруги живлення обмотки статора і ковзання розрахунок усталеного режиму зводиться до розв'язування системи алгебричних рівнянь (1). Внаслідок насичення магнітопроводу АД електромагнітні зв'язки між його електричними контурами нелінійні, отже потокозчеплення кожного контуру нелінійно залежить від вектора струмів

$$\vec{i} = \text{colon}(i_{sx}, i_{sy}, i_{r1x}, i_{r1y}, \dots, i_{rnx}, i_{rny}),$$

які залежать від значення напруги живлення і визначаються електромагнітними параметрами АД.

Одним із найбільш ефективних методів розв'язування нелінійних систем алгебричних рівнянь є ітераційний метод Ньютона, згідно з яким на кожному k -му кроковій ітерації вектор \vec{i} уточнюється за формулами

$$\vec{i}^{(k+1)} = \vec{i}^{(k)} - \Delta \vec{i}^{(k)}; \quad A \Delta \vec{i}^{(k)} = \vec{Q}^{(k)}, \quad (2)$$

де $\vec{Q}^{(k)}$ – вектор нев'язок системи (1) при $\vec{i} = \vec{i}^{(k)}$;

A – матриця Якобі, елементами якої є диференціальні індуктивності $L_{j,k}$ контурів (власних при $j = k$ і взаємних при $j \neq k$) і їхні активні опори.

Для забезпечення збіжності ітераційного процесу необхідно отримати початкове наближення вектора невідомих, яке знаходиться в зоні притягання методу. Ця задача розв'язується диференціальним методом, суть якого стосовно розв'язуваної задачі полягає в наступному.

Уведемо в систему (1) скалярний параметр ε шляхом множення на нього напруги $u_{sx} = \varepsilon U_m$. В результаті диференціювання отриманої нелінійної системи по ε отримаємо ДР вигляду

$$A \frac{d\vec{i}}{d\varepsilon} = \vec{u}, \quad (3)$$

де $\vec{u} = \text{colon}(U_m, 0, \dots, 0)$.

Інтегрування по параметру ε в межах від $\varepsilon = 0$ до $\varepsilon = 1$ еквівалентне збільшенню прикладеної напруги від нуля до заданого значення. Початкові умови (значення вектора \vec{i}) – нульові, оскільки при $\varepsilon = 0$ вектор прикладених напруг дорівнює нулю. На кожному крокові інтегрування уточнюємо вектор \vec{i} методом Ньютона. Поступове нарощування прикладеної напруги дає змогу на кожному крокові забезпечити збіжність ітераційного процесу, а отже за кілька кроків інтегрування методом Ейлера отримати значення вектора струмів \vec{i} при заданому значенні амплітуд фазних напруг U_m .

Отримані значення є початковими умовами для розрахунку характеристик як залежностей координат від ковзання.

Таким чином, алгоритм розрахунку пускової статичної характеристики складається з двох етапів: на першому здійснюється розрахунок усталеного режиму роботи АД при заданих значеннях ковзання і напруги живлення обмотки статора, а на другому – розрахунок багатовимірної статичної характеристики як залежностей $\vec{i} = \vec{i}(s)$ координат вектора струмів контурів від ковзання. При цьому напруга і частота приймаються незмінними, а ковзання змінюється в заданих межах. Зокрема, для розрахунку статичної механічної характеристики АД при заданій частоті напруги живлення необхідно задатись значенням ковзання $s = 1$ і за викладеним вище алгоритмом визначити значення координат режиму при заданому значенні амплітуди напруги живлення, а потім, поступово зменшуючи величину ковзання з кроком Δs до нуля, ітераційним методом розрахувати багатовимірну залежність $\vec{i} = \vec{i}(s)$, а отже і $\vec{\psi} = \vec{\psi}(s)$ та електромагнітного моменту $M = M(s)$.

На кожному крокові інтегрування, а також ітераційного уточнення вектора \vec{i} методом Ньютона необхідно визначати диференціальні індуктивності контурів як є нелінійні функції вектора \vec{i} струмів.

Результати досліджень. Приклад результатів розрахунку характеристик двох типів АД однакової потужності, які відрізняються кількістю пар полюсів, один з яких має звичайне виконання (4A160S4Y3, $P = 15$ кВт, $U = 220$ В, $I = 29,2$ А, $p_0 = 3$), а другий – підвищений пусковий момент (4AP160S4Y3,

$P = 15$ кВт, $U = 220$ В, $I = 29,9$ А, $p_0 = 2$) за рахунок подвійної клітки ротора наведено на рис. 1.

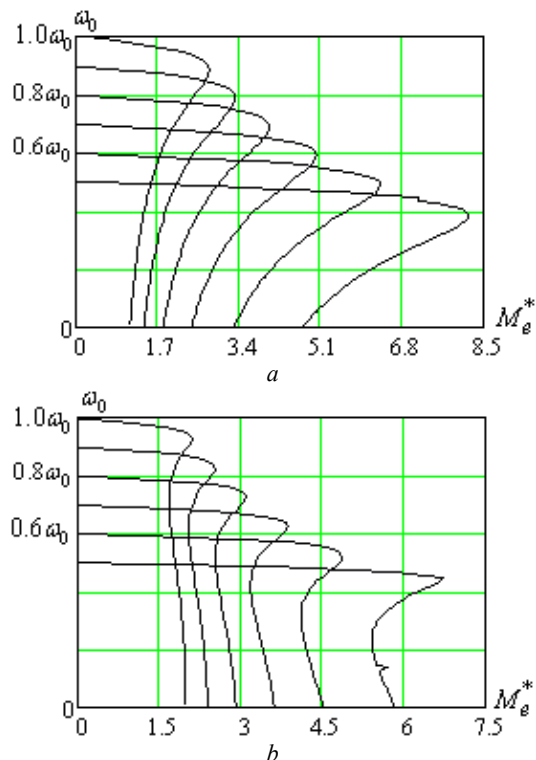


Рис. 1. Механічні характеристики двигунів 4A160S4Y3 (a) і 4AP160S4Y3 (b), розраховані при незмінній амплітуді напруги живлення і різних її частотах f

На рис. 2 наведені механічні характеристики двигунів, розраховані при різних частотах напруги живлення за умови регулювання напруги згідно із законом $U_m/f = \text{const}$.

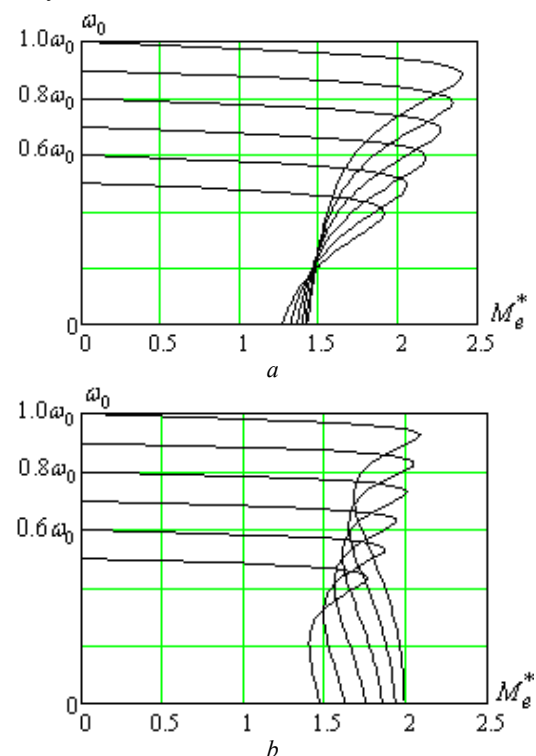


Рис. 2. Механічні характеристики двигунів: 4A160S4Y3 (a) і 4AP160S4Y3 (b), розраховані при різних частотах напруги живлення за умови регулювання напруги за законом $U_m/f = \text{const}$

Аналіз результатів розрахунків (рис. 1, 2) свідчить, що загальний вигляд характеристик електромагнітного моменту для АД з різною формою пазів короткозамкненої обмотки ротора суттєво відрізняється, а зниження напруги пропорційно до зменшення частоти не забезпечує незмінність переважувальної здатності АД.

Наведеним на рис. 2 характеристикам електромагнітного моменту відповідають характеристики активної потужності (рис. 3).

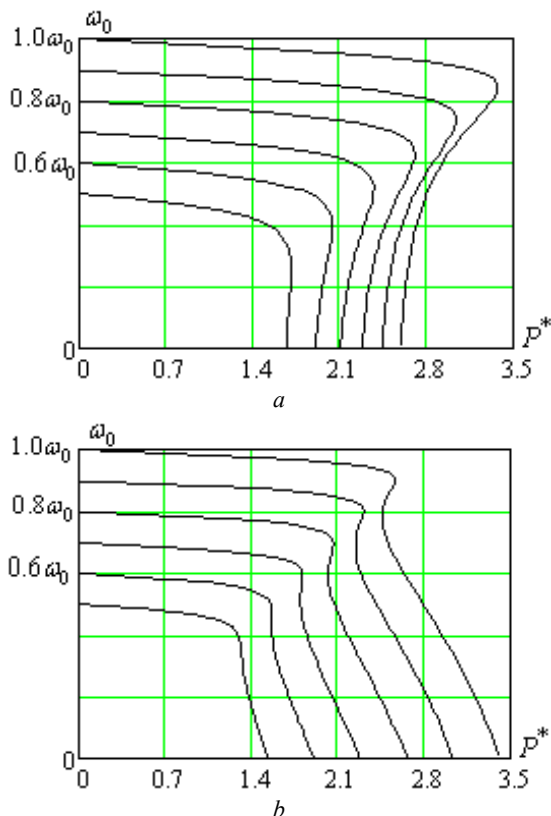


Рис. 3. Характеристики активної потужності, які відповідають зображенням на рис. 2, а, б механічним характеристикам

Висновки.

1. Запропонований метод розрахунку дає змогу методами математичного моделювання здійснювати аналіз механічних характеристик асинхронних двигунів з короткозамкненим ротором з урахуванням насичення та витіснення струмів у стержнях ротора при різних законах регулювання напруги та частоти з метою забезпечення необхідного закону зміни електромагнітного моменту.

2. Розроблений алгоритм розрахунку має в своїй основі математичну модель АД, в якій використовуються реальні, розраховані на основі геометрії магнітопроводу АД характеристики намагнічування, й розділення по глибині пазів стержнів короткозамкненої обмотки на елементарні, що дає змогу адекватно врахувати насичення та витіснення струму, чим забезпечується точність результатів розрахунку.

3. Розроблена математична модель і створений на її основі алгоритм розрахунку може бути використано для проектування частотно-регульованих електроприводів з метою формування необхідних характеристик.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Пивняк Г.Г., Волков А.В. Современные частотно-регулируемые асинхронные электроприводы с широтно-импульсной модуляцией. – Днепропетровск: НГУ, 2006. – 470 с.
2. Novotny D.W., Lipo T.A. Vector Control and Dynamics of AC Drives. – Clarendon Press Oxford, 2003. – 440 p.
3. Pabitra Kumar Behera, Manoj Kumar Behera, Amit Kumar Sahoo. Speed Control of Induction Motor using Scalar Control Technique // International Journal of Computer Applications. Proceedings on International Conference on Emergent Trends in Computing and Communication ETCC. – 2014. – no.1. – pp. 37-39.
4. Aspalli M.S., Asha R., Hunagund P.V. Three phase induction motor drive using IGBTs and constant V/F method // International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. – 2012. – vol.1. – iss.5. – pp. 463-469.
5. Finch J.W., Giaouris D. Controlled AC Electrical Drives // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2008. – vol.55. – no.2. – pp. 481-491. doi: 10.1109/TIE.2007.911209.
6. Boldea I. Control issues in adjustable speed drives // IEEE Industrial Electronics Magazine. – 2008. – vol.2. – no.3. – pp. 32-50. doi: 10.1109/MIE.2008.928605.
7. Васильковский Ю.Н., Гайденко Ю.А., Цивинский С.С. Определение интегральных характеристик электрических машин методами теории электромагнитного поля // Электротехника і електромеханіка. – 2006. – №1. – С. 28-32. doi: 10.2098/2074-272X.2016.01.05.
8. Мильх В.И., Полякова Н.В. Определение электромагнитных параметров электрических машин на основе численных расчетов магнитных полей // Электротехника і електромеханіка. – 2006. – №2. – С. 40-46. doi: 10.2098/2074-272X.2016.02.09.
9. Rogers G.J., Benaragama D.S. An induction motor model with deep-bar effect and leakage inductance saturation // Archiv für Elektrotechnik. – 1978. – vol.60. – no.4. – pp. 193-201. doi: 10.1007/bf01595160.
10. Stakhiv P., Malyar A. Influence of saturation and skin effect on current harmonic spectrum of asynchronous motor powered by thyristor voltage regulator // Proceedings of the IVth International Workshop Computational Problems of Electrical Engineering. – Gdynia, Poland, June 1-3, 2005. – pp. 58-60.

REFERENCES

1. Pivnyak G.G., Volkov A.V. *Sovremennyye chastotno-reguliruyemye asinkhronnyye elektroprivody s shirotno-impul'snoy moduliyatsiei* [Modern frequency controlled asynchronous electric drives with pulse width modulation]. Dnepropetrovsk, NGU Publ., 2006. 470 p. (Rus).
2. Novotny D.W., Lipo T.A. *Vector Control and Dynamics of AC Drives*. Clarendon Press Oxford, 2003. 440 p.
3. Pabitra Kumar Behera, Manoj Kumar Behera, Amit Kumar Sahoo. Speed Control of Induction Motor using Scalar Control Technique. *International Journal of Computer Applications. Proceedings on International Conference on Emergent Trends in Computing and Communication ETCC*, 2014, no.1, pp. 37-39.
4. Aspalli M.S., Asha R., Hunagund P.V. Three phase induction motor drive using IGBTs and constant V/F method. *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering*, 2012, vol.1, iss.5, pp. 463-469.
5. Finch J.W., Giaouris D. Controlled AC Electrical Drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, vol.55, no.2, pp. 481-491. doi: 10.1109/TIE.2007.911209.
6. Boldea I. Control issues in adjustable speed drives. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, 2008, vol.2, no.3, pp. 32-50. doi: 10.1109/MIE.2008.928605.

7. Vaskovskyi Yu.N., Gaydenko Yu.A., Tsivinskiy S.S. Integral characterization of electrical machines with electromagnetic field theory methods. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2006, no.1, pp.28-32. doi: 10.2098/2074-272X.2016.01.05.

8. Milykh V.I., Polyakova N.V. Determination of electromagnetic parameters of electric machines based on numerical calculations of magnetic field. *Electrical Engineering & Electromechanics*, 2006, no.2, pp.40-46. doi: 10.2098/2074-272X.2016.02.09.

9. Rogers G.J., Benaragama D.S. An induction motor model with deep-bar effect and leakage inductance saturation. *Archiv für Elektrotechnik*, 1978, vol.60, no.4, pp. 193-201. doi: 10.1007/bf01595160.

10. Stakhiv P., Malyar A. Influence of saturation and skin effect on current harmonic spectrum of asynchronous motor powered by thyristor voltage regulator. *Proceedings of the IVth International Workshop Computational Problems of Electrical Engineering*. Gdynia, Poland, June 1-3, 2005. pp. 58-60.

Надійшла (received) 08.11.2018

Маляр Василь Сафронівич¹, д.т.н., проф.,

Маляр Андрій Васильович¹, д.т.н., проф.,

Андрейшин Андрій Сергійович¹, аспірант,

¹ Національний університет «Львівська політехніка»,

79013, Львів, вул. С. Бандери, 12,

тел/phone +380 32 2582119,

e-mail: andrii.v.maliar@lpnu.ua

V.S. Malyar¹, A.V. Malyar¹, A.S. Andreishyn¹

¹ Lviv Polytechnic National University,

12, S. Bandera Str., Lviv, 79013, Ukraine.

A method for calculating mechanical characteristics of induction motors with squirrel-cage rotor.

Purpose. Development of a method for calculating mechanical characteristics of induction motors, taking into consideration

*saturation of the magnetic path and displacement of the current in the rotor bars. **Methodology.** The algorithm is based on calculating the steady-state mode of induction motor operation for a set slip, described by a system of non-linear algebraic equations of electrical equilibrium, whereas the mechanical characteristic is evaluated as a set of steady-state modes using parameter continuation method. The idea of the steady-state mode calculation consists in determining vectors of currents and flux linkages of the motor circuits, using which makes it possible to evaluate the electromagnetic torque, active and reactive powers, etc. **Results.** The study resulted in the development of a method and algorithm for calculating static characteristics of induction motors, which allows looking into the effect of different laws of voltage regulation on the mechanical characteristics, depending on the frequency change. **Originality.** An algorithm for calculating mechanical characteristics of the squirrel-cage induction motor was developed based on the mathematical model of the induction motor in which electromagnetic parameters are calculated using real saturation curves for the main magnetic flux and leakage fluxes, and displacement of the current in the rotor bars is evaluated by presenting the rotor winding as a multi-layer structure. Applying the transformation of the electrical equilibrium equations into the orthogonal axes enabled a significant reduction of calculation volume without impairing the accuracy of the results. **Practical value.** The developed algorithm allows studying the effect of different laws of scalar regulation of the voltage on the mechanical characteristics of the induction motor in order to obtain the necessary torque-speed curves for their optimization. It can be used for programming frequency converters. References 10, figures 3.*

Key words: induction motor, squirrel-cage rotor, static characteristics, saturation, displacement of the current.