

К.В. Чунихин

О ВЛИЯНИИ УРОВНЯ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ДЛИНЫ НА МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СЕРДЕЧНИКОВ

Розглянуто магнітостатичне поле неоднорідно намагнетиченого в однорідному магнітному полі довгого циліндричного осердя електромагніту системи керування космічним апаратом. Для розрахунку цього поля запропоновані перетворення інтегрального рівняння відносно густини фіктивних магнітних зарядів, а також ітераційний алгоритм його чисельного розв'язання. Зроблено аналіз впливу довжини осердя з пермаллою 50Н у всьому діапазоні кривої намагнічування і рівня зовнішнього магнітного поля на осьову проекцію магнітного моменту осердя, а також надані практичні рекомендації щодо рівня зовнішнього поля, створюваного котушкою електромагніту, і збільшення магнітного моменту в випадках довгих осердь. Бібл. 14, табл. 1, рис. 5.

Ключові слова: електромагніт, система керування космічним апаратом, неоднорідно намагнетичене осердя, інтегральне рівняння, фіктивний магнітний заряд, крива намагнічування, магнітний момент осердя.

Рассмотрено магнитостатическое поле неоднородно намагнетиченого в однородном магнитном поле длинного цилиндрического сердечника электромагнита системы управления космическим аппаратом. Для расчета этого поля предложены преобразование интегрального уравнения относительно плотности фиктивных магнитных зарядов, а также итерационный алгоритм его численного решения. Сделан анализ влияния длины сердечника из пермаллоя 50Н во всем диапазоне кривой намагничивания и уровня внешнего магнитного поля на осевую проекцию магнитного момента сердечника, а также даны практические рекомендации относительно уровня внешнего поля, создаваемого катушкой электромагнита, и увеличения магнитного момента в случаях длинных сердечников. Библ. 14, табл. 1, рис. 5.

Ключевые слова: электромагнит, система управления космическим аппаратом, неоднородно намагнетиченный сердечник, интегральное уравнение, фиктивный магнитный заряд, кривая намагничивания, магнитный момент сердечника.

Введение. Для управления космическими аппаратами используют электромагниты постоянного тока, состоящие из катушки и длинного цилиндрического сердечника из материала с высокой магнитной проницаемостью [1]. Размеры, обмоточные данные и материалы могут быть определены и выбраны на основе расчета магнитного поля, создаваемого электромагнитом. Такой электромагнит должен обладать определенным магнитным моментом, основную часть которого обеспечивает сердечник [2]. В известных работах для расчета магнитостатического поля сердечников получили развитие методы коэффициентов размагничивания [2, 3] и интегральных уравнений [1, 4, 5]. Для определения коэффициентов размагничивания необходимо проводить эксперименты, а численные решения интегральных уравнений были получены при допущении постоянной магнитной проницаемости материала сердечника [1, 4]. В работе [5] расчеты были выполнены при условии относительно небольших изменений магнитной проницаемости по объему сердечника.

Актуальность данной статьи заключается в том, что в известных работах недостаточно исследовано намагничивание цилиндрических сердечников в условиях больших изменений магнитной проницаемости и уровней внешнего магнитного поля, что затрудняет проектирование электромагнитов систем управления космическими аппаратами.

Целью данной работы является анализ неоднородного намагничивания длинных цилиндрических сердечников из пермаллоя 50Н однородным постоянным магнитным полем и влияния длины, а также уровня поля на их магнитный момент.

Преобразование исходного интегрального уравнения с учетом особенностей намагничивания сердечника. Рассмотрим цилиндрический сердечник

длиной b радиуса R , расположенный в неограниченном немагнитном и непроводящем пространстве соосно с внешним постоянным однородным магнитным полем напряженностью \vec{H}_0 (рис. 1).

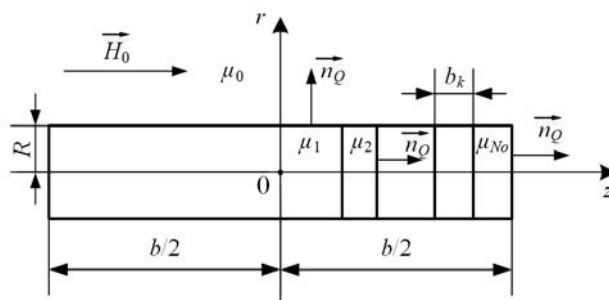


Рис. 1. Меридианное сечение цилиндрического сердечника

Напряженность результирующего магнитного поля представим в виде [6, 7]:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_m, \quad (1)$$

где \vec{H}_m – напряженность магнитного поля, обусловленного магнитными свойствами сердечника («размагничивающего» поля [2]).

Магнитное поле \vec{H} является плоскомеридианным, а поле вектора \vec{H}_m потенциально и связано со скалярным потенциалом φ_m соотношением

$$\vec{H}_m = -\text{grad } \varphi_m. \quad (2)$$

Используя электростатическую аналогию [6, 8], представляем φ_m в таком виде [9, 10]:

$$\varphi_m(Q) = \frac{1}{\pi\mu_0} \int_l \frac{\sigma_m(M) r_M K(k)}{\sqrt{(z_Q - z_M)^2 + (r_Q + r_M)^2}} dl_M, \quad (3)$$

© К.В. Чунихин

где l , dl_M – контур меридианного сечения и его элемент с центром в точке M ; Q , $M \in l$ – точка наблюдения и точка с текущими координатами; $\sigma_m(M)$ – поверхностная плотность фиктивных магнитных зарядов; μ_0 – магнитная постоянная; $K(k)$ – полный эллиптический интеграл первого рода модуля k [11];

$$k = 2 \sqrt{\frac{r_Q r_M}{(z_Q - z_M)^2 + (r_Q + r_M)^2}};$$

r_Q , r_M и z_Q , z_M – радиальные и осевые цилиндрические координаты точек Q и M .

Поскольку материал сердечника является изотропным, связь между \vec{H} и намагниченностью \vec{J} определяется известной зависимостью

$$\vec{J} = [\mu_r(H) - 1] \vec{H}, \quad (4)$$

где $\mu_r(H)$ – относительная магнитная проницаемость.

Для учета неоднородности намагничивания заменим нелинейную намагничиваемую среду сердечника на кусочно-однородную, которая состоит из $2N_o$ однородных цилиндрических элементов с абсолютной магнитной проницаемостью μ_k , $k = \overline{1, N_o}$, имеющих

длину b_k , причем $\sum_{k=1}^{N_o} b_k = b/2$ (рис. 1). Такая замена

позволяет пренебречь объемными фиктивными магнитными зарядами и ограничиться определением σ_m . В таком случае интегральное уравнение относительно σ_m принимает вид [12]:

$$\sigma_m(Q) - \frac{\lambda_\mu}{\pi} \int_l \sigma_m(M) [S(Q, M) - S(Q, M')] dl_M = 2\mu_0 \lambda_\mu H_{0n}(Q), \quad (5)$$

где l – контур меридианного сечения сердечника в первой четверти координатной плоскости zOr ; $l = l_1 + l_2 + l_3$; $l_{1,2}$ – контур боковой и торцевой поверхностей; $l_3 = \sum_{k=1}^{N_o-1} l_k^c$, l_k^c – граница между k и $k+1$ цилиндрическими элементами в расчетной области; $H_{0n}(Q)$ – нормальная проекция \vec{H}_0 для $Q \in l$;

$$\lambda_\mu = \begin{cases} (\mu_k - \mu_0)/(\mu_k + \mu_0), & Q \in l_1 \cup l_2; \\ (\mu_k - \mu_{k+1})/(\mu_k + \mu_{k+1}), & Q \in l_3; \end{cases}$$

M' – точка, симметричная точке M относительно оси r .

При $Q \in l_1$ первое слагаемое ядра уравнения (5)

$$S(Q, M) = \frac{k}{2} \sqrt{\frac{r_M}{r_Q^3}} \left[K(k) + \frac{1}{k'^2} \left(\frac{r_M + r_Q}{2r_M} k^2 - 1 \right) E(k) \right], \quad \text{а}$$

$$\text{при } Q \in l_2 \cup l_3 - S(Q, M) = \frac{z_Q - z_M}{4\sqrt{r_Q^3 r_M}} \frac{k^3}{k'^2} E(k), \quad \text{где } E(k),$$

k' – полный эллиптический интеграл второго рода модуля k и дополнительный модуль полных эллиптических интегралов, $k' = \sqrt{1 - k^2}$ [11]. Второе слагаемое рассматриваемого ядра $S(Q, M')$ определяется по таким же формулам, как и $S(Q, M)$, если в них заменить координаты точки M на M' .

Замена неоднородно намагничиваемого сердечника совокупностью однородно намагничиваемых цилиндрических элементов сделана на основании предварительных расчетов, согласно которым при $b/R \geq 16$ осевая проекция \vec{H} в поперечных сечениях сердечника по всей его длине, за исключением небольших участков вблизи торцов, распределена практически равномерно. Учитывая эту особенность, а также известное граничное условие о скачке нормальной проекции \vec{H}_n на границе между двумя намагничиваемыми средами [13], принимаем допущение о неизменности σ_m на всех l_k^c . Упрощенное при помощи этого допущения уравнение (5) принимает такой вид:

$$\begin{aligned} \sigma_m(Q) - \frac{\lambda_\mu}{\pi} \int_{l-l_3} \sigma_m(M) [S(Q, M) - S(Q, M')] dl_M - \\ - \frac{\lambda_\mu}{\pi} \sum_{k=1}^{N_o-1} \sigma_m(M_k) \int_{l_k^c} [S(Q, M) - S(Q, M')] dl_M = \\ = 2\mu_0 \lambda_\mu H_{0n}(Q). \end{aligned} \quad (6)$$

Система алгебраических уравнений, при помощи которой решают интегральные уравнения, для уравнения (6) имеет значительно меньший порядок.

Итерационный алгоритм численного решения преобразованного интегрального уравнения. Цикл итерационного алгоритма состоит из следующих основных блоков.

В первом блоке при некоторых начальных значениях $\mu_k^{(0)}$ решаем интегральное уравнение (6). Для этого оно при помощи квадратурной формулы прямоугольников было преобразовано в систему алгебраических уравнений порядка N (N – общее число узлов пространственной сетки, $N = N_1 + N_2 + N_3$, N_1 – число узлов на l_1 , N_2 – на l_2 , N_3 – на l_3 , $N_3 = N_o - 1$). При вычислении каждого интеграла суммы в третьем слагаемом левой части (6) было принято 100 узлов, а для учета краевого эффекта на торцах цилиндра использовали неравномерную сетку. Полученная система алгебраических уравнений была решена прямым методом, основанным на обращении матрицы левых частей и дальнейшем умножении обратной матрицы на вектор-столбец правых частей.

Во втором блоке находим радиальную и осевую проекции \vec{H}

$$H_r(Q) = \frac{1}{2\pi\mu_0} \int_l \sigma_m(M) S_r(Q, M) dl_M, \quad (7)$$

$$H_z(Q) = H_0 + \frac{1}{2\pi\mu_0} \int_l \sigma_m(M) S_z(Q, M) dl_M, \quad (8)$$

а затем и модуль \vec{H} в каждой точке внутри сердечника.

В формулах (7) и (8) функции $S_r(Q, M)$ и $S_z(Q, M)$ определяются при помощи таких же выражений, как и ядро интегрального уравнения (5) соответственно при $Q \in l_1$ и $Q \in l_2 \cup l_3$.

В третьем блоке определяем средние по объему каждого цилиндрического элемента относительную и абсолютную магнитные проницаемости

$$\mu_{kr}^{-(j)} = \frac{2}{R^2 b_k} \int r_M \mu_r(M) dS_M, \quad \mu_k^{-(j)} = \mu_0 \mu_{kr}^{-(j)}, \quad (9, 10)$$

где S_k – площадь меридианного сечения k -го цилиндрического элемента; j – номер итерации.

Для определения μ_r используем кривую намагничивания пермаллоя 50Н [2]

$$J(H) = aH/(H + c), \quad (11)$$

из которой при помощи известной связи между \vec{B} , \vec{H} и \vec{J} на основе модели намагничивания молекулярными токами находим

$$\mu_r(H) = 1 + a/(H + c). \quad (12)$$

В зависимостях (11), (12), показанных в логарифмическом масштабе на рис. 2 (а, б), J, H – модули \vec{J}, \vec{H} ; a, c – постоянные, $a = 1,25 \cdot 10^6$ А/м, $c = 40$ А/м.

Затем принимаем $\mu_k^{(j)} = \mu_k^{-(j)}$ и возвращаемся к первому блоку алгоритма. Итерации продолжаем до выполнения условия

$$|\mu_k^{(j)} - \mu_k^{(j-1)}| < \Delta, \quad j = 1, 2, \dots, n_{it}, \quad k = \overline{1, N_o}, \quad (13)$$

где Δ – заданное расхождение; n_{it} – число итераций.

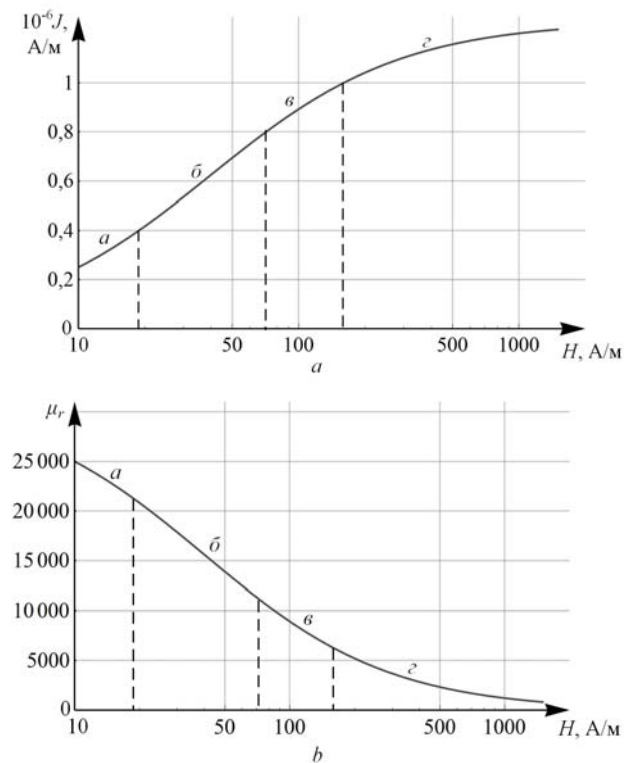


Рис. 2. Кривые зависимостей $J(H)$ – а и $\mu_r(H)$ – б для пермаллоя 50Н

Установлено, что итерационный процесс сходится к некоторым величинам $\mu_k^{(it)}$ для любых $\mu_k^{(0)}$, при которых имеем численное решение (6). Как поясняется ниже, магнитный момент сердечника определяется осевой проекцией намагниченности J_z . После определения σ_m эта проекция может быть рассчитана при помощи формулы (4) с учетом (8) и (12). Сходимость итераций иллюстрируется кривыми рис. 3, построенных для следующих исходных данных: $R = 5$ мм (этот размер принят таким же и в последующих расчетах); $b = 330$ мм; $z^* = z/b$. Значения b_k здесь и далее приня-

ты одинаковыми. Видим, что с увеличением N_o распределения J_z сходятся. При необходимости уточнения влияния краевых эффектов цилиндрические элементы на краях сердечника могут быть заменены совокупностью кольцевых элементов. Заметим, что в работе [5] при численном решении интегрального уравнения относительной касательной проекции намагниченности в соответствии с рекомендациями [14] на кольцевые элементы разбивали весь объем сердечника.

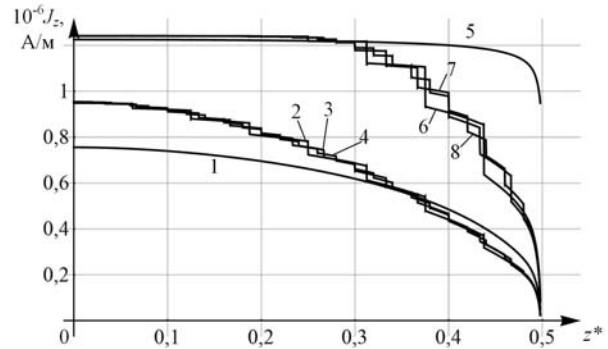


Рис. 3. Распределения осевой проекции намагниченности вдоль оси сердечника при разных N_o для $H_0 = 1646,66$ А/м (кривые 1-4) и $H_0 = 6586,62$ А/м (кривые 5-8); для кривых 1 и 5, 2 и 6, 3 и 7, 4 и 8 значения N_o соответственно равны 1, 8, 15, 25

Влияние уровня внешнего магнитного поля и длины сердечника на его магнитный момент. Вследствие осевой симметрии поля вектор магнитного момента \vec{M} рассматриваемого сердечника имеет в цилиндрических координатах только осевую проекцию

$$M_z = 4\pi \int_S r_M J_z(M) dS_M, \quad (14)$$

где S – часть площади меридианного сечения в положительной полуплоскости $z > 0$.

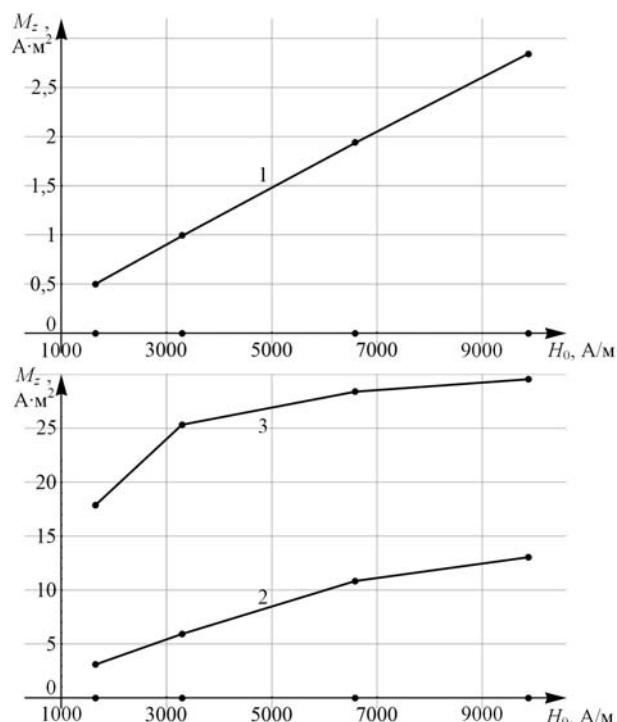
В табл. 1 приведены значения M_z и относительные расхождения ζ между M_z при $N_o = 25$ (условно точные значения) и M_z при меньших N_o . Из приведенных данных следует, что для обеспечения $\zeta \leq 1\%$ для всех рассматриваемых уровней H_0 и значений $b = 80, 165$ и 330 мм следует принять N_o равным соответственно 4, 8 и 8. Заметим, что для сердечника длиной 80 мм при $N_o = 1$ величина $\zeta \approx (1 \div 6)\%$ (очевидно, что это справедливо и для сердечников не сильно отличающейся длины).

На рис. 4 и 5 показано влияние уровня внешнего поля и длины сердечника на величину M_z (точками на оси абсцисс рис. 4 отмечены значения H_0 , а на кривых – соответствующие им значения M_z). Расчеты показывают, что в каждой точке сердечника с ростом H_0 напряженность результирующего поля всегда возрастает, но намагниченность зависит от того, на какой участок кривой намагничивания приходится H_z (рис. 2). На участке а кривой $\mu_r(H)$ (рис. 2, б) магнитная проницаемость максимальна, что приводит к большим значениям H_m и, как следствие, малым значениям H . На таком же участке исходной кривой намагничивания (рис. 2, а) последним соответствует малые значения J . При $b = 80$ мм это приводит к относительно небольшим магнитным моментам $M_z = 0,5 \div 2,8$ А·м² (рис. 4, кривая 1; рис. 5).

Таблица 1

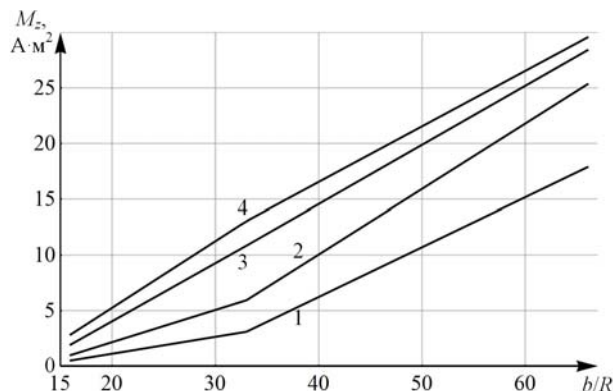
Значения при разных b, H_0, N_0

$b, \text{мм};$ b/R	N_0	$H_0, \text{А/м}$			
		1646,66	3293,31	6586,62	9879,93
80; 16	25	0,500	0,989	1,937	2,845
	8	0,4998	0,9886	1,9342	2,8396
	$\xi, \%$	0,0392	0,0742	0,1348	0,1863
	4	0,499	0,986	1,926	2,822
	$\xi, \%$	0,150	0,294	0,562	0,803
	1	0,495	0,970	1,862	2,686
	$\xi, \%$	1,006	1,985	3,838	5,587
165; 33	25	3,090	5,927	10,839	13,043
	15	3,088	5,921	10,825	13,026
	$\xi, \%$	0,050	0,094	0,135	0,127
	8	3,083	5,904	10,776	12,972
	$\xi, \%$	0,213	0,396	0,585	0,540
	1	2,963	5,486	9,537	12,591
	$\xi, \%$	4,084	7,445	12,019	3,462
330; 66	25	17,863	25,330	28,394	29,546
	15	17,834	25,288	28,342	29,481
	$\xi, \%$	0,164	0,166	0,182	0,220
	8	17,765	25,186	28,202	29,331
	$\xi, \%$	0,551	0,568	0,677	0,728
	1	15,796	24,538	31,252	31,964
	$\xi, \%$	11,571	3,126	10,067	8,184

Рис. 4. Кривые зависимостей $M_z(H_0)$ при $N_0 = 25$:
кривая 1 – $b = 80$ мм, 2 – 165 мм, 3 – 330 мм

При увеличении длины сердечника наблюдаем значительное увеличение магнитного момента (рис. 4, кривые 2, 3; рис. 5), поскольку точки сердечника намагничиваются или на всех участках кривой намагничивания ($b = 165$ мм), или на участках w, z ($b = 330$ мм) при значительно больших J (рис. 2,а). Однако рост M_z сердечников большей длины при увеличении H_0

замедляется, поскольку все большая часть их находится в состоянии насыщения. Из рис. 5 следует, что при $b/R = (33 \div 66)$ для достижения $M_z \leq 18 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ достаточно $H_0 = 1646,66 \text{ А/м}$. Для больших значений M_z , вплоть до $25 \text{ А}\cdot\text{м}^2$, потребуется $H_0 = 3293,31 \text{ А/м}$.

Рис. 5. Кривые зависимостей $M_z(b/R)$ при $N_0 = 25$:
кривая 1 – $H_0 = 1646,66 \text{ А/м}$, 2 – $3293,31 \text{ А/м}$,
3 – $6586,62 \text{ А/м}$, 4 – $9879,93 \text{ А/м}$

Выводы.

1. Выбор размеров цилиндрических сердечников электромагнитов систем управления космическими аппаратами необходимо осуществлять на основе заданного максимального значения осевой проекции магнитного момента M_z и кривой намагничивания материала сердечника.

2. Катушка электромагнита должна обеспечивать такие уровни внешнего магнитного поля, при которых напряженность результирующего магнитного поля на преобладающей части сердечника находится вне области насыщения кривой намагничивания и соответствует большей намагниченности.

3. При $R = 5$ мм сердечники, имеющие относительную длину $b/R < 33$, обеспечивают $M_z \leq 13 \text{ А}\cdot\text{м}^2$. В случаях $b/R > 33$ увеличение M_z может быть достигнуто увеличением b/R при определенных уровнях внешнего магнитного поля, не приводящих к насыщению значительной части сердечника (рис. 4, 5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Chadebec O., Rouve L.-L., Coulomb J.-L. New methods for a fast and easy computation of stray fields created by wound rods // IEEE Transaction on Magnetics. – 2002. – vol.38. – no.2. – pp. 517-520. doi: 10.1109/20.996136.
- Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1975. – 248 с.
- Розенблат М.А. Коэффициенты размагничивания стержней высокой проницаемости // Журнал технической физики. – 1954. – Т.24. – №4. – С. 637-661.
- Chen D.X., Pardo E., Sanchez A. Fluxmetric and magnetometric demagnetizing factors for cylinders // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2006. – vol.306. – pp. 135-146. doi: 10.1016/j.jmmm.2006.02.235.
- Матюк В.Ф., Осипов А.А., Стрелюхин А.В. Моделирование магнитного состояния ферромагнитного стержня в продольном постоянном магнитном поле // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2011. – №1. – С. 20-27.
- Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. – М. – Л.: Изд. АН СССР, 1948. – 730 с.

7. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. – К.: «Техника», 1974. – 352 с.
8. Михайлов В.М., Чунихин К.В. Об электростатической аналогии магнитоэлектростатического поля в неоднородной намагничиваемой среде // *Электротехника і електромеханіка*. – 2017. – №5. – С. 38-40. doi: 10.20998/2074-272X.2017.5.05.
9. Jungerman J.A. Fourth-order uniform electric field form two charged rings // *Review of Scientific Instruments*. – 1984. – vol.55. – no.9. – pp. 1479-1482. doi: 10.1063/1.1137962.
10. Михайлов В.М. Расчет электрических и магнитных полей с помощью интегральных и интегродифференциальных уравнений. – К.: УМК ВО, 1988. – 60 с.
11. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977. – 344 с.
12. Михайлов В.М., Чунихин К.В. Тестирование численного решения задачи определения источников магнитоэлектростатического поля в намагничиваемой среде // *Электротехника і електромеханіка*. – 2017. – №6. – С. 42-46. doi: 10.20998/2074-272X.2017.6.06.
13. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники, ч. 3. Теория электромагнитного поля. – М.: «Энергия», 1969. – 352 с.
14. Курбатов П.А., Аринчин С.А. Численный расчет электромагнитных полей. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 168 с.

REFERENCES

1. Chadebec O., Rouve L.-L., Coulomb J.-L. New methods for a fast and easy computation of stray fields created by wound rods. *IEEE Transaction on Magnetics*, 2002, vol.38, no.2, pp. 517-520. doi: 10.1109/20.996136.
2. Kovalenko A.P. *Magnitnye sistemy upravleniia kosmicheskimi letatel'nymi apparatami* [Magnetic control systems for space vehicles]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 248 p. (Rus).
3. Rozenblat M.A. Demagnetization factors for high permeability rods. *Technical Physics*, 1954, vol.24, no.4, pp. 637-661. (Rus).
4. Chen D.X., Pardo E., Sanchez A. Fluxmetric and magnetometric demagnetizing factors for cylinders. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2006, vol.306, pp. 135-146. doi: 10.1016/j.jmmm.2006.02.235.
5. Matiuk V.F., Osipov A.A., Strelukhin A.V. Modeling of the magnetic state of a ferromagnetic rod in longitudinal constant magnetic field. *Technical Diagnostics and Non-Destructive Testing*, 2011, no.1, pp. 20-27. (Rus).
6. Grinberg G.A. *Izbrannye voprosy matematicheskoi teorii elektricheskikh i magnitnykh iavlenii* [Selected questions of mathematical theory of electric and magnetic phenomena]. Moscow-Leningrad, Acad. of Sci. USSR Publ., 1948. 730 p. (Rus).
7. Tozoni O.V., Maergoiz I.D. *Raschet trekhmernykh elektromagnitnykh polei* [Calculation of three-dimensional electromagnetic fields]. Kiev, Tekhnika Publ., 1974. 352 p. (Rus).
8. Mikhailov V.M., Chunikhin K.V. On electrostatic analogy of magnetostatic field in inhomogeneous magnetized medium. *Electrical engineering & electromechanics*, 2017, no.5, pp. 38-40. (Rus). doi: 10.20998/2074-272X.2017.5.05.
9. Jungerman J.A. Fourth-order uniform electric field form two charged rings. *Review of Scientific Instruments*, 1984, vol.55, no.9, pp. 1479-1482. doi: 10.1063/1.1137962.
10. Mikhailov V.M. *Raschet elektricheskikh i magnitnykh polei s pomoshch'iu integral'nykh i integrodifferentsial'nykh uravnenii* [Calculation of electric and magnetic fields using integral and integrodifferential equations]. Kiev, UMC VO Publ., 1988. 60 p. (Rus).

11. Ianke E., Emde F., Lesh F. *Spetsial'nye funktsii* [Special functions]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 344 p. (Rus).
12. Mikhailov V.M., Chunikhin K.V. Testing of numerical solution of the problem of determining sources of magnetostatic field in magnetized medium. *Electrical engineering & electromechanics*, 2017, no.6, pp. 42-46. (Rus). doi: 10.20998/2074-272X.2017.6.06.
13. Polivanov K.M. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki, ch. 3. Teoriia elektromagnitnogo polia* [Theoretical foundations of electrical engineering, Part 3. Theory of electromagnetic field]. Moscow, Energiya Publ., 1969. 352 p. (Rus).
14. Kurbatov P.A., Arinchin S.A. *Chislennyi raschet elektromagnitnykh polei* [Numerical Calculation of Electromagnetic Fields]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984. 168 p. (Rus).

Поступила (received) 16.08.2018

Чунихин Константин Вадимович, аспирант,
Государственное учреждение «Институт технических проблем магнетизма Национальной Академии Наук Украины»,
61106, Харьков, ул. Индустриальная, 19,
тел/phone +380 57 2992162,
e-mail: kvchunikhin@gmail.com

K.V. Chunikhin

State Institution «Institute of Technical Problems of Magnetism of the NAS of Ukraine»,
19, Industrialna Str., Kharkiv, 61106, Ukraine.

On the influence of the level of an external magnetic field and the length on the magnetic moment of cylindrical cores.

Purpose. Analysis of inhomogeneous magnetization of long cylindrical permalloy 50N cores by a uniform constant magnetic field and the influence of length and field level on their magnetic moment. **Methodology.** The magnetostatic field of a non-uniformly magnetized in a uniform magnetic field long cylindrical core of an electromagnet of a spacecraft control system is considered. To calculate this field, a transformation of the integral equation with respect to the density of fictitious magnetic charges, as well as an iterative algorithm for its numerical solution, are proposed. **Results.** The convergence of the algorithm and the fact that the magnetic moment of the core depends heavily on its length and the level of the external magnetic field is shown. We have made an analysis of the influence of the length of a permalloy 50N core in the entire range of the magnetization curve and the level of a uniform external magnetic field on the axial projection of the magnetic moment of the core. **Originality.** The use of an almost equal distribution of the axial projection of the resulting magnetic field in the cross sections of the greater part of the cylindrical core and its division into cylindrical elements can significantly reduce the order of the system of algebraic equations approximating the integral equation for the surface density of fictitious magnetic charges for its numerical solution. **Practical value.** Recommendations regarding the level of the external field created by the electromagnet coil, the increase of the magnetic moment in cases of long cores and the choice of the number of cylindrical elements depending on the length of the core are given. References 14, tables 1, figures 5.

Key words: electromagnet, spacecraft control system, non-uniformly magnetized core, integral equation, fictitious magnetic charge, magnetization curve, magnetic moment of the core.