

И.В. Кривцун, И.В. Пентегов, В.Н. Сидорец, С.В. Рымар

## МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДИСПЕРСИИ ИМПЕДАНСА БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЕЙ С ПОМОЩЬЮ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ФРИКЕ

*Розроблено методику обробки експериментальних даних для визначення коефіцієнтів апроксимації імпедансу біологічних тканин рослинного й тваринного походження при моделюванні дисперсії імпедансу з допомогою схеми заміщення Фріке. Проведено аналіз властивостей схеми заміщення Фріке, її можливостей і особливостей при моделюванні дисперсії імпедансу, резистансу й реактансу. Показано, що при нормуванні дисперсії активні складові імпедансу для тканин рослинного й тваринного походження подібні. Бібл. 15, табл. 3, рис. 16.*

**Ключові слова:** біологічна тканина, електричні властивості, моделювання, дисперсія імпедансу, схема заміщення Фріке, методика, коефіцієнти апроксимації.

*Разработана методика обработки экспериментальных данных для определения коэффициентов аппроксимации импеданса биологических тканей растительного и животного происхождения при моделировании дисперсии импеданса с помощью схемы замещения Фрике. Проведен анализ свойств схемы замещения Фрике, ее возможностей и особенностей при моделировании дисперсии импеданса, резистанса и реактанса. Показано, что при нормировании дисперсии активные составляющие импеданса для тканей растительного и животного происхождения подобны. Библ. 15, табл. 3, рис. 16.*

**Ключевые слова:** биологическая ткань, электрические свойства, моделирование, дисперсия импеданса, схема замещения Фрике, методика, коэффициенты аппроксимации.

**Введение.** Дисперсия, то есть частотная зависимость, импеданса (полного или комплексного сопротивления) и его составляющих – резистанса (активного сопротивления) и реактанса (реактивного сопротивления) биологических тканей важна при исследовании воздействия на них электрического тока. Это касается электрической безопасности, диагностики и лечения человека и животных, контроля показателей качества сельскохозяйственной продукции. Сейчас этот вопрос стал весьма актуальным в связи с созданием специального хирургического оборудования для сварки живых тканей токами высокой частоты [1].

**Целью статьи** является: моделирование дисперсии импеданса биологических тканей растительного и животного происхождения с помощью схемы замещения Фрике [2, 3]; создание методики обработки экспериментальных данных для определения коэффициентов аппроксимации дисперсии импеданса биологических тканей для схемы замещения Фрике; изучение особенностей этой схемы замещения при моделировании дисперсии импеданса, резистанса и реактанса; определение области частот, в которой использование схемы замещения корректно; выявление и обобщение основных закономерностей дисперсии импеданса биологических тканей растительного и животного происхождения.

Исследования основаны на экспериментальных данных разных авторов. Приведенные в статье примеры обработки данных представлены в виде, который предназначен для использования в пакете MathCAD [4].

Результаты решения этой задачи **актуальны** для специалистов, создающих диагностическую и контрольно-измерительную аппаратуру для определения свойств тканей животного и растительного происхождения. Также они будут востребованы при создании медицинской аппаратуры для сварки живых тканей.

**Структура биологической ткани.** Биологическая ткань состоит из клеток и межклеточного вещества. Сами клетки – это сложные образования, состоящие из многих элементов, находящихся в белковой субстанции, ограниченной клеточными мембранами (см. рис. 1).

С точки зрения электротехники нас будет интересовать изменение импеданса биологической ткани от частоты при прохождении через нее переменного электрического тока (АС), который подводится к ткани электродами площадью  $S$ , отстоящими друг от друга на расстоянии  $l$ .

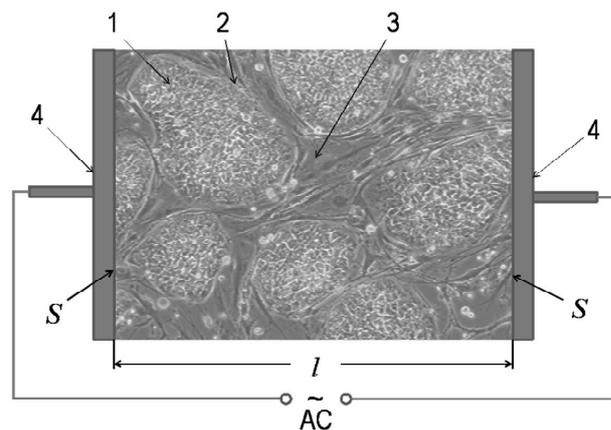


Рис. 1. Структура биологической ткани состоящей из клеток 1, ограниченных клеточными мембранами 2, и межклеточным веществом 3 (при измерении импеданса она размещается между двумя электродами 4)

Электромагнитные свойства биологических тканей обусловлены характеристиками органического материала, заполненного электролитом. В биологических тканях электролитом является межклеточное вещество и клеточное содержимое [5, 6].

© И.В. Кривцун, И.В. Пентегов, В.Н. Сидорец, С.В. Рымар

Из-за наличия мембран и пленок, обладающих емкостью, сопротивление клетки имеет в основном емкостной характер.

При измерении электрических параметров биологических тканей на границе между измерительными электродами и тканью (электролитом), при прохождении электрического тока, возникает двойной электрический слой, так же имеющий емкостной характер. Двойной электрический слой приближенно описывается адсорбционной теорией Штерна [7]. Влияние двойного электрического слоя особенно выражено при постоянном токе и низких частотах. Именно здесь вносится наибольшая погрешность в измерения электрических параметров биологических тканей. С увеличением частоты, влияние двойного электрического слоя уменьшается.

Для уменьшения влияния двойного электрического слоя при измерении электрических параметров биологических тканей, как правило, используется две пары электродов. Одной парой подводят электрический ток, а измерения производят другой парой электродов [8].

**Диэлектрическая проницаемость биологической ткани.** Диэлектрическая проницаемость  $\underline{\varepsilon}$  [9, 10] (здесь и далее подчеркивание обозначает комплексную величину) биологической ткани содержит вещественную  $\varepsilon'$  и мнимую части  $\varepsilon''$ , обе из которых зависят от частоты  $f$ :  $\underline{\varepsilon}(f) = \varepsilon'(f) - j \cdot \varepsilon''(f)$ , где  $j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица. На рис. 2 приведена типичная зависимость значений модуля диэлектрической проницаемости  $|\underline{\varepsilon}|$  биологической ткани (в данном случае мышечной [3, 5, 6]) от частоты в диапазоне частот от  $10^1$  до  $10^{12}$  Гц. Зависимость имеет три характерных участка  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

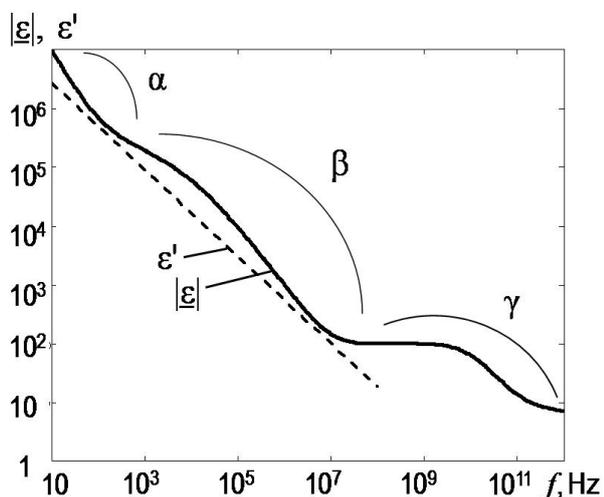


Рис. 2. Зависимость модуля диэлектрической проницаемости  $|\underline{\varepsilon}|$  биологической ткани [3, 5, 6] и наибольших расчетных значений ее вещественной части  $\varepsilon'$  от частоты  $f$

Наличие диапазонов участков обусловлено [5, 6]:

- $\alpha$ : ( $f < 10^3$  Гц) – протеканием тока по межклеточному веществу, когда сопротивление клеток для тока низкой частоты еще велико и диэлектрическая проницаемость определяется поляризацией внутриклеточных компартментов и инерцией движения молекул с большой молекулярной массой при резонансных

явлениях, и явлениями в двойном электрическом слое;

- $\beta$ : ( $10^3$  Гц  $< f < 10^8$  Гц) – протеканием тока по межклеточному веществу, клеточным мембранам и клеточному содержимому и отражает релаксационную поляризацию полярных макромолекул, и определяется их эффективными радиусами и вязкостью среды, а так же диэлектрическими потерями в клеточных мембранах – тангенсом угла диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta = \varepsilon''/\varepsilon'$ , служащим количественной мерой относительной доли вклада электропроводящих и диэлектрических свойств среды при взаимодействии с ней электромагнитного поля [5, 10]. Заметим, что величины  $\text{tg}\delta$ ,  $\varepsilon'$  и  $\varepsilon''$  лишь частично моделируют реакцию ткани на прохождение через нее электромагнитного поля и не отражают все физические процессы, происходящие в ткани;

- $\gamma$ : ( $f > 10^8$  Гц) – явлениями резонанса молекул воды межклеточного вещества и клеточного содержимого, и ориентационной поляризацией молекул воды.

Границы диапазонов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и значения  $|\underline{\varepsilon}|$  могут отличаться от указанных на рис. 2, в зависимости от вида биологической ткани.

Одним из методов моделирования в электротехнике является создание электрических схем замещения [11]. При моделировании электрических процессов в биологической ткани будем придерживаться этого метода.

**Электрическая схема замещения биологических тканей Фрике.** При моделировании дисперсии импеданса биологических тканей часто применяется схема замещения [2] (рис. 3), предложенная в начале 20-х годов XX столетия датско-американским физиком Уго Фрике (Hugo Fricke, 1892-1972). Схема моделирует электрические процессы в биологической ткани при частотах от  $10^1$  до  $10^6$  Гц, то есть на участках  $\alpha$  (за исключением очень низких частот) и  $\beta$ .

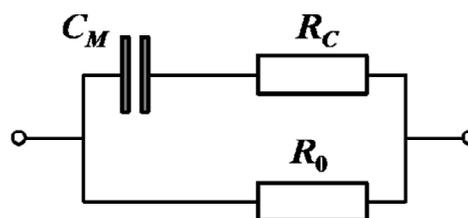


Рис. 3. Электрическая схема замещения биологической ткани Фрике

Схема замещения содержит:  $C_M$  – частотно зависимую эквивалентную электрическую емкость клеточных мембран; частотно независимые эквивалентные активные электрические сопротивления (резистансы) содержимого клеток  $R_C$  и межклеточного вещества  $R_0$ .

Если же рассматривать удельные сопротивления и емкости с размерностью соответственно [Ом·м] и [Ф/м], то элементы схемы замещения на рис. 3 следует считать удельными.

В простейшем случае, показанном на рис. 1, связь между удельным полным электрическим сопро-

тивлением и полным электрическим сопротивлением (импедансами) имеет вид:

$$\underline{Z}_s(f) = \underline{Z}(f) \cdot S/l;$$

связь между активными удельными электрическими сопротивлениями и активными электрическими сопротивлениями:

$$R_{s,c}(f) = R_c \cdot S/l; R_{s,0}(f) = R_0 \cdot S/l;$$

эквивалентная удельная электрическая емкость клеточных мембран  $C_{s,M}$  определяется из выражения:

$$C_{s,M}(f) = C_M(f) \cdot l/S.$$

Удельная электрическая емкость прямо пропорциональна произведению диэлектрической постоянной  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  Ф/м и вещественной части  $\epsilon'$  комплексной относительной диэлектрической проницаемости  $\underline{\epsilon}$ :

$$C_{s,M}(f) = C_M(f) \cdot l/S = \epsilon_0 \cdot \epsilon'(f).$$

Полное электрическое сопротивление схемы замещения Фрике в зависимости от частоты равно:

$$\underline{Z}(f) = \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_c + \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_M(f)}}}. \quad (1)$$

Разделив правую и левую части формулы (1) на сопротивление  $R_0$ , получим выражение для полного сопротивления  $\underline{Z}_*(f) = \underline{Z}(f)/R_0$  схемы замещения в безразмерном виде (величины обозначенные звездочкой «\*» безразмерны) при нормировке на единицу [12] в области низких частот:

$$\underline{Z}_*(f) = \frac{1}{1 + \frac{R_c}{R_0} + \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_M(f) \cdot R_0}}. \quad (2)$$

Введем в рассмотрение безразмерные коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  и степенную функцию:

$$R_0/R_c = a_1; \quad (3)$$

$$2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_M(f) \cdot R_0 = \frac{R_0}{X(f)} = \left(\frac{f}{f_0}\right)^{a_2} \cdot a_3. \quad (4)$$

Здесь  $X$  – реактивное сопротивление (реактанс):

$$X(f) = [2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_M(f)]^{-1}; \quad (5)$$

$f_0$  – базовая частота, которую можно принять равной 1 Гц. Она введена потому, что возведение размерной величины  $f$  в иррациональную степень  $a_2$  не корректно. Обозначим отношение  $f/f_0$  безразмерной величиной  $f_*$ .

В результате запишем выражение для нормированного на единицу полного сопротивления схемы замещения Фрике (1) в виде аппроксимационной функции:

$$\underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3) = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{j \cdot f_*^{a_2} \cdot a_3}}}. \quad (6)$$

При такой форме записи получаем  $\underline{Z}_*(0, a_1, a_2, a_3) = 1$ ;  $\underline{Z}_*(\infty, a_1, a_2, a_3) = 1/(1 + a_1)$  при любых значениях  $a_i$ , где  $i$  – номер индекса при коэффициенте  $a$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Аппроксимационные безразмерные коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  будем находить по опытным данным.

Мы рассмотрели случай, когда в выражениях (1) – (4) сопротивления имеют размерность [Ом], а емкости – [Ф]. Если же опытные данные получены для удельных сопротивлений и емкостей с размерностью соответственно [Ом·м] и [Ф/м], то и элементы схемы замещения на рис. 3 будут удельными.

При анализе можно применять величины либо в [Ом] и [Ф], либо в [Ом·м] и [Ф/м], поскольку при использовании в выражении (2) удельных величин вместо абсолютных величины  $l$  и  $S$  сокращаются, и результат остается прежним.

При переходе в выражении (6) от безразмерных величин к размерным необходимо умножить  $\underline{Z}_*(f, a_1, a_2, a_3)$  на  $R_0$  при расчете абсолютных сопротивлений в [Ом], либо на  $R_{s,0}$  при расчете удельных сопротивлений в [Ом·м]. Величины  $R_0$  и  $R_{s,0}$  для получения минимальной погрешности должны определяться при частоте до 50 Гц.

Поясним выбор степенной функции  $(f/f_0)^{a_2} \cdot a_3$  в выражении (4) при определении отношения величин  $R_0/X(f)$ .

Поскольку комплексная относительная диэлектрическая проницаемость  $\underline{\epsilon}$  содержит так же и мнимую часть  $\epsilon''$ , ее модуль определяется из выражения:

$$|\underline{\epsilon}| = \sqrt{(\epsilon')^2 + (\epsilon'')^2},$$

из чего следует, что всегда выполняется условие  $\epsilon' \leq |\underline{\epsilon}|$ . В связи с этим, значения  $\epsilon'(f)$ , которые могут определяться степенной функцией  $(f/f_0)^{a_2} \cdot a_3$  (в логарифмическом масштабе это прямая линия  $\epsilon'$  на рис. 2), должны лежать ниже значений кривой  $|\underline{\epsilon}|$ . В этом случае данной степенной функции соответствует выражение (4).

**Частотные зависимости импеданса биологических тканей.** В публикациях [6, 13] содержатся сведения по частотным зависимостям модуля импеданса  $|\underline{Z}_s|$ , активной и реактивной составляющим импеданса – удельного активного сопротивления  $R_s$  и удельного реактивного сопротивления  $X_s$  тканей растительного происхождения – яблока, моркови и картофеля в диапазоне частот от 25 Гц до 1 МГц. Частотные зависимости активного сопротивления  $R$  биологических тканей животного происхождения (крысы) – печени, сердца, почки, молочной железы и щитовидной железы в диапазоне частот от 0,5...1,5 кГц до 1,0...1,5 МГц приведены в работе [14].

На рис. 4 точками показаны экспериментальные значения удельных электрических сопротивлений яблока, моркови и картофеля от частоты [6, 13], линиями показаны аппроксимации, полученные с помощью функций lspline и interp пакета MathCAD, а на рис. 5 – экспериментальные значения активных электрических сопротивлений от частоты [14]: печени, сердца (вдоль волокон), почки, молочной железы, щитовидной железы.

**Минимизация среднеквадратичных отклонений для нахождения значений коэффициентов аппроксимации импеданса схемы замещения Фрике.** Для нахождения коэффициентов  $a_i$ , аппроксимационной функции полного сопротивления схемы замещения Фрике (6) воспользуемся функцией genfit пакета

MathCAD, реализующей численный метод Левенберга-Марквардта [15]. Для этой функции формируется вектор  $V(f, a_1, a_2, a_3)$  из уравнения (6) и уравнений его частных производных по искомым коэффициентам  $a_i$ .

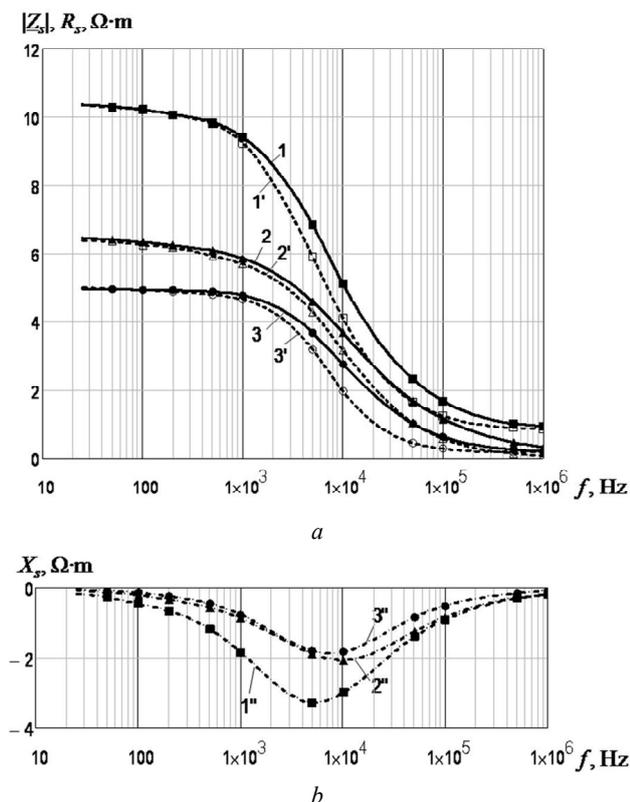


Рис. 4. Частотные зависимости экспериментальных значений электрических сопротивлений биологических тканей растительного происхождения [6, 13]: (а) – модуля полного удельного сопротивления  $|Z_s(f)|$  (цифры без штриха), активной  $R_s(f)$  (цифры со штрихом) и (б) – реактивной  $X_s(f)$  (цифры с двумя штрихами) – составляющих импеданса соответственно для тканей: 1, 1', 1'' – яблока, 2, 2', 2'' – моркови и 3, 3', 3'' – картофеля

При известных экспериментальных зависимостях сопротивлений:  $|Z^*| = |Z_s|/R_{s,0}$  или  $|Z^*| = |Z|/R_0$ ;  $R^* = R_s/R_{s,0}$  или  $R^* = R/R_0$ ;  $X^* = X_s/R_{s,0}$  или  $X^* = X/R_0$  от частоты  $f$  для биологической ткани, например для яблока, моркови или картофеля (рис. 4), можно составить векторы  $V_Z$ ,  $V_R$ , и  $V_X$  соответственно для модуля полного сопротивления, активной и реактивной составляющих полного сопротивления, см. приложение.

Зададим произвольный вектор значений частот при нормировании на единицу

$$f_{*n} = 10^n, \quad (7)$$

где  $n$  – индекс при частоте  $f_*$ , определяющий порядковый номер числа в векторе  $f_{*n}$ , например,  $n = 1 \dots 6$  (заметим, что чем больше членов в  $n$ , тем точнее будет аппроксимационная зависимость).

При задании некоторых начальных значений коэффициентам  $a_i$ , минимизация с использованием функции `genfit`, записываемой в виде:

$$\begin{aligned} a_{Z,i} &= \text{genfit}(f_*, |Z^*|, a_1, a_2, a_3, V_Z); \\ a_{R,i} &= \text{genfit}(f_*, R^*, a_1, a_2, a_3, V_R); \\ a_{X,i} &= \text{genfit}(f_*, X^*, a_1, a_2, a_3, V_X), \end{aligned}$$

происходит при определении значений коэффициентов  $a_{Z,i}$ ,  $a_{R,i}$  и  $a_{X,i}$ , наилучшим образом приближающих аппроксимационные кривые

$$\begin{aligned} |Z^*(f_*)| &= |Z^*(f_*, a_{Z,1}, a_{Z,2}, a_{Z,3})|; \\ R^*(f_*) &= \text{Re}[Z^*(f_*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3})]; \\ X^*(f_*) &= \text{Im}[Z^*(f_*, a_{X,1}, a_{X,2}, a_{X,3})] \end{aligned}$$

(с использованием формулы (6)) к соответствующим им опытным значениям, нормированным на единицу.

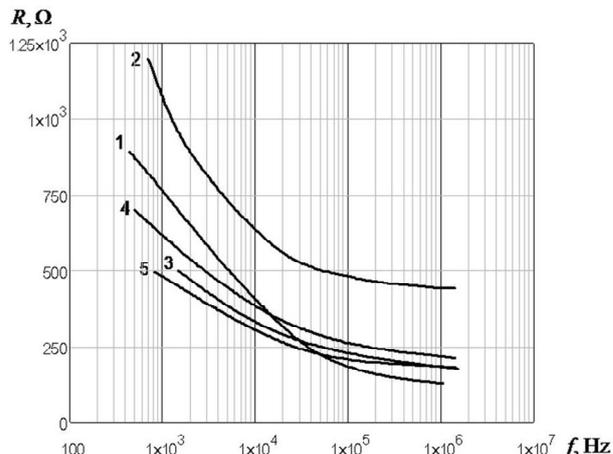


Рис. 5 Частотные зависимости экспериментальных значений активных электрических сопротивлений  $R(f)$  биологических тканей животного происхождения (крысы) [14]: 1 – печени; 2 – сердца (вдоль волокон); 3 – почки; 4 – молочной железы; 5 – щитовидной железы

Для биологических тканей растительного происхождения – яблока, моркови и картофеля [6, 13] на рис. 6, 8 и 10 построены опытные и расчетные значения частотных зависимостей модуля полного сопротивления  $|Z^*(f_*)|$  схемы замещения Фрике, активной  $R^*(f_*)$  и реактивной  $X^*(f_*)$  составляющих полного сопротивления. Для биологических тканей животного происхождения – печени, сердца, почки, молочной железы и щитовидной железы [14] на рис. 12 построены графики частотных зависимостей значений активных составляющих  $R^*(f_*)$  импеданса схемы замещения Фрике для тканей: 1 – печени; 2 – сердца (вдоль волокон); 3 – почки; 4 – молочной железы; 5 – щитовидной железы.

Из рассмотрения графиков видно, что расчетные кривые на всем своем протяжении совпадают с опытными значениями.

На рис. 7, 9 и 11 приведены графики частотных зависимостей относительных отклонений  $\Delta_Z$ ,  $\Delta_R$  и  $\Delta_X$  [%] расчетных значений величин соответственно  $|Z^*(f_*)|$ ,  $R^*(f_*)$  и  $X^*(f_*)$  от их опытных значений для тканей растительного происхождения, а на рис. 13 графики частотных зависимостей относительных отклонений  $\Delta_R$  [%] расчетных значений величин  $R^*(f_*)$  от их опытных значений для тканей животного происхождения.

В диапазоне изменения частот, широко применяемых при анализе импеданса биологических тканей [3] в диапазоне  $f = 10^3 \dots 10^6$  Гц для яблока отклонения  $|\Delta|$  не превышают 1,9%, для моркови 2,3%, для картофеля –2,5%, для печени 3,0%, для сердца 1,8%, для почки –2,0%, для молочной железы 1,0%, для

щитовидной железы 1,5%. Это приемлемо для практических целей совпадение расчетных значений с опытными данными в указанном диапазоне частот.

В табл. 1 приведены значения коэффициентов  $a_i$  и наибольшее отклонение  $|\Delta|$  расчетных значений  $|Z_*|$ ,  $R_*$  и  $X_*$  от их опытных значений в диапазоне частот  $f_* = 10^3 \dots 10^6$  для биологических тканей растительного происхождения: яблока, моркови и картофеля, а в табл. 2 даны значения коэффициентов  $a_i$  и наибольшее отклонение  $|\Delta|$  расчетных значений  $R_*$  от их опытных значений для биологических тканей животного происхождения: печени, сердца (вдоль волокон), почки, молочной железы и щитовидной железы. В табл. 3 приведены расчетные значения  $R_{s,0}$  и  $R_0$  для различных биологических тканей растительного и животного происхождения.

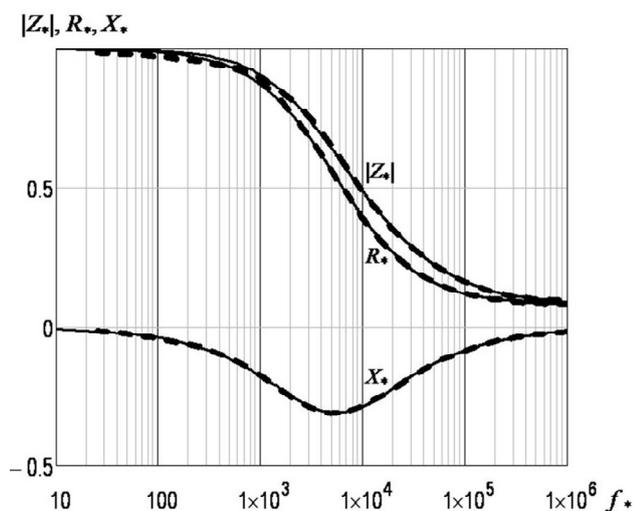


Рис. 6. Частотные зависимости значений модуля импеданса  $|Z_*(f_*)|$  схемы замещения Фрике, активной  $R_*(f_*)$  и реактивной  $X_*(f_*)$  составляющих импеданса для ткани яблока. Утолщенные пунктирные кривые – опытные значения [6, 13], тонкие сплошные кривые – расчетные значения

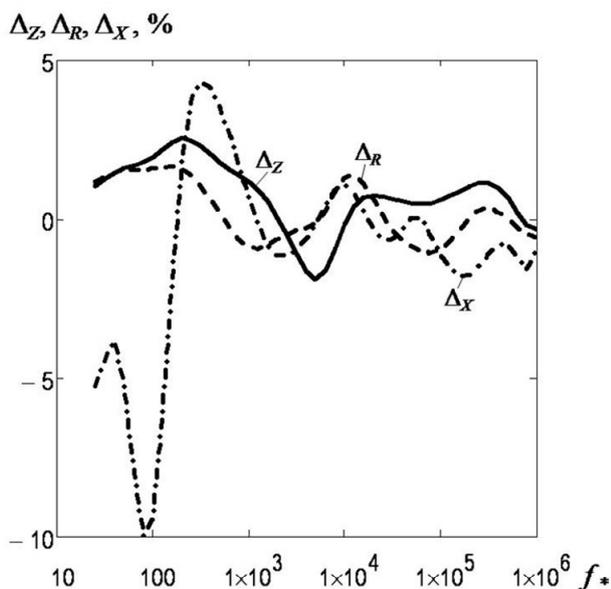


Рис. 7. Частотные зависимости относительных отклонений  $\Delta_Z, \Delta_R$  и  $\Delta_X$  расчетных значений величин соответственно  $|Z_*(f_*)|, R_*(f_*)$  и  $X_*(f_*)$  от их опытных значений для ткани яблока

Для тканей растительного происхождения расчетные величины  $R_{s,0}$  были ориентировочно определены из графиков на рис. 4,а, интерполяцией опытных кривых  $R_s(f)$  от значений частоты 25 Гц до малых значений частот.

При полученных значениях  $R_{s,0}$  аппроксимационные кривые  $|Z_*(f_*)|, R_*(f_*)$  и  $X_*(f_*)$  имеют небольшое отклонение от опытных кривых. Хотя здесь нужно понимать, что полученные значения  $R_{s,0}$  для тканей растительного происхождения могут несколько отклоняться от реальных значений  $R_{s,0}$  при малой частоте из-за эффекта двойного электрического слоя в приэлектродных областях. Так же возможно явление изменения сопротивления клеточных мембран при близком расположении клеток и затрудненном прохождении тока по межклеточному веществу из-за наличия слабо проводящих ток малых перемычек между касающихся друг друга клеточных мембран. Этот вопрос требует дальнейших исследований.

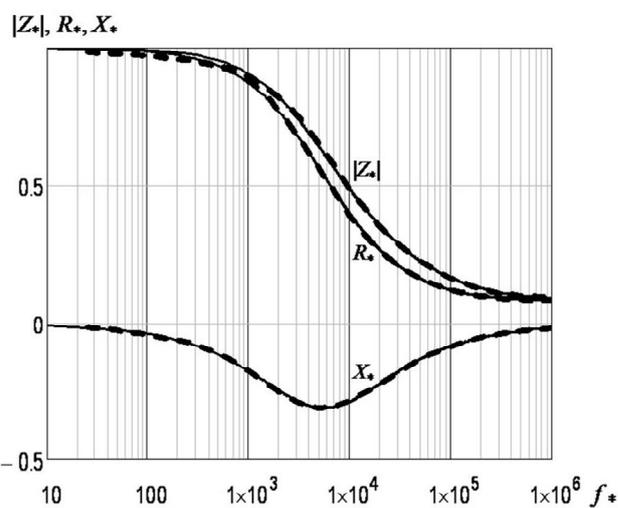


Рис. 8. Ткань моркови (обозначения соответствуют рис. 6)

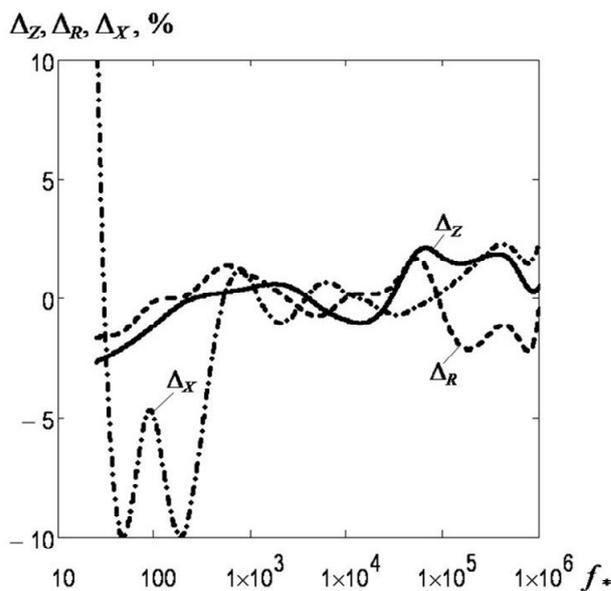


Рис. 9. Ткань моркови (обозначения соответствуют рис. 7)

При выборе расчетных значений  $R_0$  биологических тканей животного происхождения возникли трудности из-за того, что опытные значения кривых

на рис. 5 построены при минимальных значениях частот 0,5...1,5 кГц и здесь не было возможности корректно интерполировать зависимости  $R(f)$  к оси ординат для определения значений  $R$  при малых частотах. Поэтому расчетные значения  $R_0$  взяты весьма приближенно и такими, чтобы аппроксимационные кривые  $R_*(f)$  имели совпадение с опытными кривыми во всем диапазоне имеющихся опытных данных. Таким образом, расчетные значения  $R_0$  тканей животного происхождения в табл. 3 могут отличаться от реальных значений. Но при определении значений  $R(f)$  в диапазоне частот  $10^3 \dots 10^6$  Гц по полученным аппроксимационным зависимостям  $R_*(f)$  с учетом значений  $R_0$ , полученный результат совпадает с данными на рис. 4, что доказано полученными зависимостями  $\Delta_R$  на рис. 13.

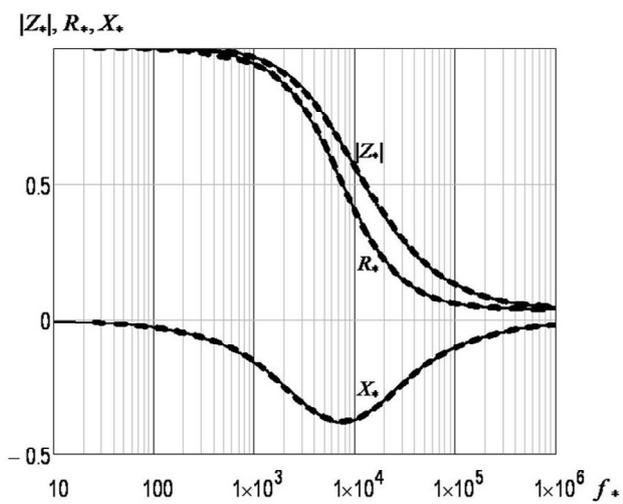


Рис. 10. Ткань картофеля (обозначения соответствуют рис. 6)

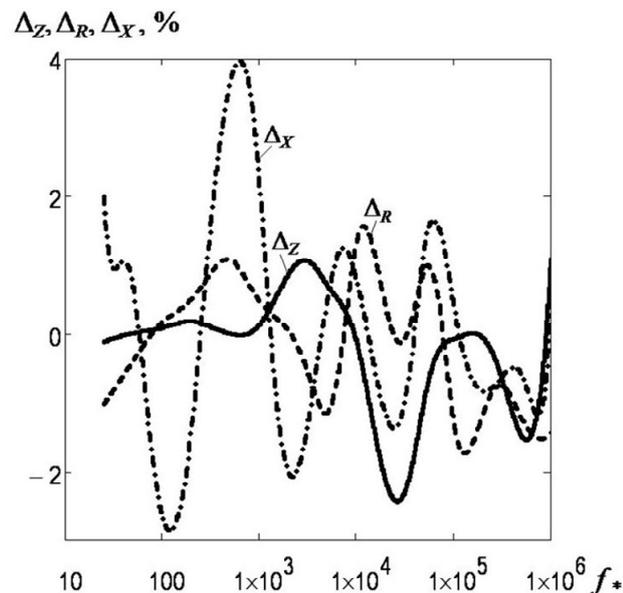


Рис. 11. Ткань картофеля (обозначения соответствуют рис. 7)

После нахождения неизвестных переменных  $a_i$ ,  $a_{R,i}$  и  $a_{X,i}$  можно определить значения полного удельного сопротивления схемы замещения Фрике, активных и реактивных составляющих полного удельного

сопротивления в абсолютных значениях в зависимости от частоты:

$$|Z_s(f)| = R_{s,0} \cdot |Z_*(f^*, a_{Z,1}, a_{Z,2}, a_{Z,3})|;$$

$$R_s(f) = R_{s,0} \cdot \text{Re}[Z_*(f^*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3})];$$

$$X_s(f) = R_{s,0} \cdot \text{Im}[Z_*(f^*, a_{X,1}, a_{X,2}, a_{X,3})],$$

а для тканей животного происхождения – активную составляющую импеданса:

$$R(f) = R_0 \cdot \text{Re}[Z_*(f^*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3})].$$

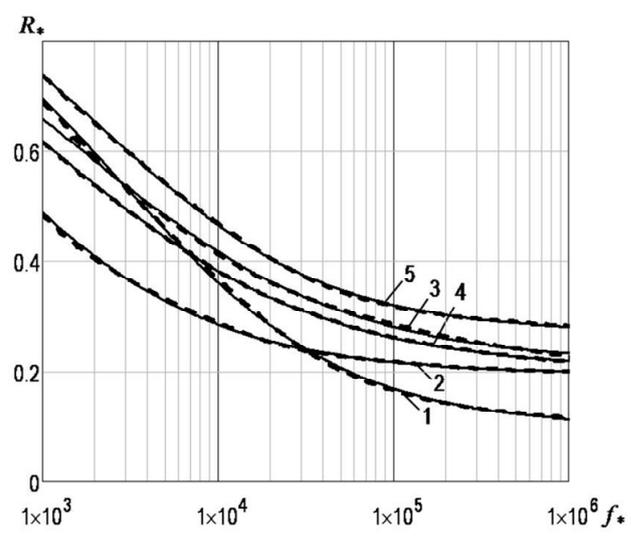


Рис. 12. Частотные зависимости значений активных составляющих  $R_*(f^*)$  импеданса  $Z_*(f^*)$  схемы замещения Фрике для тканей: 1 – печени; 2 – сердца (вдоль волокон); 3 – почки; 4 – молочной железы; 5 – щитовидной железы. Утолщенные пунктирные кривые – опытные значения [14], тонкие сплошные кривые – расчетные значения

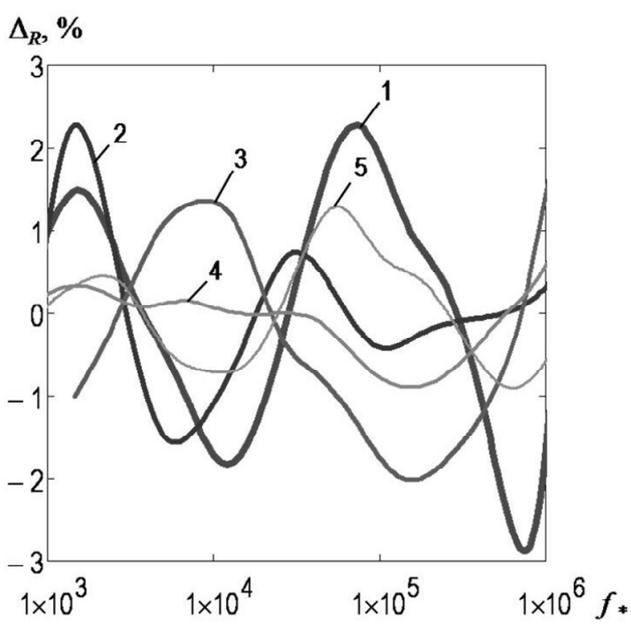


Рис. 13. Частотные зависимости относительных отклонений  $\Delta_R$  расчетных значений величин  $R_*(f^*)$  от их опытных значений для тканей: 1 – печени; 2 – сердца (вдоль волокон); 3 – почки; 4 – молочной железы; 5 – щитовидной железы

Имея пары зависимостей величин  $|Z_*(f^*)|$ ,  $R_*(f^*)$  или  $X_*(f^*)$ , можно определить третью величину по формулам:

$$|Z_*(f_*)| = \left\{ \left[ R_*(f_*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3}) \right]^2 + \left[ X_*(f_*, a_{X,1}, a_{X,2}, a_{X,3}) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}; \quad (8)$$

$$R_*(f_*) = \left\{ \left[ Z_*(f_*, a_{Z,1}, a_{Z,2}, a_{Z,3}) \right]^2 - \left[ X_*(f_*, a_{X,1}, a_{X,2}, a_{X,3}) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}; \quad (9)$$

$$X_*(f_*) = \left\{ \left[ Z_*(f_*, a_{Z,1}, a_{Z,2}, a_{Z,3}) \right]^2 - \left[ R_*(f_*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3}) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

Таблица 1

Коэффициенты  $a_i$  и наибольшее отклонение  $|\Delta|$  расчетных значений  $|Z_*|$ ,  $R_*$  и  $X_*$  от их опытных значений в диапазоне частот  $f_* = 10^3 \dots 10^6$  для различных биологических тканей растительного происхождения

Коэффициенты для $ Z_* $				
Ткань	$a_{Z,1}$	$a_{Z,2}$	$a_{Z,3}$	$ \Delta , \%$
Яблоко	11,2	0,588	$7,413 \cdot 10^{-3}$	1,9
Морковь	444,0	0,570	$7,395 \cdot 10^{-3}$	2,1
Картофель	26,2	0,740	$1,556 \cdot 10^{-3}$	2,5
Коэффициенты для $R_*$				
Ткань	$a_{R,1}$	$a_{R,2}$	$a_{R,3}$	$ \Delta , \%$
Яблоко	11,7	0,536	$9,131 \cdot 10^{-3}$	1,4
Морковь	443,3	0,506	$9,369 \cdot 10^{-3}$	2,2
Картофель	28,1	0,710	$1,775 \cdot 10^{-3}$	1,7
Коэффициенты для $X_*$				
Ткань	$a_{X,1}$	$a_{X,2}$	$a_{X,3}$	$ \Delta , \%$
Яблоко	1,646	0,681	$1,748 \cdot 10^{-3}$	1,6
Морковь	1,911	0,665	$1,476 \cdot 10^{-3}$	2,3
Картофель	3,200	0,760	$8,684 \cdot 10^{-3}$	2,2

Таблица 2

Коэффициенты  $a_i$  и наибольшее отклонение  $\Delta$  расчетных значений  $R_*$  от их опытных значений в диапазоне частот  $f_* = 10^3 \dots 10^6$  для различных биологических тканей животного происхождения

Коэффициенты для $R_*$				
Ткань	$a_{R,1}$	$a_{R,2}$	$a_{R,3}$	$ \Delta , \%$
Печень	9,265	0,339	0,062	3,0
Сердце	4,084	0,330	0,109	1,8
Почки	3,679	0,286	0,095	2,0
Молочная железа	3,899	0,285	0,107	1,0
Щитовидная железа	2,701	0,344	0,051	1,5

Таблица 3

Расчетные значения  $R_0$  и  $R_{s,0}$  для различных биологических тканей растительного и животного происхождения

Ткань	
$R_{s,0}, \text{ Ом}\cdot\text{м}$	
Яблоко	10,50
Морковь	6,30
Картофель	4,95
$R_0, \text{ Ом}$	
Печень	1100
Сердце	2200
Почки	800
Молочная железа	1000
Щитовидная железа	650

На рис. 14 при нормированных на единицу значений совместно построены аппроксимационные зависимости активных составляющих  $R_*$  полной сопротивлений схемы замещения Фрике для биологических тканей растительного [6, 13] и животного [14] происхождения от частоты  $f_*$ . Видно, что поведение кривых для тканей растительного и животного происхождения подобны.

Использование коэффициентов аппроксимации  $a_{Z,i}$ ,  $a_{R,i}$  или  $a_{X,i}$  в выражении импеданса схемы замещения Фрике для всех зависимостей  $|Z_*(f_*)|$ ,  $R_*(f_*)$  и  $X_*(f_*)$ . Покажем, что использование коэффициентов аппроксимации  $a_{Z,i}$  для построения кривых  $R_*(f_*)$  и  $X_*(f_*)$ , как и коэффициентов  $a_{R,i}$  для построения кривых  $|Z_*(f_*)|$  и  $X_*(f_*)$ , так и коэффициентов  $a_{X,i}$  для построения кривых  $|Z_*(f_*)|$  и  $R_*(f_*)$  не приводит к совпадению расчетных и опытных данных. Покажем это на примере коэффициентов аппроксимации  $a_{Z,i}$ ,  $a_{R,i}$  и  $a_{X,i}$  для яблока.

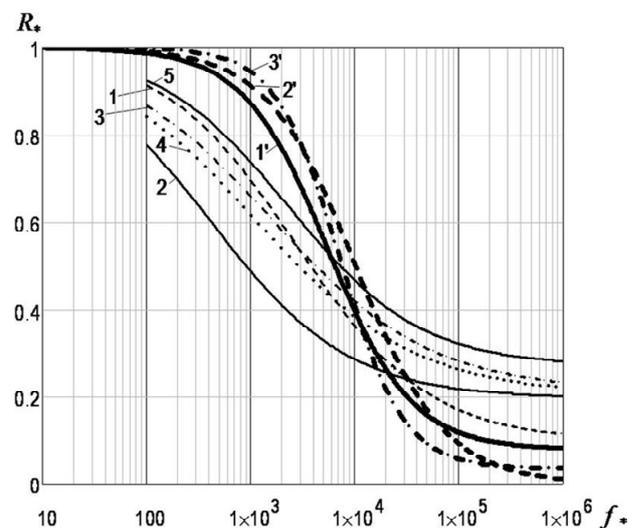


Рис. 14. Нормированные на единицу аппроксимационные частотные зависимости значений активных составляющих  $R_*(f_*)$  импеданса схемы замещения Фрике для биологических тканей растительного [6, 13] и животного [14] происхождения: 1 – печени; 2 – сердца (вдоль волокон); 3 – почки; 4 – молочной железы; 5 – щитовидной железы; 1' – яблока; 2' – моркови; 3' – картофеля

Воспользуемся формулой (6). Возьмем значения  $a_{Z,i}$  из табл. 1 для яблока. На рис. 15 тонкими сплошными линиями построим зависимости

$$\begin{aligned} |Z_*(f_*)| &= |Z_*(f_*, a_{Z,1}, a_{Z,2}, a_{Z,3})|; \\ R_*(f_*) &= \text{Re}[Z_*(f_*, a_{Z,1}, a_{Z,2}, a_{Z,3})]; \\ X_*(f_*) &= \text{Im}[Z_*(f_*, a_{Z,1}, a_{Z,2}, a_{Z,3})], \end{aligned}$$

а утолщенными пунктирными линиями – их опытные значения  $|Z_*(f_*)|$ ,  $R_*(f_*)$  и  $X_*(f_*)$ . Посмотрим, как полученные кривые соотносятся с опытными данными.

Видно, что кривые  $|Z_*(f_*)|$  и  $|Z_*(f_*)|$  практически совпали, так как коэффициенты аппроксимации  $a_{Z,i}$  были рассчитаны именно по опытным значениям этой кривой. Кривые зависимости  $R_*(f_*)$  ложатся ниже опытных значений  $R_*(f_*)$ , как и кривые зависимостей  $X_*(f_*)$  от опытных значений  $X_*(f_*)$ .

Возьмем теперь значения  $a_{R,i}$  для яблока и так же подставим их в формулу (6). На рис. 15 тонкими пунктирными линиями построим зависимости:

$$\begin{aligned} |Z_{R^*}(f^*)| &= |Z^*(f^*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3})|; \\ R_{R^*}(f^*) &= \text{Re}[Z^*(f^*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3})]; \\ X_{R^*}(f^*) &= \text{Im}[Z^*(f^*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3})]. \end{aligned}$$

В этом случае кривая  $R_{R^*}(f^*)$  совпала с кривой  $R^*(f^*)$ , кривая  $|Z_{R^*}(f^*)|$  прошла выше кривой с опытными значениями  $|Z^*(f^*)|$ , а кривая  $X_{R^*}(f^*)$  прошла ниже кривой с опытными значениями  $X^*(f^*)$ .

Если взять значения  $a_{X,i}$  для яблока, то на рис. 15 тонкими штрихпунктирными линиями можно построить зависимости

$$\begin{aligned} |Z_{X^*}(f^*)| &= |Z^*(f^*, a_{X,1}, a_{X,2}, a_{X,3})|; \\ R_{X^*}(f^*) &= \text{Re}[Z^*(f^*, a_{X,1}, a_{X,2}, a_{X,3})]; \\ X_{X^*}(f^*) &= \text{Im}[Z^*(f^*, a_{X,1}, a_{X,2}, a_{X,3})]. \end{aligned}$$

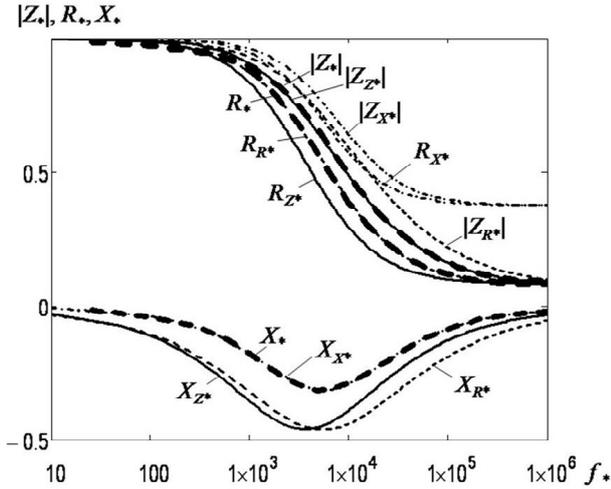


Рис. 15. Частотные зависимости значений модуля импеданса  $|Z^*|$  схемы замещения Фрике, активной  $R^*$  и реактивной  $X^*$  составляющих импеданса для ткани яблока. Утолщенные пунктирные кривые – опытные значения  $|Z^*|$ ,  $R^*$  и  $X^*$ ; тонкие сплошные кривые – расчетные значения при коэффициентах  $a_{z,i}$  – кривые  $|Z_{Z^*}|$ ,  $R_{Z^*}$  и  $X_{Z^*}$ ; тонкие пунктирные кривые – расчетные значения при коэффициентах  $a_{R,i}$  – кривые  $|Z_{R^*}|$ ,  $R_{R^*}$  и  $X_{R^*}$ ; тонкие штрихпунктирные кривые – расчетные значения при коэффициентах  $a_{X,i}$  – кривые  $|Z_{X^*}|$ ,  $R_{X^*}$  и  $X_{X^*}$ .

Кривая  $X_{X^*}(f^*)$  совпала с кривой  $X^*(f^*)$ , кривые  $|Z_{X^*}(f^*)|$  и  $R_{X^*}(f^*)$ , особенно при высоких частотах, прошли существенно выше соответствующих кривых опытных значений  $|Z^*(f^*)|$  и  $R^*(f^*)$ .

Таким образом, коэффициенты  $a_{z,i}$ ,  $a_{R,i}$  и  $a_{X,i}$  можно использовать только для аппроксимации соответствующих им кривым  $|Z^*(f^*)|$ ,  $R^*(f^*)$  и  $X^*(f^*)$ , по значениям которых они были получены и для которых расчетные кривые совпадают с опытными кривыми.

Значит, имея значения коэффициентов аппроксимации  $a_{R,i}$  в выражении импеданса схемы замещения Фрике (6) для опытных зависимостей

$$R^*(f^*) = \text{Re}[Z^*(f^*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3})]$$

тканей животного происхождения [14], см. табл. 2, нельзя получить зависимости

$$\begin{aligned} |Z^*(f^*)| &= |Z^*(f^*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3})|; \\ X^*(f^*) &= \text{Im}[Z^*(f^*, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3})]. \end{aligned}$$

Это основной недостаток схемы замещения Фрике.

**Нахождение общих коэффициентов  $a_i$  в выражении импеданса схемы замещения Фрике для всех зависимостей  $|Z^*(f^*)|$ ,  $R^*(f^*)$  и  $X^*(f^*)$ .** Проверим возможность нахождения коэффициентов  $a_i$  в выра-

жении полного комплексного сопротивления (6) схемы замещения Фрике, которые удовлетворяли бы одновременно всем зависимостям  $|Z^*(f^*)|$ ,  $R^*(f^*)$  и  $X^*(f^*)$  для каждой конкретной ткани. В этом случае по одной зависимости  $|Z^*(f^*)| = |Z^*(f^*, a_1, a_2, a_3)|$  можно было бы получать зависимости  $R^*(f^*) = \text{Re}[Z^*(f^*, a_1, a_2, a_3)]$  и  $X^*(f^*) = \text{Im}[Z^*(f^*, a_1, a_2, a_3)]$ . Для этого используем минимизацию среднеквадратичных отклонений функции  $F(a_1, a_2, a_3)$ , записываемой в виде:

$$\begin{aligned} F(a_1, a_2, a_3) &= \\ &= \sum_n \left\{ \left| Z^*(f_n, a_1, a_2, a_3) \right| - \left| Z^*(f_n, a_{Z,1}, a_{Z,2}, a_{Z,3}) \right| \right\}^2 + \\ &+ \sum_n \left\{ \text{Re}[Z^*(f_n, a_1, a_2, a_3)] - \right. \\ &\left. - \text{Re}[Z^*(f_n, a_{R,1}, a_{R,2}, a_{R,3})] \right\}^2 + \\ &+ \sum_n \left\{ \text{Im}[Z^*(f_n, a_1, a_2, a_3)] - \right. \\ &\left. - \text{Im}[Z^*(f_n, a_{X,1}, a_{X,2}, a_{X,3})] \right\}^2, \end{aligned} \quad (11)$$

здесь значения вектора  $f_n^*$  задаются из выражения (7), а величины  $a_{z,i}$ ,  $a_{R,i}$ ,  $a_{X,i}$  – из табл. 1.

Минимизация функции  $F(a_i) \rightarrow \min$  может осуществляться численным методом сопряженных градиентов [15] относительно переменных  $a_i$  (в пакете MathCAD – это функция Minimize) при некоторых стартовых значениях переменных  $a_i$ .

В качестве примера возьмем яблоко. В результате минимизации получены коэффициенты:  $a_1 = 6,91$ ;  $a_2 = 0,784$ ;  $a_3 = 1,144 \cdot 10^{-3}$ . На основе этих коэффициентов на рис. 16 построим сплошными линиями кривые расчетных зависимостей величин

$$\begin{aligned} |Z^*(f^*)| &= |Z^*(f^*, a_1, a_2, a_3)|; \\ R^*(f^*) &= \text{Re}[Z^*(f^*, a_1, a_2, a_3)]; \\ X^*(f^*) &= \text{Im}[Z^*(f^*, a_1, a_2, a_3)]. \end{aligned}$$

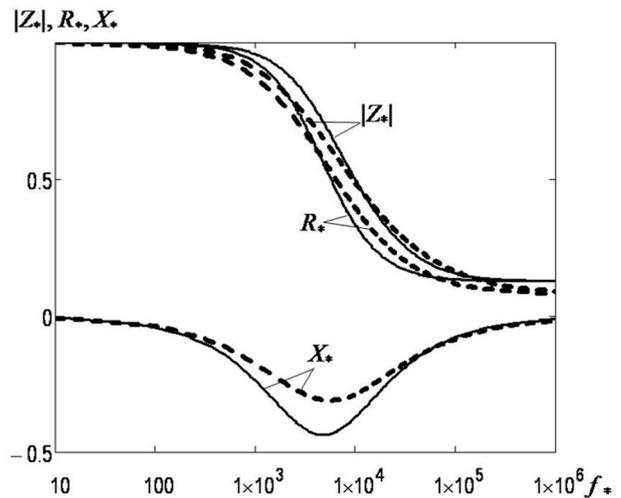


Рис. 16. Частотные зависимости значений модуля импеданса  $|Z^*|$  схемы замещения Фрике, активной  $R^*$  и реактивной  $X^*$  составляющих импеданса для ткани яблока. Пунктирные кривые – опытные значения, сплошные кривые – расчетные значения

Видно, что все эти кривые расходятся с соответствующими им опытными кривыми, показанными на рисунке пунктирными линиями.

Это показывает, что для схемы замещения Фрике нет общих значений коэффициентов аппроксимации  $a_i$ , которые бы удовлетворяли одновременно всем кривым  $|\underline{Z}_*(f_*)|$ ,  $R_*(f_*) = \text{Re}[\underline{Z}_*(f_*)]$  и  $X_*(f_*) = \text{Im}[\underline{Z}_*(f_*)]$  для каждой конкретной биологической ткани.

Поэтому, для аппроксимации кривых  $|\underline{Z}_*(f_*)|$ ,  $\text{Re}[\underline{Z}_*(f_*)]$  и  $\text{Im}[\underline{Z}_*(f_*)]$  необходимо использовать только соответствующие им коэффициенты  $a_{Z,i}$ ,  $a_{R,i}$  и  $a_{X,i}$ , при которых значения расчетных и опытных данных совпадают. Это является следствием того, что схема Фрике не отражает всех свойств биологических тканей.

Поэтому следующий этап исследований должен быть посвящен модернизации схемы замещения Фрике с вводом в схему элементов, учитывающих влияние клеточных мембран и диэлектрических потерь в клеточных мембранах (тангенс угла диэлектрических потерь  $\text{tg}\delta$ ) для возможности получения общих значений коэффициентов аппроксимации  $a_i$ , которые бы удовлетворяли одновременно всем кривым  $|\underline{Z}_*(f_*)|$ ,  $R_*(f_*)$  и  $X_*(f_*)$  для каждой конкретной биологической ткани.

Разработанная методика позволяет моделировать процессы, происходящие в биологических тканях при прохождении через них тока разной частоты, а так же с большей эффективностью разрабатывать диагностическую и контрольно-измерительную аппаратуру для определения электрических свойств ткани растительного и животного происхождения, в том числе разрабатывать более эффективную медицинскую аппаратуру. Зависимости  $R_*(f_*)$  смогут применяться в расчетах тепловых процессов, происходящих при сварке живых тканей животного происхождения специальными медицинскими сварочными источниками питания.

**Приложение.** Векторы  $V_Z$ ,  $V_R$  и  $V_X$  для модуля полного сопротивления, активной и реактивной составляющих полного сопротивления имеют вид:

$$\begin{aligned} V_Z(f_*, a_1, a_2, a_3) &= \\ &= \left\| \left| \underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3) \right|, \left| \frac{\partial \underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)}{\partial a_1} \right|, \right. \\ &\quad \left. \left| \frac{\partial \underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)}{\partial a_2} \right|, \left| \frac{\partial \underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)}{\partial a_3} \right| \right\|^T; \\ V_R(f_*, a_1, a_2, a_3) &= \\ &= \left\| \text{Re}[\underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)], \text{Re} \left[ \frac{\partial \underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)}{\partial a_1} \right], \right. \\ &\quad \left. \text{Re} \left[ \frac{\partial \underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)}{\partial a_2} \right], \text{Re} \left[ \frac{\partial \underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)}{\partial a_3} \right] \right\|^T; \\ V_X(f_*, a_1, a_2, a_3) &= \\ &= \left\| \text{Im}[\underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)], \text{Im} \left[ \frac{\partial \underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)}{\partial a_1} \right], \right. \\ &\quad \left. \text{Im} \left[ \frac{\partial \underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)}{\partial a_2} \right], \text{Im} \left[ \frac{\partial \underline{Z}_*(f_*, a_1, a_2, a_3)}{\partial a_3} \right] \right\|^T, \end{aligned}$$

здесь  $\partial$  – знак дифференциала;  $T$  – символ транспонирования вектора.

Преобразовывая правые части векторов, с учетом формулы (6), получим выражения для определения коэффициентов  $a_i$  по векторам  $V_Z$ ,  $V_R$ , и  $V_X$ , записанных в явном виде:

$$\begin{aligned} V_Z(f_*, a_1, a_2, a_3) &= \\ &= \left\| \frac{\sqrt{\left[ a_1^2 + (1+a_1) \cdot (a_3 \cdot f_*^{a_2})^2 \right]^2 + (a_1^2 \cdot a_3 \cdot f_*^{a_2})^2}}{F(f_*, a_1, a_2, a_3)}, \right. \\ &\quad \left. \frac{\left\{ (1+3 \cdot a_1 + 3 \cdot a_1^2 + a_1^3) \cdot (a_3 \cdot f_*^{a_2})^4 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - a_1^3 \cdot \left[ (1+a_1) \cdot (a_3 \cdot f_*^{a_2})^2 - a_1 \right] \right\} \cdot (a_3 \cdot f_*^{a_2})^2}{F_1^2(f_*, a_1, a_2, a_3) \cdot \sqrt{F_2(f_*, a_1, a_2, a_3)}}, \right. \\ &\quad \frac{(2+a_1) \cdot a_1^3 \cdot (a_3 \cdot f_*^{a_2})^2 \cdot \ln(f_*)}{F_1^2(f_*, a_1, a_2, a_3) \cdot \sqrt{F_2(f_*, a_1, a_2, a_3)}}, \\ &\quad \left. - \frac{(2+a_1) \cdot a_1^3 \cdot a_3 \cdot f_*^{2 \cdot a_2}}{F_1^2(f_*, a_1, a_2, a_3)} \right\|^T; \\ V_R(f_*, a_1, a_2, a_3) &= \left\| \frac{a_1^2 + (1+a_1) \cdot (a_3 \cdot f_*^{a_2})^2}{F_1(f_*, a_1, a_2, a_3)}, \right. \\ &\quad \left. \frac{\left\{ \left[ (1+a_1) \cdot a_3 \cdot f_*^{a_2} \right]^2 - a_1^2 \right\} \cdot (a_3 \cdot f_*^{a_2})^2}{F_1^2(f_*, a_1, a_2, a_3)}, \right. \\ &\quad \frac{2 \cdot (1+a_1) \cdot a_1^3 \cdot (a_3 \cdot f_*^{a_2})^2 \cdot \ln(f_*)}{F_1^2(f_*, a_1, a_2, a_3)}, \\ &\quad \left. - \frac{2 \cdot (1+a_1) \cdot a_1^3 \cdot a_3 \cdot f_*^{2 \cdot a_2}}{F_1^2(f_*, a_1, a_2, a_3)} \right\|^T; \\ V_X(f_*, a_1, a_2, a_3) &= \left\| - \frac{a_1^2 \cdot a_3 \cdot f_*^{a_2}}{F_1(f_*, a_1, a_2, a_3)}, \right. \\ &\quad \frac{2 \cdot a_1 \cdot (1+a_1) \cdot (a_3 \cdot f_*^{a_2})^3}{F_1^2(f_*, a_1, a_2, a_3)}, \\ &\quad \frac{a_1^2 \cdot a_3 \cdot f_*^{a_2} \cdot \left\{ a_1^2 - \left[ (1+a_1) \cdot a_3 \cdot f_*^{a_2} \right]^2 \right\} \cdot \ln(f_*)}{F_1^2(f_*, a_1, a_2, a_3)}, \\ &\quad \left. - \frac{a_1^2 \cdot f_*^{a_2} \cdot \left\{ a_1^2 - \left[ (1+a_1) \cdot a_3 \cdot f_*^{a_2} \right]^2 \right\}}{F_1^2(f_*, a_1, a_2, a_3)} \right\|^T, \end{aligned}$$

где функции

$$\begin{aligned} F_1(f_*, a_1, a_2, a_3) &= a_1^2 + \left[ (1+a_1) \cdot a_3 \cdot f_*^{a_2} \right]^2; \\ F_2(f_*, a_1, a_2, a_3) &= \left[ a_1^2 + (1+a_1) \cdot (a_3 \cdot f_*^{a_2})^2 \right]^2 + \\ &\quad + (a_1^2 \cdot a_3 \cdot f_*^{a_2})^2. \end{aligned}$$

В ряде случаев выражения, записанные в явном виде, бывают более удобны в использовании.

## Выводы.

Электрическая схема замещения Фрике позволяет моделировать зависимости модуля импеданса биологических тканей, активную и реактивную составляющие импеданса с приемлемой для практических целей точностью в диапазоне частот от  $10^3$  до  $10^6$  Гц.

Выражение полного сопротивления схемы замещения Фрике для биологических тканей позволяет аппроксимировать частотные зависимости модуля полного сопротивления, активную и реактивную составляющие полного сопротивления только при использовании коэффициентов аппроксимаций, соответствующих каждой составляющей.

Созданная методика обработки экспериментальных данных при моделировании дисперсии импеданса биологических тканей с помощью схемы замещения Фрике для биологических тканей позволяет с высокой точностью определять эти значения.

Разработанная методика оперирует с нормированными на единицу значениями модуля полного сопротивления схемы замещения Фрике, активной и реактивной составляющими полного сопротивления в зависимости от частоты, что позволяет производить сравнительный анализ параметров различных биологических тканей растительного и животного происхождения.

Показано, что частотные зависимости активной составляющей полного сопротивления для тканей растительного и животного происхождения подобны.

Коэффициенты аппроксимации в уравнении полного сопротивления можно использовать только для аппроксимации соответствующих им кривым импеданса, резистанса и реактанса, по значениям которых они были получены, что является основной недостатком схемы замещения Фрике.

Для схемы замещения Фрике не существует общих значений коэффициентов аппроксимации, которые бы соответствовали одновременно трем зависимостям – модулю импеданса, активной и реактивной составляющим импеданса. Поэтому схема замещения Фрике не полностью отражает все характеристики биологических тканей и нуждается в модернизации.

Зависимости импеданса биологической ткани могут применяться при проектировании диагностической и контрольно-измерительной аппаратуры для определения свойств тканей животного и растительного происхождения. Также они будут востребованы при создании медицинской аппаратуры для сварки живых тканей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Paton B.E., Krivtsov I.V., Marinsky G.S., Khudetsky I.Yu., Lankin Yu.N., Chernets A.V. Welding, cutting and heat treatment of live tissues // *The Paton welding journal*. – 2013. – no.10-11. – pp. 142-153.
2. Fricke H. The electric resistance and capacity of blood for frequencies between 800 and 4½ million cycles // *The Journal of General Physiology*. – 1925. – vol.9. – no.2. – pp. 153-167. doi: 10.1085/jgp.9.2.153.
3. Калакутский Л.И., Акулов С.А., Федотов А.А. Основы импульсной импедансометрии биологических тканей: электрон. учеб. пособие; Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П. Королева (нац. исслед. ун-т). – Самара, 2011. – 94 с. – Режим доступа <http://repo.ssau.ru/handle/Uchebnye-posobiya/Osnovy-impulsnoi-impedansometrii-biologicheskikh-tkanei-Elektronnyi-resurs-elektron-ucheb-posobie-54991>.
4. Кирьянов Д.В. *MathCAD 14*. – С.-Пб.: БХВ-Петербург, 2007. – 704 с.
5. Самойлов В.О. *Медицинская биофизика: Учебник*. – С.-Пб.: СпецЛит, 2004. – 496 с.
6. Голев И.М., Коротков Л.Н. Дисперсия электрического сопротивления биологических объектов растительного происхождения // *Вестник воронежского государственного технического университета*. – 2013. – Т.9. – №4. – С. 26-29.
7. Антропов Е.И. *Теоретическая электрохимия. Учебник для химико-технологических специальностей вузов*. – М.: Высшая школа, 1975. – 560 с.
8. Laufer S., Ivorra A., Reuter V.E., Rubinsky B., Solomon S.B. Electrical impedance characterization of normal and cancerous human hepatic tissue // *Physiological Measurement*. – 2010. – vol.31. – iss.7. – pp. 995-1009. – doi: 10.1088/0967-3334/31/7/009.
9. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. *Теоретические основы электротехники: в 2 т.*: М.-Л.: Энергия, 1966. – Т.2, Ч. 3, 4: Теория нелинейных электрических и магнитных цепей. Теория электромагнитного поля. – 407 с.
10. Привалов Е.Е. *Электротехническое материаловедение: учебное пособие*. – М.-Берлин: Директ-Медиа, 2015. – 234 с.
11. Бессонов Л.А. *Теоретические основы электротехники*. – М.: Высшая школа, 1964. – 750 с.
12. Толстов Ю.Г. *Теория линейных электрических цепей*. – М.: Высшая школа, 1978. – 279 с.
13. Голев И.М., Бобкина Е.Ю. Температурная зависимость электрического импеданса паренхимных тканей овощей // *Теоретические и практические аспекты естественных и математических наук: Материалы международной заочной научно-практической конференции (24 декабря 2012 г.)*. – Новосибирск: СибАК, 2012. – С. 103-108. – Режим доступа <http://sibac.info/conf/naturscience/i/30882>.
14. Белик Д.В. *Импедансная электрохирургия*. – Новосибирск: Наука, 2000. – 237 с.
15. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. *Практическая оптимизация: пер. с англ.* – М.: Мир, 1985. – 509 с.

## REFERENCES

1. Paton B.E., Krivtsov I.V., Marinsky G.S., Khudetsky I.Yu., Lankin Yu.N., Chernets A.V. Welding, cutting and heat treatment of live tissues. *The Paton welding journal*, 2013, no.10-11, pp. 142-153.
2. Fricke H. The electric resistance and capacity of blood for frequencies between 800 and 4½ million cycles. *The Journal of General Physiology*, 1925, vol.9, no.2, pp. 153-167. doi: 10.1085/jgp.9.2.153.
3. Kalakutskii L.I., Akulov S.A., Fedotov A.A. *Fundamentals of impulse impedance of biological tissues: an electronic textbook*. Minobronauki Russia, Samara State Aerospace University named after S.P. Korolev (National Research University). Samara, 2011. 94 p. Available at: <http://repo.ssau.ru/handle/Uchebnye-posobiya/Osnovy-impulsnoi-impedansometrii-biologicheskikh-tkanei-Elektronnyi-resurs-elektron-ucheb-posobie-54991>. (Rus).
4. Kiryanov D.V. *MathCAD 14* [MathCAD 14]. St. Petersburg, BHV-Petersburg Publ., 2007. 704 p. (Rus).
5. Samoilov V.O. *Meditsinskaia biofizika: Uchebnik* [Medical Biophysics: Textbook]. St. Petersburg, SpetsLit Publ., 2004. 496 p. (Rus).
6. Golev I.M., Korotkov L.N. Dispersion of the electrical resistance of biological objects plant origin. *Bulletin of Voronezh State Technical University*, 2013, vol.9, no.4, pp. 26-29. (Rus).
7. Antropov E.I. *Teoreticheskaiia elektrokhemiiia. Uchebnik dlia khimiko-tekhnologicheskikh spetsial'nostei vuzov*

[Theoretical electrochemistry. Textbook for high schools chemical technology specialties]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1975. 560 p. (Rus).

8. Laufer S., Ivorra A., Reuter V.E., Rubinsky B., Solomon S.B. Electrical impedance characterization of normal and cancerous human hepatic tissue. *Physiological Measurement*, 2010, vol.31, iss.7, pp. 995-1009. – doi: 10.1088/0967-3334/31/7/009.

9. Neiman L.R., Demirchian K.S. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki. V 2 t., T.2, Ch. 3, 4. Teoriia nelineinykh elektricheskikh i magnitnykh tsepei. Teoriia elektromagnitnogo polia* [Theoretical foundations of electrical engineering. In 2 vols. Vol. 2, part 3, 4. Theory of nonlinear electric and magnetic circuits. Theory of electromagnetic field]. Moscow-Leningrad, Energiia Publ., 1966. 407 p. (Rus).

10. Privalov E.E. *Elektrotekhnicheskoe materialovedenie: uchebnoe posobie* [Electrotechnical materials science: Tutorial]. Moscow-Berlin: Direkt-Media Publ., 2015. 234 p. (Rus).

11. Bessonov L.A. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki* [Theoretical foundations of electrical engineering]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1964. 750 p. (Rus).

12. Tolstov Iu.G. *Teoriia lineinykh elektricheskikh tsepei* [Theory of linear electric circuits]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1978. 279 p. (Rus).

13. Golev I.M., Bobkina E.Iu. The temperature dependence of the electrical impedance of the parenchymal tissue of vegetables. *Teoreticheskie i prakticheskie aspekty estestvennykh i matematicheskikh nauk: Materialy mezhdunarodnoi zaochnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Theoretical and practical aspects of the natural and mathematical sciences: Proceedings of the International correspondence scientific-practical conference]. Novosibirsk, 24 December 2012, SibAK Publ., 2012, pp. 103-108. (Rus). Available at: <http://sibac.info/conf/natur-science/i/30882>. (Rus).

14. Belik D.V. *Impedansnaia elektrokhirurgiiia* [Impedance electrosurgery]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2000. 237 p. (Rus).

15. Gill Ph., Murray W., Wright M. *Prakticheskaiia optimizatsiia* [Practical Optimization]. Moscow, Mir Publ., 1985. 509 p. (Rus).

Поступила (received) 20.08.2017

Кривцун Игорь Витальевич<sup>1</sup>, академик НАН Украины, д.т.н., проф.,

Пентегов Игорь Владимирович<sup>1</sup>, д.т.н., проф., в.н.с.,

Сидорец Владимир Николаевич<sup>1</sup>, д.т.н., проф., в.н.с.,

Рымар Сергей Владимирович<sup>1</sup>, д.т.н., с.н.с.

<sup>1</sup> Институт электросварки им. Е.О. Патона НАН Украины, 03680, Киев-150, ул. Казимира Малевича, 11, тел/phone +380 44 2061388, e-mail: elmag@paton.kiev.ua

I.V. Krivtsun<sup>1</sup>, I.V. Pentegov<sup>1</sup>, V.M. Sydorets<sup>1</sup>, S.V. Rymar<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Paton Electric Welding Institute of National Academy of Sciences of Ukraine,

11, Kazymyr Malevych Str., Kiev, 03680, Ukraine.

**A technique for experimental data processing at modeling the dispersion of the biological tissue impedance using the Fricke equivalent circuit.**

**Purpose.** Modeling the dispersion of the biological tissue impedance of vegetable and animal origin using the Fricke equivalent circuit; development of a technique for experimental data processing to determine the approximation coefficients of the dispersion of the biological tissue impedance for this equivalent circuit; study of the features of the equivalent circuit at modeling the dispersion of the impedance, resistance, and reactance; the definition of the frequency domain in which using of the equivalent circuit is correct; revealing and generalization of the main regularities of dissipation of biological tissue impedance of vegetable and animal origin.

**Methodology.** The technique is based on the scientific provisions of theoretical electrical engineering – the theory of the electromagnetic field in nonlinear media in modeling the dispersion of the biological tissue impedance. **Results.** The electric circuit of the Fricke equivalent circuit allows modeling the dependences of the impedance module of biological tissues, active and reactive components of impedance with acceptable accuracy for practical purposes in the frequency domain from  $10^3$  to  $10^6$  Hz. The equation of impedance of the Fricke equivalent circuit for biological tissues makes it possible to approximate the frequency dependences of the impedance modulus, active and reactive parts of the total resistance only by using the approximation coefficients corresponding to each part. The developed method for determining the values of the approximation coefficients of the impedance equation for the Fricke equivalent circuit for biological tissues allows to determine these values with high accuracy for various biological tissues. It is shown that the frequency dependences of the active component of the total resistance for tissues of vegetable and animal origin are similar. **Originality.** The developed technique operates with the normalized values of the impedance modulus of the Fricke equivalent circuit, the active and reactive components of the impedance as a function of frequency, which allows a comparative analysis of the dependencies of these parameters of various biological tissues of plant and animal origin. **Practical value.** The approximate dependences of the absolute impedance modulus, active and reactive components of the impedance allow modeling processes occurring in biological tissues with the passage of a current of different frequency. Dependence of the impedance of biological tissue can be applied to the design of diagnostic and control equipment to determine the properties of tissues of animal and vegetable origin, including developing more effective medical equipment. References 15, tables 3, figures 16.

**Key words:** biological tissue, electrical properties, simulation, impedance dispersion, Fricke substitution scheme, technique, approximation coefficients.