

А.В. Чабан, В.Р. Левонюк, І.М. Дробот, А.Ф. Герман

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЇ ЛЕХЕРА В СТАНІ НЕРОБОЧОГО ХОДУ

У роботі, на основі узагальненого міждисциплінарного (інтердисциплінарного) методу математичного моделювання, який ґрунтується на модифікації інтегрального варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського, запропоновано математичну модель двопровідної довгої лінії електропередач, що працює в неробочому стані. Представлено результати комп'ютерної симуляції перехідних процесів у вигляді рисунків, які аналізуються. Бібл. 12, рис. 12.

Ключові слова: математичне моделювання, принцип Гамільтона-Остроградського, рівняння Ейлера-Лагранжа, електроенергетична система, лінія електропередач з розподіленими параметрами.

В работе, на основе обобщенного междисциплинарного (интердисциплинарного) метода математического моделирования, основанного на модификации интегрального вариационного принципа Гамильтона-Остроградского, предложена математическая модель двухпроводной длинной линии электропередач, которая работает на холостом ходу. Представлены результаты компьютерной симуляции переходных процессов в виде рисунков, которые анализируются. Библ. 12, рис. 12.

Ключевые слова: математическое моделирование, принцип Гамильтона-Остроградского, уравнение Эйлера-Лагранжа, электроэнергетическая система, линия электропередач с распределенными параметрами.

Вступ. Математичне моделювання складних електричних систем на сьогоднішній день є важливою технічною проблемою. За допомогою апарата математичного моделювання можна аналізувати електромагнітні та електромеханічні неусталені процеси різноманітних електротехнічних об'єктів і систем, не залучаючи до останніх коштовні натурні експерименти. Не є винятком тут і електроенергетика.

У нинішній праці в якості прикладу аналізу системи Лехера [1] використано довгу лінію з розподіленими параметрами, яка працює на постійному струмі. Відомо, що такі лінії знайшли належне місце в електроенергетичних системах багатьох країн світу. Передавання електроенергії в такий спосіб: зменшує втрати в лініях (за рахунок відсутності явища скін-ефекту), уможливує об'єднання між собою локальних енергосистем, що працюють з різною частотою та зменшує затрати на будівництво при великих відстанях за рахунок меншої кількості проводів й допоміжної арматури та ін.

На жаль, у нашій державі в силу певних причин, утім і економічних, у 2014 році було виведено з ладу єдину лінію постійного струму Волгоград-Донбас, яка була спроектована на напругу 800 кВ. Але у високорозвинених зарубіжних країнах згадані лінії не тільки ефективно працюють, але вводяться в експлуатацію нові, із-за певних переваг, згаданих вище. Тут можна згадати такі лінії: тихоокеанська лінія постійного струму потужністю 1400 МВт, напругою ± 400 кВ, довжиною 1362 км для передачі електроенергії від ГЕС в штаті Орегон в енергосистему Лос-Анджелеса; лінія передачі електроенергії ГЕС «Сянцзяба» (Xiangjiaba) – Шанхай у Китаї напругою ± 800 кВ забезпечує передачу потужності 6 400 МВт на відстань у 2000 км; у Канаді три лінії передачі довжиною близько 900 км, побудовані від ГЕС Нельсон Рівер, що знаходяться за полярним колом, до м. Вінніпег на півдні країни. Потужність третьої ЕППС склала 2000 МВт при напрузі ± 500 кВ; в Бразилії введені в роботу два ланцюги ЕППС ГЕС Ітайпу пропускною спро-

можністю по 3150 МВт при напрузі ± 600 кВ. Довжина кожного ланцюга близько 800 км, та ін. [2].

Аналіз останніх досліджень. Серед низки наукових робіт присвячених аналізу перехідних процесів у електроенергетичних системах розглянемо деякі з них, найближчих до теми даної праці.

В [3] розроблена математична модель дво- та трипровідної лінії електропередач змінного струму для дослідження перехідних процесів та явищ перенапруг в лінії 500 кВ. На основі програмного комплексу АТР-ЕМТР були розраховані перехідні процеси та досліджені явища перенапруг під час аварійного стану лінії.

Практичний підхід при дослідженні перехідних електромагнітних процесів репрезентовано в роботі [4]. Після опису багатьох випадків моделювання висвітлені вимоги для моделювання вибраних елементів енергосистеми. Також зроблено порівняльний аналіз досліджень перехідних електромагнітних процесів на коректних і неправильних моделях енергосистеми.

В роботі [5] представлена математична модель електромагнітних перехідних процесів в електричних системах, яка основана на дискретних вузлових рівняннях в фазних координатах і неявних методах чисельного інтегрування, що дає можливість моделювати перехідні процеси при симетричних та несиметричних комутаціях і пошкодженнях в електричних мережах будь-якої конфігурації.

Праця [6] охоплює широкий спектр аналізу перехідних і усталених процесів в електроенергетиці під оригінальним кутом зору. Матеріал книги базується на класичних підходах до моделювання електроенергетичних систем. На жаль, очевидно із-за обмеження об'єму книги, в останній не представлено результати комп'ютерної симуляції хвильових процесів у лініях.

Метою роботи є удосконалення, на основі застосування варіаційних підходів, методів математичного моделювання перехідних процесів у лінії Лехера, яка працює в режимі неробочого ходу, й за рахунок цього більш коректно симулювати хвильові процеси.

© А.В. Чабан, В.Р. Левонюк, І.М. Дробот, А.Ф. Герман

Варіаційна модель лінії Лехера. Щоб будувати математичні моделі досліджуваних об'єктів з високим рівнем адекватності потрібно правильно використовувати основні фундаментальні закони прикладної фізики, які застосовуються в відповідних галузях науки [9]. У нашому випадку це електродинаміка [1, 6, 7].

Математичне моделювання, зазвичай, використовує два підходи. Перший – класичний підхід, що ґрунтується на законі збереження енергії і другий – варіаційний, що ґрунтується на мінімізації функціоналу дії системи [9]. Кожен з цих підходів має свої вади й переваги, але при правильному використанні призводить до вірних результатів [8]. Іншими словами, дороги, які ведуть до остаточної моделі відрізняються, але одержаний результат – однаковий. Звичайно, право вибору підходу до моделювання належить досліднику.

Ми пропонуємо для аналізу перехідних процесів у лінії Лехера використовувати модифікований принцип Гамільтона-Остроградського (варіаційний підхід) [9]. Згаданий підхід дає можливість уникнути декомпозиції єдиної динамічної системи, а одержати вихідні рівняння стану виключно з єдиного енергетичного підходу, шляхом побудови розширеної функції Лагранжа [9]. Іншими словами, запропонована дорога дає змогу будувати моделі динамічних систем на підставі міждисциплінарних (інтердисциплінарних) підходів. Особливо це актуально для систем з розподіленими параметрами, у тім і для довгих ліній електропередач, коли в рівняннях стану об'єкта потрібно враховувати: електростатичні впливи (явище корони), термодинамічні впливи (нагрівання електропроводів, особливо під час плавлення ожеледі), механічні впливи на проводи, зокрема, різного роду коливання (особливо резонансні й близькі до резонансу (биття коливаний) процеси) та ін. В нинішній праці ми не враховуємо вище згадані впливи, але ці впливи ми плануємо враховувати в подальших наших дослідженнях, власне для цього ми і пропонуємо цей підхід.

Ключовим елементом модифікованого принципу Гамільтона-Остроградського є розширений неконсервативний лагранжіан. Представимо його аналітичний вигляд [8, 10]:

$$L^* = \tilde{T}^* - P^* + \Phi^* - D^*, \quad (1)$$

де L^* – модифікована функція Лагранжа, \tilde{T}^* – кінетична коенергія, P^* – потенціальна енергія, Φ^* – енергія дисипації, D^* – енергія сторонніх непотенціальних сил.

Ми вже згадували, що лінія Лехера в загальному випадку розглядається як система з розподіленими параметрами [10, 11]. Тоді елементи модифікованої функції Лагранжа будуть не енергетичними функціями, а їхніми відповідними густинами [1]. Отже, функціонал дії за Гамільтоном-Остроградським буде виглядати так [9]:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \left(L^* + \int_l L_l dl \right) dt, \quad I = \int_l L_l dl, \quad \text{тут } L^* = 0, \quad (2)$$

де S – дія за Гамільтоном-Остроградським, L_l – лінійна густина модифікованої функції Лагранжа, I – енергетичний функціонал.

Запишемо складники розширеної функції Лагранжа (мається на увазі лінійної густини) [9]:

$$\frac{\partial T^*}{\partial x} \equiv T_l = \frac{L_0 Q_t^2}{2}, \quad \frac{\partial P^*}{\partial x} \equiv P_l = \frac{1}{2C_0} Q_x^2, \quad Q_t \equiv \frac{\partial Q}{\partial t} = i; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial x} \equiv \Phi_l = \Phi_{l3} - \Phi_{lB} = \int_0^t \left(\frac{R_0}{2} Q_t^2 - \frac{g_0}{2C_0^2} Q_x^2 \right)_{t=\tau} d\tau, \quad (4)$$

де $i(x, t)$ – струм в лінії, R_0, g_0, C_0, L_0 – параметри лінії, Φ_{l3} – зовнішня дисипація енергії, Φ_{lB} – внутрішня дисипація енергії, $Q(x, t)$ – заряд лінії.

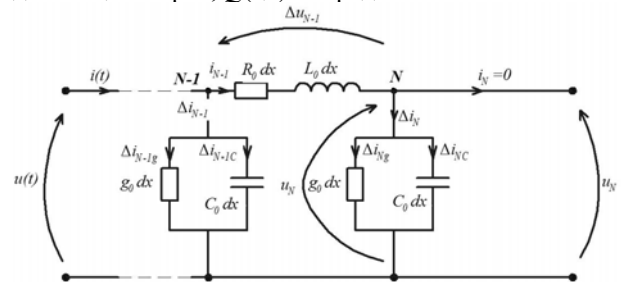


Рис. 1. Електрична схема з'єднання елементів лінії Лехера в стані неробочого ходу

Важливо відзначити, що в рівнянні (4) фігурує знак мінус! Це пов'язано з тим що функція внутрішньої дисипації залежить від струмів витоку, які протікають між проводами лінії. Очевидно, що лінія електропередач під час пересилання енергії від джерела до споживача споживає енергію, що розсіюється в просторі. Іншими словами, енергія передається виключно за допомогою електромагнітного поля, а проводи лінії лише вказують напрямок поширення електромагнітної хвилі [1].

З урахуванням рівнянь (3), (4) енергетичний функціонал буде виглядати так [9]:

$$I = \int_l \left\{ \frac{L_0}{2} Q_t^2 - \frac{1}{2C_0} Q_x^2 + \int_0^t \left(\frac{R_0}{2} Q_t^2 - \frac{g_0}{2C_0^2} Q_x^2 \right)_{t=\tau} d\tau \right\} dl. \quad (5)$$

Запишемо варіацію енергетичного функціоналу (5) і прирівняємо її до нуля

$$\int_l \left\{ \left[L_0 Q_t + R_0 \int_0^t Q_t|_{t=\tau} d\tau \right] \delta Q_t - \left[\frac{1}{C_0} Q_x + \frac{g_0}{C_0^2} \int_0^t Q_x|_{t=\tau} d\tau \right] \delta Q_x \right\} dl = 0. \quad (6)$$

Далі, для кожного з підінтегральних виразів застосуємо правило інтегрування за частинами, а також відому теорему Гаусса-Остроградського. Тоді, для першої дужки будемо мати [9]:

$$- \int_l \frac{\partial}{\partial t} \left(L_0 Q_t + R_0 \int_0^t Q_t|_{t=\tau} d\tau \right) \delta Q dl + \Omega_t \quad (7)$$

і для другої:

$$- \int_l \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{C_0} Q_x + \frac{g_0}{C_0^2} \int_0^t Q_x|_{t=\tau} d\tau \right) \delta Q dl + \Omega_x, \quad (8)$$

де Ω_t, Ω_x – крайові умови до функціоналу (5).

Звідки, можемо записати

$$\delta I = \int_l \left\{ \frac{1}{C_0} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{g_0}{C_0^2} \int_0^t \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \Big|_{t=\tau} d\tau - L_0 \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} - R_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t} \Big|_{t=\tau} d\tau \right\} \delta Q dl + \Omega = 0, \quad \Omega = \Omega_t + \Omega_x. \quad (9)$$

Легко бачити, що варіація енергетичного функціоналу може бути рівною нулю тільки у випадку рівності нулю підінтегральної функції або варіації функції заряду лінії. Оскільки δQ ніколи не може бути рівною нулю [9, 12] то енергетичний функціонал (9) одержує стаціонарне значення лише у випадку рівності нулю підінтегральної функції, тобто наявності рівняння Ейлера-Пуассона [9, 12]

$$\frac{1}{C_0} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{g_0}{C_0^2} \int_0^t \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} d\tau - L_0 \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} - R_0 \frac{\partial Q}{\partial t} = 0. \quad (10)$$

Запишемо до рівняння (10) вираз стаціонарних зв'язків [1, 10]

$$-\frac{1}{C_0} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = L_0 \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + R_0 \frac{\partial Q}{\partial t}. \quad (11)$$

Узявши до уваги вираз [1]

$$\int_0^t \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} \Big|_{t=\tau} d\tau = \frac{\partial Q}{\partial t}, \quad \int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t} \Big|_{t=\tau} d\tau = Q \quad (12)$$

приходимо остаточно до відомого телеграфного рівняння [1, 10]

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + (R_0 C_0 + g_0 L_0) \frac{\partial Q}{\partial t} + g_0 R_0 Q. \quad (13)$$

Рівняння лінії Лехера (телеграфне рівняння) записане для функції заряду лінії. Але воно легко трансформується у загальне телеграфне рівняння

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2} + (R_0 C_0 + g_0 L_0) \frac{\partial \lambda}{\partial t} + g_0 R_0 \lambda, \quad \lambda = (Q, u, i). \quad (14)$$

Досвід показує, що для найбільш оптимального описання фізичних процесів у лінії доцільно в якості загальної функції використати функцію напруги, тобто $\lambda = u(x, t)$ [1, 10]

Перепишемо (14) у такий спосіб:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (C_0 L_0)^{-1} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (g_0 L_0 + C_0 R_0) v - g_0 R_0 u \right), \quad \frac{\partial u}{\partial t} = v. \quad (15)$$

Найважливішою проблемою розв'язання рівняння (15) є визначення початкових ($v(x, t)|_{t=0}$) і крайових ($u(x, t)|_{x=0}$ і $u(x, t)|_{x=l}$) умов. Що до перших, то тут проблема розв'язується у звичайний спосіб (їх розраховують з попередніх досліджень або приймають нульовими). Основна проблема зводиться до пошуку крайових умов. У загальному випадку напруги на початку $u(x, t)|_{x=0}$ й кінці $u(x, t)|_{x=l}$ лінії є невідомими. У конкретному випадку (щодо нинішньої праці) напруга на початку лінії відома, натомість у кінці лінії – ні. Власне пошуком цієї напруги ми й займемось.

Запишемо рівняння (11) в такий спосіб (з урахуванням $Q_x(x, t) = C_0 u(x, t)$):

$$-\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = R_0 i(x, t) + L_0 \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}. \quad (16)$$

Далі, для лінії електропередач рівняння (15), (16) запишемо в дискретному просторі (дискретизуємо за методом прямих)

$$\frac{dv_j}{dt} = (C_0 L_0)^{-1} \left(\frac{u_{j-1} - 2u_j + u_{j+1}}{(\Delta x)^2} - (g_0 L_0 + C_0 R_0) v_j - g_0 R_0 u_j \right), \quad u_1 = u(x, t)|_{x=0}, \quad u_N = u(x, t)|_{x=l}; \quad (17)$$

$$-\frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2\Delta x} = R_0 i_j + L_0 \frac{di_j}{dt}; \quad (18)$$

$$\frac{du_j}{dt} = v_j, \quad j = 2, \dots, N-1. \quad (19)$$

Перепишемо рівняння (17), (18) для N -го вузла дискретизації згідно з рис. 1 у такому вигляді:

$$\frac{dv_N}{dt} = \frac{1}{C_0 L_0} \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} (u_{N-1} - 2u_N + u_{N+1}) - (g_0 L_0 + C_0 R_0) v_N - g_0 R_0 u_N \right]; \quad (20)$$

$$-\frac{u_{N+1} - u_{N-1}}{2\Delta x} = 0, \quad (21)$$

де u_{N+1} – функція напруги вузла дискретизації у фіктивному шарі [10], яку знайдемо з рівняння (21).

Тоді,

$$u_{N+1} = u_{N-1}. \quad (22)$$

Ураховуючи (20) і (22) запишемо кінцеве рівняння довгої лінії для N -го вузла

$$\frac{dv_N}{dt} = \frac{2}{C_0 L_0 (\Delta x)^2} u_{N-1} - \left(\frac{2}{C_0 L_0 (\Delta x)^2} + \frac{g_0 R_0}{C_0 L_0} \right) u_N - \frac{g_0 L_0 + C_0 R_0}{C_0 L_0} v_N, \quad (23)$$

$$\frac{du_N}{dt} = v_N. \quad (24)$$

Важливою функціональною залежністю, яка цікавить потенційних користувачів є значення струму в елементах лінії Лехера. Розрахувати його можна так. Дискретизуючи рівняння (16) за методом прямих (права похідна) будемо мати:

$$-\frac{u_{j+1} - u_j}{\Delta x} = R_0 i_j + L_0 \frac{di_j}{dt}. \quad (25)$$

Звідки, одержимо остаточно

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{1}{L_0 \Delta x} (u_j - u_{j+1}) - \frac{R_0}{L_0} i_j, \quad j = 1, \dots, N-1. \quad (26)$$

Сумісному інтегруванню підлягає така система диференціальних рівнянь: (17), (19), (23), (24), (26).

Результати комп'ютерної симуляції. Комп'ютерна симуляція перехідних процесів проводилась для лінії Лехера на постійному струмі в стані неробочого ходу. Лінія має такі параметри: $R_0 = 0.86 \cdot 10^{-1}$ Ом/км $L_0 = 0.134 \cdot 10^{-12}$ Гн/км, $C_0 = 0.85 \cdot 10^{-8}$ Ф/км, $g_0 = 0.375 \cdot 10^{-7}$ См/км, довжина лінії $l = 600$ км. Лінія заживляється постійною напругою $u(x, t)|_{x=0} = 400$ кВ.

На рис. 2, 3, 4 показано просторовий розподіл електромагнітної хвилі як функціональної залежності струмів (1) та напруг (2). З рисунків видно фізичні за-

сади електромагнітних процесів у довгій лінії Лехера. Проаналізуємо ці процеси.

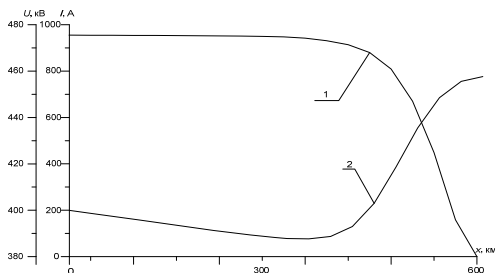


Рис. 2. Розподіл струму (1) і напруги (2) в лінії в момент часу $t = 0.002$ с

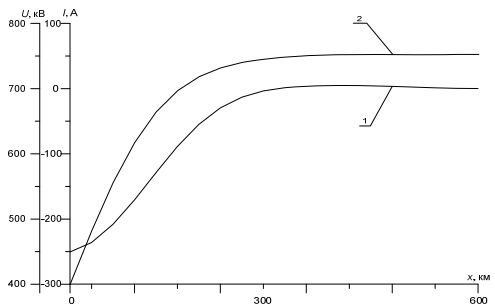


Рис. 3. Розподіл струму (1) і напруги (2) в лінії в момент часу $t = 0.004$ с

На рис. 2. показано просторовий розподіл функції струму та напруги в момент часу 0.002 с. Аналізуючи згаданий рисунок легко бачити, що функція напруги починає спадати, і в центральній частині лінії різко піднімається догори. А функція струму у цьому ж місці навпаки, – спадає.

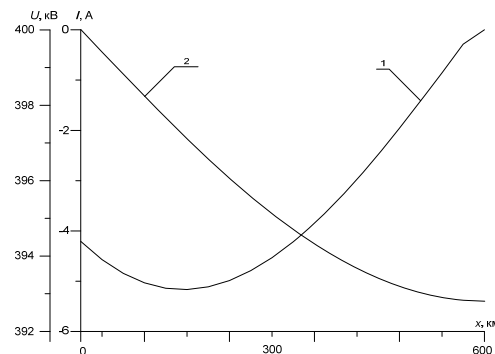


Рис. 4. Розподіл струму (1) і напруги (2) в лінії в момент часу $t = 0.1$ с

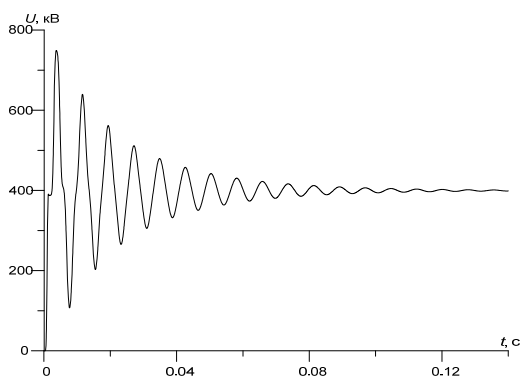


Рис. 5. Зображення функції перехідного процесу напруги в центральній точці лінії

Нагадаємо, що хоча лінія знаходиться в неробочому стані, струми витoku та струми в елементах лінії будуть присутніми. Власне причина того – це ємнісні струми між проводами лінії. Очевидно, що в кінці лінії електропередач струм буде рівний нулю, оскільки лінія ненавантажена.

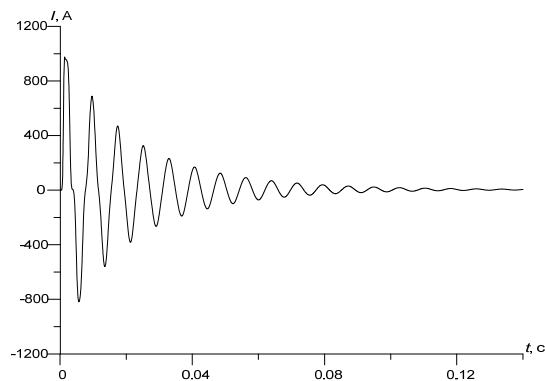


Рис. 6. Зображення функції перехідного процесу струму в центральній точці лінії

На рис. 3. показано те саме, але в момент часу 0.004 с. Якщо в момент часу 0.002 с (див. рис. 2) функція напруги зросла до 460 кВ то в момент часу 0.004 с цей зріст був 750 кВ. Напруга зросла майже в два рази. Щодо струмів, то вони зменшились майже в чотири рази.

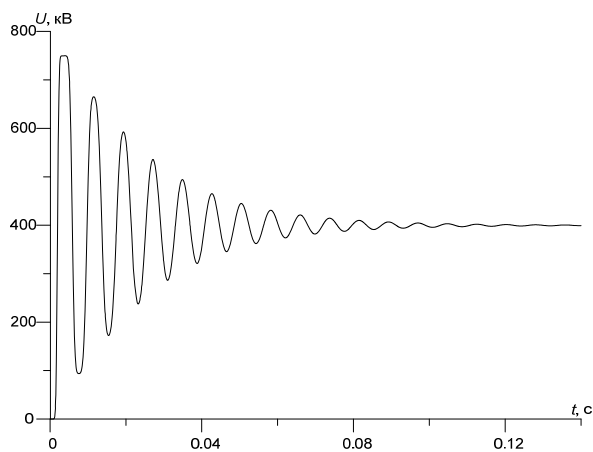


Рис. 7. Зображення функції напруги перехідного процесу в кінці лінії

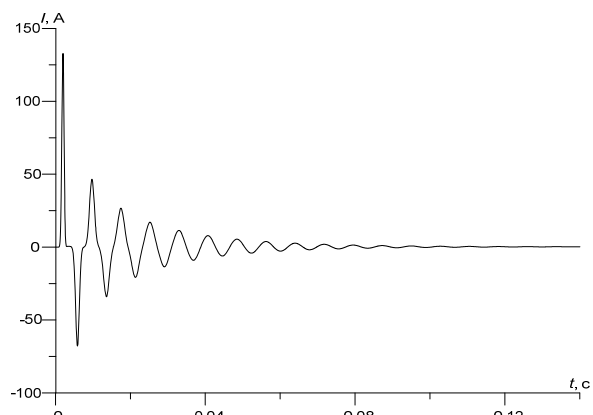


Рис. 8. Зображення функції струму перехідного процесу в кінці лінії

На рис. 4. показано знову ж таки те саме, що й на рис. 2 і 3 в момент часу коли перехідний процес практично завершився. З рисунку видно, що відхилення функцій напруги й струму прийняли практично мінімальне значення. Іншими словами, амплітуда електромагнітної хвилі в результаті дисипаційних процесів істотно зменшилася. Коливний процес практично затухає.

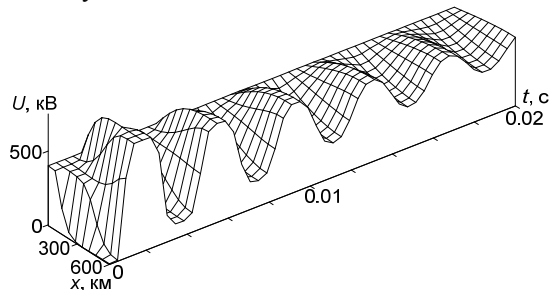


Рис. 9. Часово-просторовий розподіл функції напруги в момент часу $t \in [0; 0.02]$ с

На рис. 5 - 8 показано перехідний процес функціональних залежностей напруги й струму (часовий розподіл). Перших два рисунки стосуються центрального вузла лінії для напруги й центрального відрізка лінії для струму. Других два – передостаннього вузла лінії та передостанньої дискретної вітки лінії.

Здійснюючи порівняльний аналіз згаданих рисунків легко бачити, що функції напруги (див рис. 5 і 7) мало змінюється. Зовсім іншу картину бачимо (див. рис. 6 і 8) стосовно струмів. Струм змінюється майже у 8 разів. Це пов'язано з тим що лінія електропередач є ненавантажена (неробочий хід).

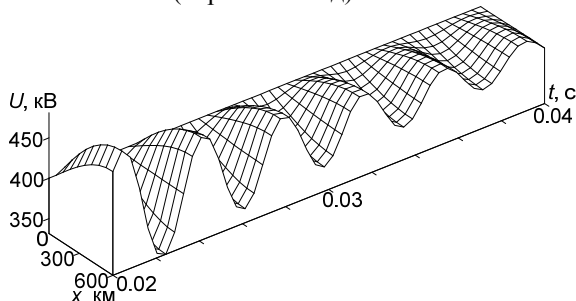


Рис. 10. Часово-просторовий розподіл функції напруги в момент часу $t \in [0.02; 0.04]$ с

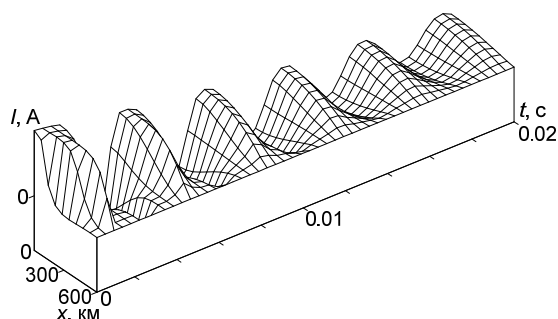


Рис. 11. Часово-просторовий розподіл функції струму в момент часу $t \in [0; 0.02]$ с

Рис. 9 і 10 репрезентують напругу лінії як функцію часової й просторової координат. Ці рисунки

представлені у 3D форматі. Варто зазначити досить високу інформативність цих рисунків, яка полягає в тому, що і просторовий, і часовий розподіли створюють тривимірний простір. Доцільно згадані рисунки аналізувати у порівнянні з рис. 2 – 5 і 7.

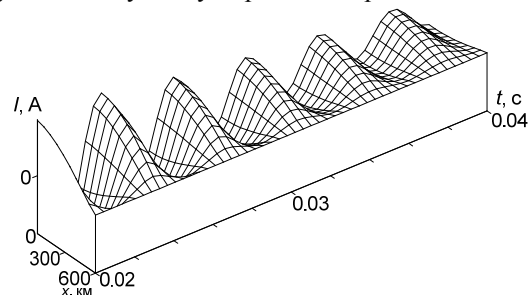


Рис. 12. Часово-просторовий розподіл функції струму в момент часу $t \in [0.02; 0.04]$ с.

На рисунках 11 і 12 показано те саме, що і на попередніх двох, але для функції струму. Як бачимо функція напруги і струму знаходяться у протифазі. Оскільки природа напруги пов'язана з електричним полем, а струм з магнітним то можна зробити висновок про просторову перпендикулярність полів E і B , що стверджує класика електродинаміки [1]. Представлені рисунки доцільно аналізувати у порівнянні з рис. 2 – 4, 6, 8.

Висновки.

1. Варіаційні підходи до моделювання перехідних процесів у довгих лініях електропередач дають можливість уникнення декомпозиції єдиної системи, натомість формувати кінцеві рівняння стану виключно з єдиного енергетичного підходу шляхом побудови розширеної функції Лагранжа.

2. Важливим моментом під час розв'язання диференціальних рівнянь стану довгої лінії є пошук крайових умов, які досить часто є завуальованими, некоректно заданими, а також використання крайових умов Неймана та Пуанкаре. Знаходження цих умов тягне за собою заангажування повної системи диференціальних рівнянь досліджуваного об'єкту, зокрема, трансформаторів, реакторів, компенсаційних пристроїв тощо, що значно ускладнює розрахунок перехідних процесів у довгій лінії.

3. Досвід показує, що під час аналізу локальних електроенергетичних систем в найоптимальнішому варіанті телеграфне рівняння довгої лінії доцільно записувати у функції напруги. У випадку моделювання локальних енергетичних систем, коли використовують електромагнітні моделі елементів цих систем (Ψ – типу та A – типу) виникають труднощі з використанням відомого методу вузлових напруг, що унеможливує знаходження напруги на початку та кінці лінії, а відтак, не дає змоги коректно розв'язати саме рівняння. Усе це ставить під сумнів ступінь адекватності еventуальних результатів, які одержані за допомогою відомих інженерних програм Mathematica, MatLab та ін., а особливо використання цих програм стає неможливим, коли розглядають коло-польові моделі елементів. У такому випадку до кожної конкретної задачі потрібно використовувати відповідний апарат математичного моделювання.

4. На основі результатів комп'ютерної симуляції можна зробити низку висновків:

- функція напруги має найбільшу амплітуду коливань в кінці лінії, коли функція струму – на початку лінії;
- просторовий розподіл функціональних залежностей лінії засилання (рис 2, 3 і 4), підтверджує фізичні засади електродинаміки стосовно хвильових процесів в довгих лініях електропостачання;
- представлений у 3D форматі часово-просторовий розподіл функцій струму й напруги надають найбільше інформації про хвильові процеси в лінії Лехера в стані неробочого ходу.

Матеріали цієї роботи будуть використовуватися в подальших дослідженнях, які стосуватимуться довгих трифазних ліній електропередач з різними видами та типами навантажень.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шимони К. Теоретическая электротехника. – М.: Мир, 1956. – 773 с.
2. <https://www.energetika.in.ua>.
3. Nayir A. Simulation of transient processes on overvoltage in electric transmission lines using ATP-EMTP // Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences. – 2013. – №21. – pp. 1553-1556. doi: 10.3906/elk-1108-8.
4. Sowa P., Kumala R., Łuszcz K. Modeling of power system components during electromagnetic transients // International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology. – 2014. – vol.1. – iss.10. – pp. 715-719.
5. Веприк Ю.Н., Минченко А.А. Коммутационные перенапряжения в электропередаче 750 кВ // Электротехника і електромеханіка. – 2009. – №4. – С. 17-20. doi: 10.20998/2074-272X.2009.4.04.
6. Кириленко О.В. та ін. Математичне моделювання в електроенергетиці. Підручник / за ред. М.С. Сегеди. – Львів: Львівська політехніка, 2010. – 608 с.
7. Нейман Л.Р., Демірчян К.С. Теоретические основы электротехники: В 2-х т. Учебник для вузов. Том 1. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 536 с.
8. Уайд Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии. – Л.: Энергия, 1964. – 539 с.
9. Чабан А.В. Принцип Гамильтона-Остроградского в электромеханических системах. – Л.: В-во Тараса Сороки, 2015. – 488 с.
10. Чабан А.В. Математичне моделювання коливних процесів в електромеханічних системах. – Л.: В-во Тараса Сороки, 2008. – 328 с.
11. Зеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.
12. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
6. Kyrylenko O.V. *Matematychnе modelyuvannya v elektroenerhetytsi* [Mathematical modeling in the power]. Lviv, Lviv Polytechnic National University Publ., 2010. 608 p. (Ukr).
7. Neyman L.R., Demirchyan K.S. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki. V 2-kh t. T. 1* [Theoretical bases of electrical engineering. In 2 vols. Vol. 1]. Leningrad, Energoizdat Publ., 1981, p. 536. (Rus).
8. Uayd D., Vudson G. *Elektromekhanicheskoye preobrazovaniye energii* [Electromechanical energy conversion]. Leningrad, Energiia Publ., 1964. 539 p. (Rus).
9. Chaban A.V. *Pryntsyp Hamiltona-Ostrohradskoho v elektromekhanichnykh systemakh* [The principle of Hamilton-Ostrogradskii in electromechanical systems]. Lviv, Taras Soroka Publ., 2015. 488 p. (Ukr).
10. Chaban A.V. *Matematychnе modelyuvannya kolyvnykh protsesiv v elektromekhanichnykh systemakh* [Mathematical modeling of oscillating processes in electromechanical systems]. Lviv, Taras Soroka Publ., 2008. 328 p. (Ukr).
11. Zeveke G.V., Ionkin P.A., Netushil A.V., Strakhov S.V. *Osnovy teorii tsepey* [Fundamentals of circuit theory]. Moscow, Energiia Publ., 1975. 752 p. (Rus).
12. Vasydzu K. *Variatsionnyye metody v teorii uprugosti i plastichnosti* [Variational methods in the theory of elasticity and plasticity]. Moscow, Mir Publ., 1987. 542 p. (Rus).

Надійшла (received) 22.01.2016

Чабан Андрій Васильович¹, д.т.н., професор,
Левонюк Віталій Романович¹, асистент,
Дробот Іван Михайлович¹, ст. викладач,
Герман Андрій Фердинандович¹, ст. викладач,

¹ Львівський національний аграрний університет,
30831, Львівська обл., Дубляни, вул. В. Великого, 1,
e-mail: atchaban@gmail.com, bacha1991@ukr.net

A.V. Chaban¹, V.R. Levoniuk¹, I.M. Drobot¹, A.F. Herman¹
¹ Lviv National Agrarian University,

1, V. Velykoho Str., Dubliany, Lviv Region, 30831, Ukraine.

Mathematical model of electromagnetic processes in Lehera line at open-circuit operation.

Purpose. The work proposed for the modeling of transients in Lehera line uses a modified Hamilton-Ostrogradskiy principle. The above approach makes it possible to avoid the decomposition of a single dynamic system that allows you to take into account some subtle hidden movements. This is true for systems with distributed parameters, which in the current work we are considering. **Methodology.** Based on our developed new interdisciplinary method of mathematical modeling of dynamic systems, based on the principle of modified Hamilton-Ostrogradskiy and expansion of the latter on the non-conservative dissipative systems, build mathematical model Lehera line. The model allows to analyze transient electromagnetic processes in power lines. **Results.** In this work the model used for the study of transients in the non-working condition Lehera line. Analyzing the results shows that our proposed approach and developed based on a mathematical model is appropriate, certifying physical principles regarding electrodynamics of wave processes in long power lines. Presented in 3D format, time-space distribution function of current and voltage that gives the most information about wave processes in Lehera line at non-working condition go. **Originality.** The originality of the paper is that the method of finding the boundary conditions of the third kind (Poincare conditions) taking into account all differential equations of electric power system, i.e. to find the boundary conditions at the end of the line involves all object equation. This approach enables the analysis of any electric systems. **Practical value.** Practical application is that the wave processes in lines affect the various kinds of electrical devices, proper investigation of wave processes is the theme of the present work. References 12, figures 12.

Key words: mathematical modeling, Hamilton-Ostrogradskiy principle, Euler-Lagrange equation, electric power system, power line with distributed parameters.