

Е.И. Байда

## УТОЧНЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МУЛЬТИФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОЙ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ

У статті розглянута математична модель мультифізичного процесу магнітно-імпульсної обробки матеріалу, що включає систему рівнянь електромагнітного поля, теорії пружності, теплопровідності і електричного кола з ємніним накопичувачем енергії. Отримано чисельне розв'язання розробленої математичної моделі. Показано вплив: температури нагріву деталі на процес; струмів, що виникають за рахунок руху деталі в магнітному полі. Наведено кількісні і якісні характеристики процесу. Бібл. 10, рис. 19.

Ключові слова: магнітно-імпульсна обробка, електромагнітне поле, математична модель.

В статье рассмотрена математическая модель мультифизического процесса магнитно-импульсной обработки материала, которая включает систему уравнений электромагнитного поля, теории упругости, теплопроводности и электрической цепи с емкостным накопителем энергии. Получено численное решение разработанной математической модели. Показано влияние: температуры нагрева детали на процесс; токов, возникающие за счет движения детали в магнитном поле. Приведены количественные и качественные характеристики процесса. Библ. 10, рис. 19.

Ключевые слова: магнитно-импульсная обработка, электромагнитное поле, математическая модель.

**Введение.** Процессы, происходящие при магнитно-импульсной обработке материалов, достаточно полно описаны в научной литературе начиная от справочников [1] и заканчивая монографиями [2, 3], не говоря о многочисленных статьях [4-7]. Недостатком многих работ (по мнению автора), является неполнота рассмотрения совокупности основных физических процессов и их взаимосвязи, громоздкость математических формул и сложность расчетных программ, проверить которые практически невозможно, не проделав ту же работу, что и автор. Но в последние годы в связи с появлением специальных программных комплексов (Comsol Multiphysics, Ansys и т.д.) ситуация в плане теоретического описания процессов кардинально изменилась, что позволяет сосредоточить внимание на входных данных, полноте описания процесса и результатах, а не на программировании и методах решения задачи. Данная статья является попыткой комплексного описания совокупности процессов магнитно-импульсной обработки материала в одном из таких программных комплексов. К основным уравнениям, описывающим физику этого процесса, можно отнести:

- 1) систему уравнений электромагнитного поля;
- 2) систему уравнений теории упругости;
- 3) уравнение теплопроводности;
- 4) уравнение разрядной электрической цепи.

Сложность решения такой задачи заключается во взаимной связи всех процессов.

**Цель статьи** – исследование и тестирование математической модели протекания динамических процессов магнитно-импульсной обработки материалов, определение влияния параметров на характер процесса в целом.

На рис. 1 показана половина рассматриваемой геометрической модели в цилиндрической ( $r$ - $z$ ) системе координат.

Допущения, принимаемые в работе:

- прочностные характеристики (модуль упругости, предел текучести, коэффициент Пуассона) не зависят от температуры;
- деформация и нагрев рассчитываются только для заготовки.

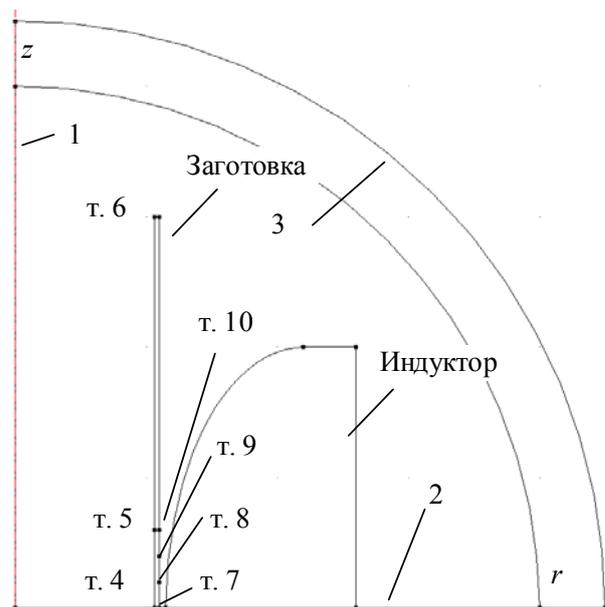


Рис. 1. Расчетная модель половины индуктора и заготовки в цилиндрической системе координат, где 1...3 – границы областей; т.4...т.10 – характерные точки на деформируемой заготовке

**Размеры модели.** Заготовка: толщина 2 мм, половина высоты 150 мм, диаметр 106 мм, материал – медь. Индуктор: половина высоты 200 мм; максимальная толщина 72 мм; минимальный зазор между индуктором и заготовкой 2,5 мм, материал индуктора – медь.

В статье рассматривается разряд емкостного накопителя энергии на массивный индуктор. Расчеты проводились для следующих параметров конденсатора: начальное напряжение – 1000 В; емкость – 5000 мкФ; тип разряда – аperiodический.

### Математическая постановка задачи.

Система уравнение для векторного магнитного потенциала без учета токов смещения [8].

Окружающая среда:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \cdot \nabla \times \vec{A} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $\vec{A}$  – векторный магнитный потенциал;  $\mu$  – абсолютная магнитная проницаемость.

Индуктор:

$$\sigma \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \cdot \nabla \times \vec{A} \right) = \sigma \cdot \frac{u_c}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \vec{e}_\varphi, \quad (2)$$

где  $\sigma$  – проводимость материала;  $u_c$  – напряжение на емкости;  $r$  – значение радиуса внутри области индуктора;  $\vec{e}_\varphi$  – орт.

Заготовка:

$$\begin{aligned} \sigma_T \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \cdot \nabla \times \vec{A} \right) &= \vec{e}_\varphi \cdot \sigma_T \cdot E_v; \\ \sigma_T &= \frac{\sigma_{T_0}}{1 + \alpha_e \cdot (T - T_0)}; \\ E_v &= V_z \cdot B_r - V_r \cdot B_z, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\sigma_T$  – удельная электрическая проводимость при температуре  $T$ ;  $\alpha_e$  – температурный коэффициент сопротивления;  $E_v$  – напряженность электрического поля, вызванная деформацией заготовки;  $V$  – скорости деформации;  $B$  – магнитная индукция.

Как следует из (3), поле внутри заготовки определяется не только внешним полем, но и движением объекта.

Для уравнений (1) – (3) начальные условия нулевые, а граничные условия следующие: осевая симметрия на границе 1; симметрия на границе 2; имитация бесконечно удаленной области на границе 3.

Система уравнений, описывающая деформацию заготовки [9, 10]:

$$\begin{cases} -\rho \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot ((\lambda + G) \cdot \nabla \cdot \vec{u} + G \cdot \beta \cdot \nabla \cdot \vec{v} + G \cdot \nabla \cdot \vec{u}) + \\ + \vec{f}_L - (3 \cdot \lambda + 2 \cdot G) \cdot \alpha \cdot \nabla \cdot T = 0; \\ \vec{v} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}; \\ \lambda = \frac{\mu \cdot E}{(1 + \mu) \cdot (1 - 2 \cdot \mu)}; \\ G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}; \\ \vec{f}_L = \vec{j} \times \vec{B}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность;  $\vec{u}$  – вектор перемещений;  $\beta$  – коэффициент демпфирования;  $\alpha$  – коэффициент линейного расширения материала;  $T$  – температура;  $E$  – модуль упругости;  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $\vec{v}$  – скорость деформации заготовки;  $\vec{f}_L$  – плотность силы Лоренца на единицу объема;  $\vec{j}$  – плотность тока в заготовке;  $\vec{B}$  – магнитная индукция.

В уравнении (4) значения деформации и скорости будут зависеть от координат и времени, поэтому в силу осевой симметрии

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \vec{e}_r \cdot u_1(r, z, t) + \vec{e}_z \cdot u_2(r, z, t); \\ \vec{v} &= \vec{e}_r \cdot v_1(r, z, t) + \vec{e}_z \cdot v_2(r, z, t), \end{aligned}$$

где  $\vec{e}$  – орты.

Коэффициент  $\beta$  определялся на основании уравнения, определяющего рассеяние энергии за период:

$$K = 1 - e^{-(2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot \beta \cdot \frac{1}{f}}, \quad (5)$$

где  $K$  – коэффициент, характеризующий потерю энергии при ударе;  $f$  – первая мода собственной частоты колебаний, определяемая на основании частотного уравнения.

Граничные условия: симметрия на нижней границе; нулевое радиальное перемещение на линии т.5...т.6; свободное перемещение на всех остальных границах. Так как деформируемый материал "весьма пластичен" (медь), то модуль упругости может быть представлен билинейной функцией, изменяющейся в зависимости от величины механических напряжений. Причем, если  $\sigma > [\sigma_{ys}]$ , где  $[\sigma_{ys}]$  – предел текучести материала заготовки, то расчет производится по "кинематическому" модулю упругости.

Уравнения теплопроводности:

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \cdot \nabla \cdot T) + q; \quad q = j^2 / \sigma_T, \quad (6)$$

где  $c$  – теплоемкость;  $\rho$  – плотность;  $T$  – температура;  $k$  – теплопроводность;  $q$  – объемная плотность внутренних источников тепла;  $j$  – плотность тока в заготовке,  $c$ ,  $\rho$ ,  $k$  – в данном расчете от температуры не зависят.

Ввиду кратковременности процесса в качестве граничных условий были выбраны теплоизолированные границы.

Уравнение электрической цепи. Принимаем, что напряжение подводится к индуктору через узкий зазор и равномерно распределено по поперечному сечению индуктора. Параметрами внешней электрической цепи пренебрегаем. Тогда:

$$u_c = U_{c0} - \frac{1}{C_e} \cdot \int i \cdot dt; \quad i = \int_S \left( -\frac{\partial A_\varphi}{\partial t} + \frac{u_c}{2 \cdot \pi \cdot r} \right) \cdot \sigma \cdot dS, \quad (7)$$

где  $u_c$  – напряжение на емкости;  $C_e$  – емкость конденсатора;  $i$  – ток индуктора;  $S$  – поперечное сечение индуктора;  $U_{c0}$  – начальное напряжение на конденсаторе.

Подлежащими определению являются значения векторного магнитного потенциала, деформации и скорости деформации, температуры и электрического напряжения, прикладываемого к индуктору. Все остальные величины являются производными от этих величин. Следовательно, система (1 – 3, 4, 6, 7) дает решение поставленной задачи.

Решение приведенной системы даже численными методами достаточно сложно, поскольку, помимо знаний по теории электромагнитного поля, теории упругости и теплопроводности, для получения численного решения необходимы глубокие знания по спецкурсам высшей и вычислительной математики, а также нужно обладать глубокими практическими навыками в области программирования на языках высокого уровня.

Как показывает практика, очень много времени занимает отладка и тестирование программы, если это вообще удастся сделать. Поэтому, в мировой практике над созданием таких программ работает, как правило, коллектив специалистов.

Ввиду того, что автор статьи не владеет всем объемом требуемых знаний, для решения задачи он воспользовался специальным прикладным пакетом программ, позволяющим существенно упростить процесс тестирования, отладки программы и получения результатов.

Результаты расчета электромагнитных характеристик. Изменение напряжения на конденсаторе показано на рис. 2, из которого следует, что время разряда конденсатора достаточно мало и составляет 20 мкс. Ток индуктора показан на рис. 3.

Исходя из закона сохранения энергии и учитывая небольшие потери энергии в заготовке, а также небольшое значение зазора, можно предположить, что ток в ней будет примерно таким же, как и на рис. 3, но с обратным знаком (рис. 4).

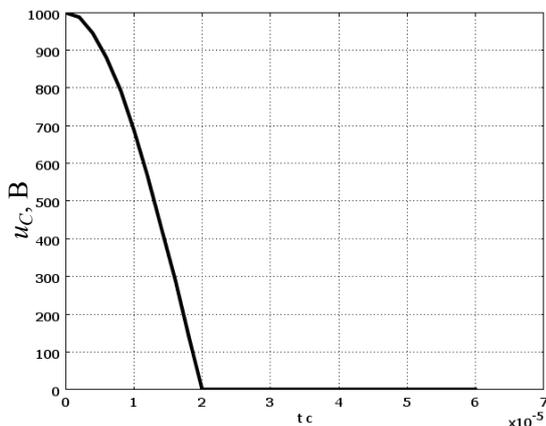


Рис. 2. Аperiodический разряд конденсатора

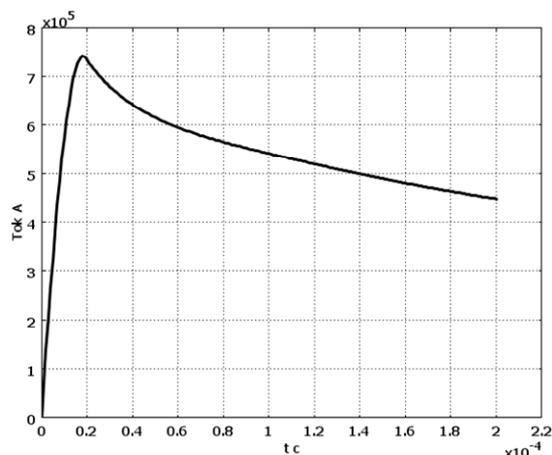


Рис. 3. Ток в индукторе

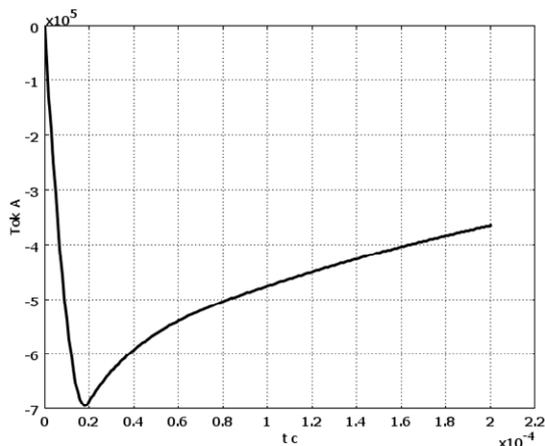


Рис. 4. Значение тока в деформируемом цилиндре

Полученные значения подтверждают высказанное предположение. Разница в максимальных значениях токов индуктора и заготовки отличается на величину не более 10 %.

Далее была исследована температура нагрева заготовки в некоторых характерных точках. Для этого вначале был получен график выделяемой тепловой мощности в заготовке, показанный на рис. 5 с учетом движения:

$$P = \int_V j \cdot \left( \frac{j}{\sigma_T} + E_v \right) \cdot dV, \quad (8)$$

где  $P$  – мощность, [Вт];  $V$  – объем заготовки.

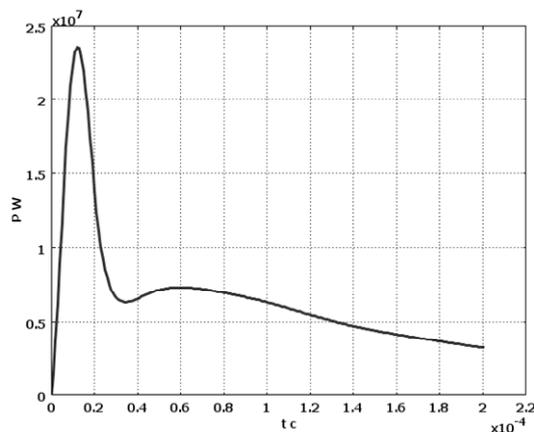


Рис. 5. Временная зависимость тепловой мощности в заготовке

Максимальное значение мощности, равное  $2,4 \cdot 10^7$  Вт, – громадная величина, но учитывая небольшое время разряда и значительную теплоемкость материала, можно предположить, что нагрев за время разряда будет незначительным, что и подтверждается графиками изменения температур в характерных точках заготовки (рис. 6, расположение точек см. на рис. 1).

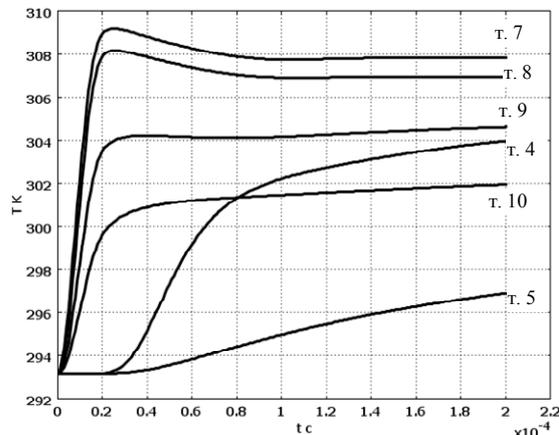


Рис. 6. Изменение температуры в точках на поверхности заготовки

Как и следовало ожидать, температура заготовки невелика и практически не влияет на значения проводимости и токов системы.

В большей степени на ток в заготовке влияет его составляющая, связанная с процессом движения. Так как значение напряженности электрического поля в случае движения проводника в магнитном поле определяется соотношением:

$$E_{\varphi} = -\frac{\partial A_{\varphi}}{\partial t} + (V_z \cdot B_r - V_r \cdot B_z), \quad (9)$$

то можно предположить, что ток, вызванный движением, будет иметь знак, противоположный наведенному

току, поскольку в данном примере  $V_z \cdot B_r \approx 0$ , а  $V_r \cdot B_z \leq 0$ , так как  $V_r \leq 0$ ,  $B_z \geq 0$ , что подтверждается расчетом (рис. 7).

Ток, возникающий вследствие движения заготовки, уменьшает значение индуцированного тока в ней и, соответственно, влияет на ток индуктора. Разница между индуцированным в заготовке током и его суммарным значением и равна величине тока движения. Значение тока движения достаточно велико и влияет на силы, приложенные к заготовке. Следовательно, при разработке математической модели этот эффект необходимо учитывать.

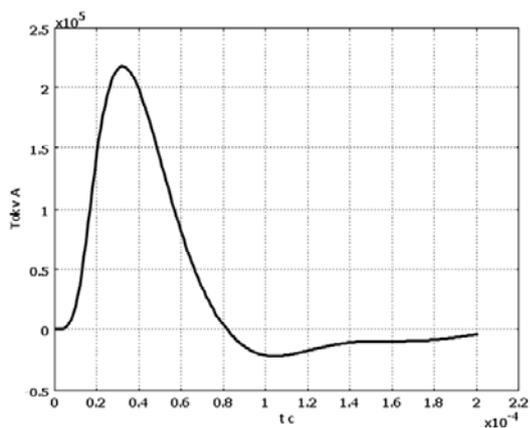


Рис. 7. Ток "движения" заготовки

На рис. 8 приведено значение интеграла от объемной плотности силы Лоренца (4) по объему заготовки.

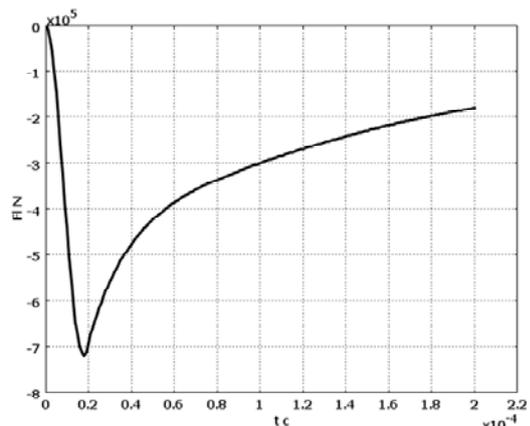


Рис. 8. Значение интеграла силы Лоренца по объему

Полученное суммарное значение силы достаточно велико, однако оно не дает информации о характере распределения этой силы. Поэтому интерес представляют значения силы на единицу объема в характерных точках заготовки. Так как сила Лоренца (радиальная компонента) объемная, то значения силы были рассмотрены в точках (4, 5, 7 ... 10).

Результат показан на рис. 9, из которого можно сделать вывод о том, что, несмотря на распределение силы Лоренца по объему заготовки, наибольшие ее значения расположены вблизи поверхности, что можно объяснить распределением плотности тока и магнитной индукции по толщине заготовки.

На рис. 10 показаны расчетные значения магнитной индукции в точках (4, 5, 7 ... 10).

Полученные значения магнитной индукции очень велики и сосредоточены вблизи поверхности заготовки,

что подтверждает характер распределения сил Лоренца. Такие значения магнитной индукции определяются значениями токов, расчет которых проводился в пренебрежении переходными контактными сопротивлениями и параметрами внешней электрической цепи. Эти параметры могут быть на порядки больше, чем идеальное сопротивление медного индуктора, которое принималось равным 1,7 мкОм при значении индуктивности индуктора порядка  $5 \cdot 10^{-7}$  Гн. Для сравнения, переходное контактное сопротивление в случае хорошего контакта имеет порядок  $10^{-4} \dots 10^{-5}$  Ом.

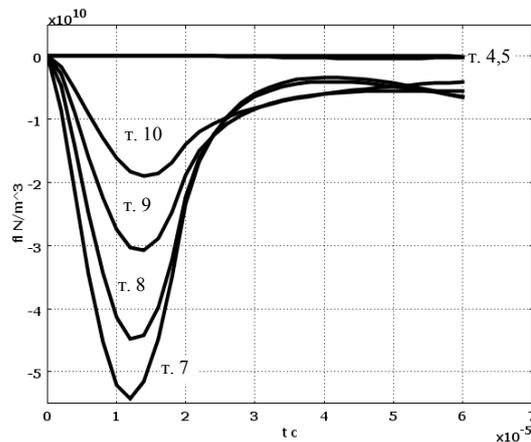


Рис. 9. Распределение объемных сил по толщине заготовки

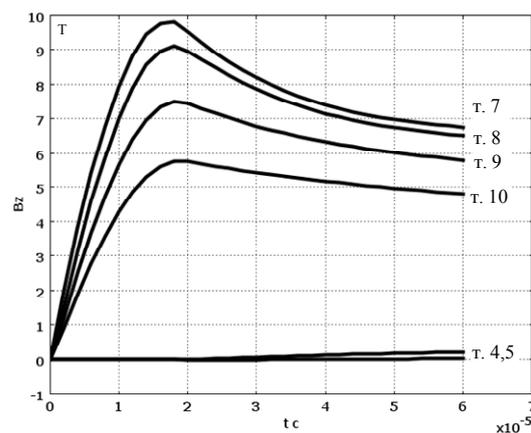


Рис. 10. Расчетные значения магнитной индукции

На рис. 11 показано распределение сил Лоренца по радиусу в плоскости  $z = 0$ .

*Результаты исследования механических параметров деформации заготовки.* Вполне естественно предположить, что полученные значения токов и, следовательно, сил будут оказывать значительное воздействие на заготовку.

На рис. 12 показано радиальное смещение точек 7 – 9, (см. рис. 1).

Если учесть, что максимум перемещения приходится на время  $t = 8 \cdot 10^{-5}$  с, а максимум объемной силы на время  $t = 1,2 \cdot 10^{-5}$  с (рис. 9), то можно предположить, что силы инерции играют существенную роль в движении заготовки и пренебрегать ими нельзя (по крайней мере, в данном случае).

Одним из граничных условий, задаваемых для силового расчета, было условие отсутствия радиального перемещения на линии т.5...т.6. Это означает возможность свободного перемещения заготовки вдоль этой линии в осевом направлении, что показано на рис. 13.

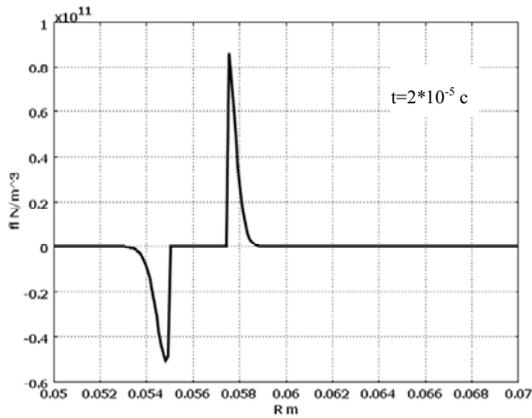


Рис. 11. Распределение силы Лоренца в заготовке и индукторе в плоскости  $z = 0$

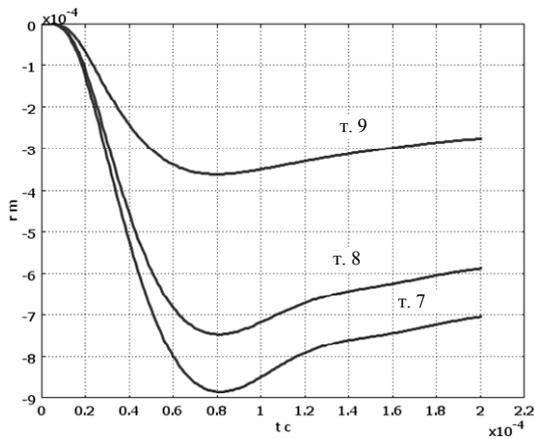


Рис. 12. Радиальное смещение точек заготовки

Необходимо отметить, что изначально т. (5, 10) находились на одной высоте, а получили разные перемещения (растяжение заготовки). Небольшая разница в радиальном перемещении наблюдается для точек (4, 7), находящихся на линии симметрии (см. рис. 1). Это свидетельствует о наличии изменения объема заготовки в процессе силового воздействия.

Значения скорости деформации достаточно велики и показаны на (рис. 14, рис. 15) для тех же точек, что и перемещения (рис. 12). Вертикальная составляющая скорости показана на рис. 15. Распределение напряжений по Мизесу показано на рис. 16.

Исходя из принятых допущений, пластическая деформация начинается при значениях механических напряжений более  $2 \cdot 10^8$  Па через время примерно  $2 \cdot 10^{-5}$  с (рис. 16). Сопоставив рис. 16 и рис. 12, можно заметить, что в процессе преобладает пластическая деформация заготовки.

Для оценки вклада температуры нагрева заготовки в распределение механических напряжений необходимо учесть следующее:

1. Несмотря на небольшую толщину заготовки (2 мм), распределение температуры по радиусу неравномерно (см. рис. 6), что обусловлено значительным градиентом температур в начальные моменты времени.

2. Неравномерность температур и большие градиенты наблюдаются и в осевом направлении.

3. На основании полученных данных заготовка, в расчетном плане, должна рассматриваться как цилиндр с "толстыми" стенками.

4. Так как температура нагрева является функцией трех переменных ( $T = T(r, z, t)$ ), то аналитическое решение задачи расчета температурных напряжений по полученным значениям температуры затруднительно (в [3] приведены решения для частных случаев).

Поэтому, для оценки вклада температуры, проще решить задачу (1...4, 6, 7) при условии, что в (4):

$$\bar{f}_L = 0. \quad (10)$$

Это означает, что заготовка подвержена воздействию только температурных напряжений при точно таких же, как и ранее, значениях токов, температур и выделяемой тепловой мощности.

На рис. 17 приведены радиальные смещения заготовки под действием температуры.

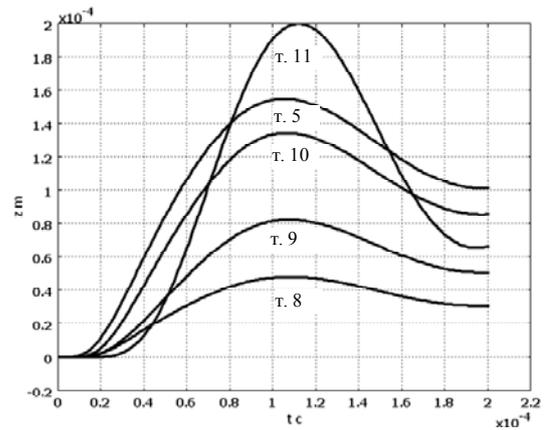


Рис. 13. Вертикальное смещение точек заготовки

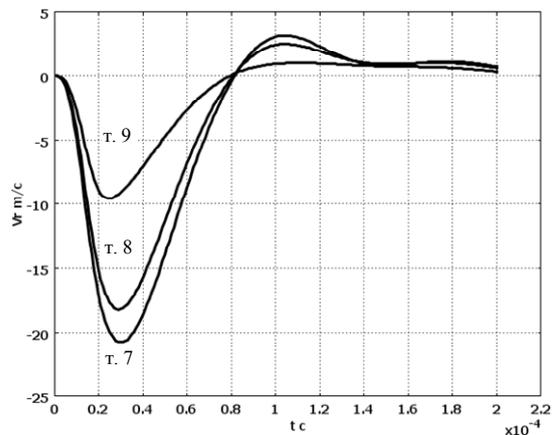


Рис. 14. Радиальная составляющая скорости точек на поверхности заготовки

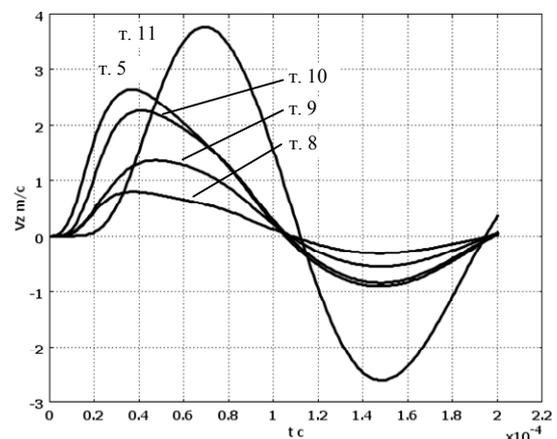


Рис. 15. Вертикальные составляющие скорости

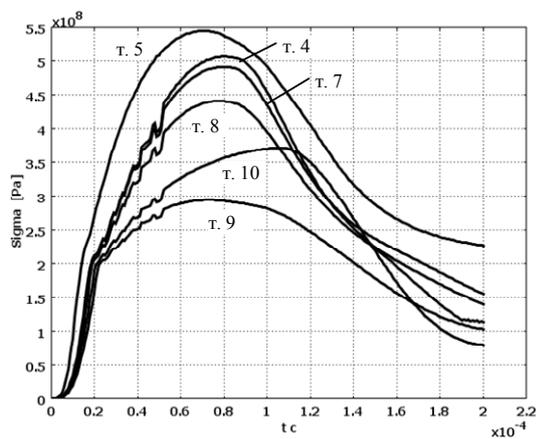


Рис. 16. Распределение напряжений

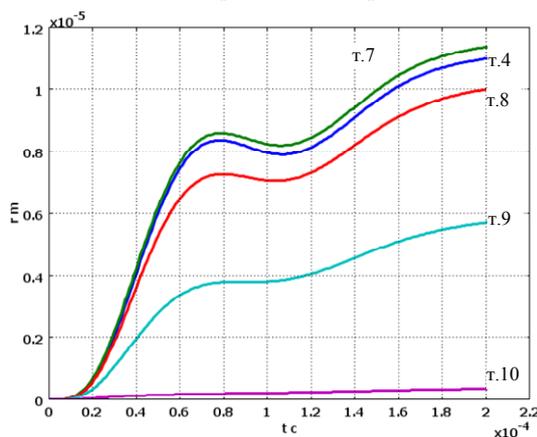


Рис. 17. Температурные радиальные перемещения

Сравнение рис. 17 с рис. 12 показывает: температурные перемещения на два порядка меньше суммарных деформационных перемещений и противоположны им по знаку. Тоже можно сказать и о величине вертикальных перемещений, но не об их знаке. Величина вертикальных температурных смещений имеет порядок  $10^{-6}$  м.

На рис. 18 показана форма температурной и суммарной деформации заготовки в увеличенном масштабе, а также значения максимального эквивалентного механического напряжения.

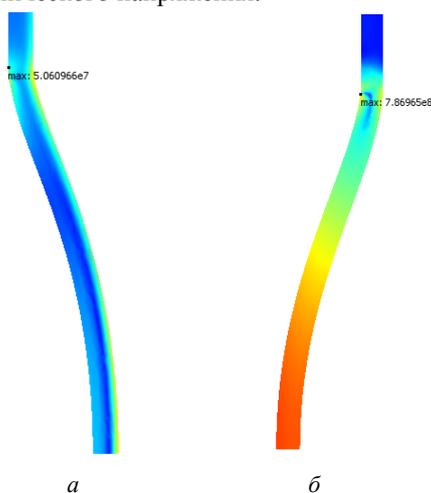


Рис. 18. Температурная (а) и суммарная (б) деформации заготовки

Из рис. 18 следует, что максимальные температурные напряжения сосредоточены на внешней поверхности цилиндрической заготовки и по направле-

нию противоположны суммарной деформации. Как следует из расчета, максимальными являются угловые и осевые напряжения, которые по модулю на порядок больше радиальных механических напряжений. Точка максимума напряжений на рис. 18 – точка прилегания заготовки к матрице.

На рис. 19 приведены значения эквивалентных температурных напряжений в точках, что и на рис. 16.

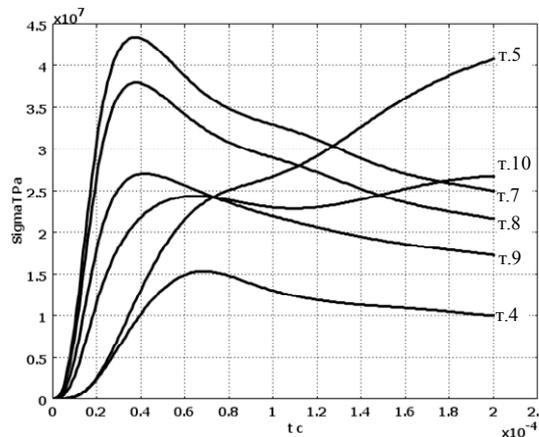


Рис. 19. Временная зависимость температурных напряжений

Из данных о температурных перемещениях и механических напряжениях следует:

- температурные перемещения составляют единицы процента от общих деформационных перемещений;
- механические температурные напряжения равны примерно 10 % от суммарных механических напряжений, что можно объяснить билинейной зависимостью модуля упругости;
- температурные напряжения (даже при полученных небольших температурах нагрева) составляют величину порядка 22 % от предела текучести материала, что можно объяснить значительными градиентами температуры.

#### Выводы.

1. Разработана и исследована математическая модель мультифизических процессов магнитно-импульсной обработки материалов, позволяющая уточнить динамический характер протекания и вклад основных физических процессов в процесс деформации заготовки.
2. Температуры нагрева заготовки невелики за счет кратковременности процесса, значительной теплоемкости материала и мало влияют на значения проводимости и токов в системе.
3. Токи, возникающие за счет движения деформируемой заготовки, имеют порядок суммарного тока заготовки и должны учитываться в расчетах.
4. Объемные силы Лоренца могут быть сведены к поверхностным силам для индуктора, но не для заготовки.
5. При расчетах токов, определяющее значение приобретают переходные контактные сопротивления и параметры внешней цепи подключения накопительного конденсатора, которые могут быть на порядки больше сопротивления и индуктивности индуктора.
6. Несовпадение времен максимума силы и перемещения доказывает значительное влияние сил инерции на процесс деформации.
7. Заготовка претерпевает как радиальные, так и осевые перемещения, связанные с изменением объема, что должно учитываться соответствующей составляющей в уравнении деформации (4).

8. Учитывая значения скоростей перемещения токов и время нарастания скорости (расчетные ускорения достигают значений  $10^5$  м/с<sup>2</sup>), можно говорить об ударном воздействии на заготовку, что требует учета кинематических характеристик материала.

9. Без учета билинейной зависимости модуля упругости заготовки, расчетные механические напряжения в заготовке в 5 раз превышают напряжения начала пластической деформации, чего быть не может.

10. Температурные деформации на порядок меньше механических напряжений (в данном расчете) и противоположны им по знаку.

11. Значительный градиент температур вызывает температурные поверхностные напряжения, которые по величине составляют примерно 22 % от предела текучести материала (для медной заготовки) и должны учитываться при расчете.

12. Теоретические положения данной работы нуждаются в дальнейшей экспериментальной проверке.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т. Справочник по магнитно-импульсной обработке материалов. – Х.: Вища школа, 1977. – 189 с.
2. Туренко А.Н., Батыгин Ю.И., Гнатов А.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Том 3. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями. Монография. – Харьков: ХНАДУ, 2009. – 240 с.
3. Шнеерсон Г.А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 200 с.
4. Бондаренко А.Ю. Электромагнитные процессы в плоской индукторной системе с двумя катушками при равномерном распределении в них поверхностных токов // *Электротехника і електромеханіка*. – 2012. – №3. – С. 61-65.
5. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В., Чаплыгин Е.А., Смирнов Д.А. Электромагнитные процессы в индукционной индукторной системе с круговым витком с разрезом между двумя тонкими металлическими листами // *Электротехника і електромеханіка*. – 2012. – №3. – С. 51-55.
6. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В., Сериков Г.С. Расчет усилий в индукционной индукторной системе прямоугольной геометрии с ферромагнитным массивным экраном и заготовкой // *Электротехніка і електромеханіка*. – 2009. – №3. – С. 61-64.
7. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В. Расчет электродинамических усилий в индукционной индукторной системе с ферромагнитным массивным экраном и листовой заготовкой // *Электротехніка і електромеханіка*. – 2009. – №4. – С. 56-59.
8. Рамо С., Уинери Д. Поля и волны в современной радиотехнике. – М.-Л.: Государственное издательство научнотехнической литературы, 1948. – 631 с.
9. Френкель Я.И. Курс теоретической механики. – Л.: Типография «Красный печатник», 1939. – 386 с.
10. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. Пер. с англ. / Под ред. Шапиро Г.С. – М.: Наука, 1979. – 560 с.

#### REFERENCES

1. Belyj I.V., Fertik S.M., Himenko L.T. *Spravochnik po magnitno-impul'snoy obrabotke metallov* [Directory of magnetic-pulse treatment of metals]. Kharkiv, Vishcha shkola Publ., 1977, 189 p. (Rus).
2. Turenko A.N., Batygin Yu.V., Gnatov A.V. *Impul'snyie magnitnyie polya dlya progressivnyih tekhnologiy. Tom 3. Teoriia i eksperiment pritiazheniia tonkostennykh metallov impul'snymi magnitnymi poliiami* [The pulse magnetic fields for advanced technologies. Vol.3. Theory and experiment of thin-walled metals attraction by the pulse magnetic fields]. Kharkov, KhNAHU Publ., 2009. 240 p. (Rus).
3. Shneerson G.A. *Polya i perehodnye processy v apparature sverhsilnykh tokov* [Fields and transients in equipment ultra strong currents]. Leningrad, Energoizdat Publ., 1981. 200 p. (Rus).

4. Bondarenko A.Yu. Electromagnetic processes in a flat inductor system with two coils under uniform surface currents distribution in the coils. *Elektrotehnika i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2012, no.3, pp. 61-65. (Rus).

5. Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Chaplygin E.A., Smirnov D.O. Electromagnetic processes in an inductor induction inductive circular-turn system with a cut between two thin-walled metal sheets. *Elektrotehnika i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2012, no.3, pp. 51-55. (Rus).

6. Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Serikov G.S. Calculation of forces in a rectangular-geometry induction inductor system with a non-ferromagnetic massive screen and a work-piece. *Elektrotehnika i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2009, no.3, pp. 61-64. (Rus).

7. Batygin Yu.V., Gnatov A.V. Calculation of electrodynamic forces in an induction inductor system with a non-ferromagnetic massive screen and a sheet work-piece. *Elektrotehnika i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2009, no.4, pp. 56-59. (Rus).

8. Ramo S., Uineri D. *Polia i volny v sovremennoi radio-tekhnikе* [Fields and waves in modern radio engineering]. Moscow-Leningrad, State publishing scientific and technical literature, 1948. 631 p. (Rus).

9. Frenkel' Ya.I. *Kurs teoreticheskoi mekhaniki* [Course of Theoretical Mechanics]. Leningrad, Krasniy pechatnik Publ., 1939. 386 p. (Rus).

10. Timoshenko S.P., Gudier Dzh. *Teoriya uprugosti* [Theory of elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 560 p. (Rus).

*Postynula (received) 20.12.2014*

*Baida Евгений Иванович, к.т.н., доц.,  
Национальный технический университет  
"Харьковский политехнический институт",  
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21,  
тел/phone +38 057 7076976, e-mail: baida\_kpi@mail.ru*

*E.I. Baida*

*National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute",  
21, Frunze Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.*

#### **A refined mathematical model of multiphysics processes for magnetic pulse treatment of materials.**

**Introduction.** The complexity of the theoretical description of the magnetic pulse treatment of the material is in the mutual coupled processes of electromagnetic and thermal fields with plastic deformation of the material and processes in an electrical circuit. The paper deals with the combined transient mathematical model of the system of equations of the electromagnetic field, theory of elasticity, thermal conductivity and electrical circuit. **Purpose.** Research and testing of the developed mathematical model and assess the impact of various parameters on the process of deformation of the work piece. **Methodology.** Investigation of nonlinear mathematical model is carried out by the finite element method using a special software package. **Results.** The resulting solution of the transient mathematical model allows studying the influence of parameters of the circuit, the speed and the characteristics of the material to plastic deformation and heating of the work piece, which allows to select the optimum process parameters. **Originality.** This is an integrated approach to the development of a mathematical model, which includes the electromagnetic field equations, the theory of elasticity, thermal conductivity and electrical circuit equations with a storage capacitor. **Conclusions.** A comprehensive mathematical model and its solution are obtained. It is established a small effect of heating temperature on the amount of strain. Currents caused by movement of the work piece must be taken into account in the calculations. Inertial forces significantly affect the nature of the deformation. During the deformation it is necessary to consider the nonlinearity of elasticity modulus. Thermal deformation of the work piece is much less mechanical strain and opposite in sign to them, but the surface temperature stresses due to the high temperature gradient equal to 20 % of the yield strength of the work piece. References 10, figures 19.

**Key words:** magnetic pulse treatment, electromagnetic field, mathematical model.