

## РАСЧЁТ ПОЛЕЙ И ТОКОВ В ИНДУКТОРНОЙ СИСТЕМЕ С ПРИТЯГИВАЮЩИМ ЭКРАНОМ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ВИТКОМ КАК ИНСТРУМЕНТА РИХТОВКИ

*В идеалізації "гранично низьких" частот діючих полів отримані розрахункові залежності для щільності індуктованих струмів і розподіленої сили тяжіння в індукторній системі з притягуючим екраном і зовнішнім додатковим витком, що дозволяють провести оцінки характеристик протікаючих електродинамічних процесів і дати рекомендації з проектування реальних інструментів для магнітно-імпульсного притягування немагнітних тонкостінних листових металів. Бібл. 16, рис. 1.*

**Ключові слова:** індукторна система, електромагнітний процес, індуктор, притягуючий екран, додатковий виток.

*В идеализации "предельно низких" частот действующих полей получены расчётные зависимости для плотности индуцированных токов и распределенной силы притяжения в индукторной системе с притягивающим экраном и внешним дополнительным витком, позволяющие провести оценки характеристик протекающих электродинамических процессов и дать рекомендации по проектированию реальных инструментов для магнитно-импульсного притяжения немагнитных тонкостенных листовых металлов. Библ. 16, рис. 1.*

**Ключевые слова:** индукторная система, электромагнитный процесс, индуктор, притягивающий экран, дополнительный виток.

**Постановка проблеми.** Магнітно-імпульсна обробка металів (МІОМ) відноситься до числа інтенсивно розвиваючихся прогресивних технологій промислового виробництва изделий різної номенклатури. Більшість інструментів (так називаються індукторні системи в аббревіатурі – ІС), використовуються в сучасній техніці МІОМ, доволі прості конструктивно [1-3]. Простота конструкцій влечет за собою неімовірні недоліки, пов'язані, як правило, з неоднорідним розподілом поля і, відповідно, збуджуваного силового впливу на оброблюваний об'єкт [4-6]. Таким чином, виникає необхідність створення ІС з високою однорідністю збуджуваного поля і сил в робочій зоні інструмента МІОМ.

**Аналіз основних досягнень і публікацій.** Одним із рішень по підвищенню ефективності інструментів магнітно-імпульсної технології є введення в конструкцію індукторної системи допоміжного притягуючого екрана, в зв'язі з чим, інструменти такого типу отримали назву "індукторні системи з притягуючими екранами" (в аббревіатурі – ІСПЭ). Принцип дії таких систем оснований на законі Ампера, а саме, притягненні об'єкта обробки до екрана за рахунок силового взаємодія однонаправлених індуктованих токів [7]. Розрахунок розподілу токів, збуджуваних в металі заготовки і притягуючого екрана, а також сил притягнення між ними, присвячені роботи [8-10]. Їх результати ініціювали введення додаткового витка в конструкцію ІСПЭ, що, виходячи з априорних фізических міркувань, повинно підвищити ефективність інструмента магнітно-імпульсного силового впливу в цілому.

**Ціль роботи** – отримання расчётних аналітичних залежностей для токів, індуктованих в металі листової заготовки і притягуючого екрана, а також формул для розподіленої сили притягнення в індукторній системі з притягуючим екраном і зовнішнім додатковим витком.

Расчётная модель исследуемой ИСПЭ в цилиндрической системе координат приведена на рис. 1.

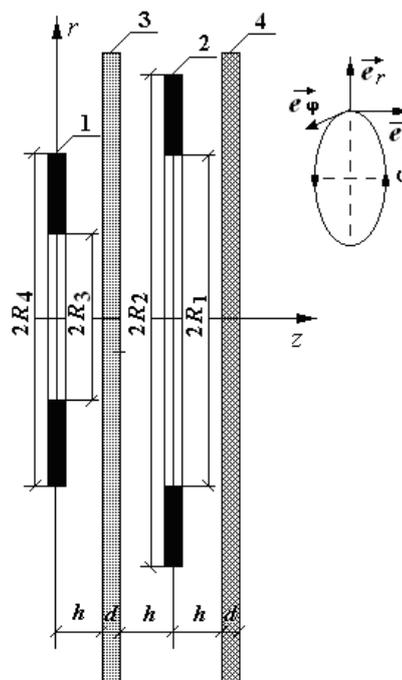


Рис. 1. Расчётная модель в цилиндрической системе координат: 1 – дополнительный виток индуктора; 2 – основной виток индуктора; 3 – экран; 4 – заготовка;  $R_1, R_3$  и  $R_2, R_4$  – внутренние и внешние радиусы соответственно;  $d$  и  $h$  – расстояние от основного витка индуктора до экрана и заготовки и от дополнительного витка до экрана;  $e_r, e_\phi, e_z$  – направляющие орты

При решении примем следующие допущения.

- Плоские витки индуктора имеют цилиндрическую форму, их толщина пренебрежимо мала, так что они не оказывают никакого влияния на протекающие электромагнитные процессы.
- Экран и заготовка есть одинаковые листовые металлы с довольно большими поперечными размерами,

достаточно малой толщиной –  $d$ , электропроводностью –  $\gamma$  и абсолютной магнитной проницаемостью –  $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$  ( $\mu_r$  – относительная магнитная проницаемость,  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума), они расположены на одинаковом расстоянии от основного витка индуктора –  $h$ , расстояние от дополнительного витка до вспомогательного экрана также равно  $h$ .

• Аксиальная симметрия ( $\partial/\partial\varphi=0$ ,  $\varphi$  – азимутальный угол) имеет место.

• Амплитудно-временные параметры тока в витках индуктора таковы, что справедливо квазистационарное приближение по Ландау [11]:  $\omega/lc \ll 1$ , где  $\omega$  – циклическая частота,  $c$  – скорость света в вакууме,  $l$  – характерный размер системы.

**Интегрирование уравнений Максвелла, общие решения.** Уравнения Максвелла для возбуждаемых составляющих вектора электромагнитного поля ( $E_\varphi \neq 0$ ,  $H_{r,z} \neq 0$ ), преобразованных по Лапласу с учётом нулевых начальных условий, имеют вид [2, 4, 12]:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_r(p,r,z)}{\partial z} - \frac{\partial H_z(p,r,z)}{\partial r} = j_\varphi(p,r,z); & (1) \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p,r,z)) = -\mu_c \cdot p \cdot H_z(p,r,z); & (2) \\ \frac{\partial E_\varphi(p,r,z)}{\partial z} = \mu_c \cdot p \cdot H_r(p,r,z); & (3) \end{cases}$$

где  $p$  – параметр интегрального преобразования Лапласа,  $\mu_c$  – абсолютная магнитная проницаемость среды,  $E_\varphi(p,r,z) = L\{E_\varphi(t,r,z)\}$ ,  $H_{r,z}(p,r,z) = L\{H_{r,z}(t,r,z)\}$ ,  $j_\varphi(p,r,z) = L\{j_\varphi(t,r,z)\}$ .

В общем случае плотность тока в правой части уравнения (1) записывается в виде:

$$j_\varphi(p,r,z) = (p \cdot \varepsilon_0 + \gamma) \cdot E_\varphi(p,r,z) + j_{\varphi 1,2}^{(i)}(p,r,z), \quad (4)$$

где  $j_{\varphi 1,2}^{(i)}(p,r,z)$  – плотности сторонних токов в витках индуктора,

$$j_{\varphi 1}^{(i)}(p,r,z) = j_1(p) \cdot f(r) \cdot \delta(z),$$

$$j_{\varphi 2}^{(i)}(p,r,z) = j_2(p) \cdot f(r) \cdot \delta(z - (2h + d)),$$

$f(r)$  и  $j_{1,2}(p)$  – функция радиального распределения и  $L$  – изображения плотностей тока в витках индуктора 1 и 2, соответственно,  $\delta(z)$  – дельта-функция Дирака,  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума.

При решении поставленной задачи в принятой модели следует выделить области с однородными электрофизическими характеристиками:

а) свободное полупространство с внешней стороны вспомогательного экрана,  $z \in (-\infty; h]$ ;

б) область металла экрана,  $z \in [h; (h+d)]$ ;

в) пространство между экраном и заготовкой,  $z \in [(h+d); (3h+d)]$ ;

г) область металла заготовки,  $z \in [(3h+d); (3h+2d)]$ ;

д) свободное полупространство с внешней стороны заготовки,  $z \in [(3h+2d); \infty]$ .

Из дифференциальных уравнений (1–3) с учётом выражения (4) в рамках принятых допущений

(пренебрегая токами смещения) получим уравнения для азимутальной компоненты напряжённости электрического поля  $E_\varphi(p,r,z)$  в выделенных областях.

В свободном полупространстве с внешней стороны вспомогательного экрана,  $z \in (-\infty; h]$ :

$$\frac{\partial^2 E_\varphi^{(1)}(p,r,z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi^{(1)}(p,r,z)) \right) = \mu_0 \cdot p \cdot j_{\varphi 1}^{(i)}(p,r,z). \quad (5)$$

В металле вспомогательного экрана  $z \in [h; (h+d)]$ :

$$\frac{\partial^2 E_\varphi^{(2)}(p,r,z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi^{(2)}(p,r,z)) \right) - (p \cdot \gamma \cdot \mu) \cdot E_\varphi^{(2)}(p,r,z) = 0 \quad (6)$$

В пространстве между металлическими листами  $z \in [(h+d); (3h+d)]$ :

$$\frac{\partial^2 E_\varphi^{(3)}(p,r,z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi^{(3)}(p,r,z)) \right) = \mu_0 \cdot p \cdot j_{\varphi 1}^{(i)}(p,r,z) \quad (7)$$

В металле листовой заготовки  $z \in [(3h+d); (3h+2d)]$ :

$$\frac{\partial^2 E_\varphi^{(4)}(p,r,z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi^{(4)}(p,r,z)) \right) - (p \cdot \gamma \cdot \mu) \cdot E_\varphi^{(4)}(p,r,z) = 0 \quad (8)$$

Вне системы,  $z \in [(3h+2d); \infty)$ :

$$\frac{\partial^2 E_\varphi^{(5)}(p,r,z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi^{(5)}(p,r,z)) \right) = 0. \quad (9)$$

Условию ограниченности радиального распределения  $E_\varphi(p,r,z)$  из уравнений (5–9) при  $r=0$  и  $r=\infty$  удовлетворяет интегральное преобразование Фурье-Бесселя [2, 13]:

$$E_\varphi(p,r,z) = \int_0^\infty E_\varphi(p,\lambda,z) \cdot J_1(\lambda \cdot r) \cdot \lambda \cdot d\lambda, \quad (10)$$

где  $J_1(\lambda \cdot r)$  – функция Бесселя первого порядка,  $\lambda$  – параметр интегрального преобразования.

В соответствии с (10) уравнения (5–9) приводятся к обыкновенным линейным дифференциальным уравнениям второго порядка относительно образа –  $E_\varphi(p,\lambda,z)$ .

В полупространстве с внешней стороны вспомогательного экрана,  $z \in (-\infty; h]$ :

$$\frac{d^2 E_\varphi^{(1)}(p,\lambda,z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_\varphi^{(1)}(p,\lambda,z) = K_1(p,\lambda) \cdot \delta(z), \quad (11)$$

где

$$K_1(p,\lambda) = \mu_0 \cdot p \cdot j_1(p) \cdot f_1(\lambda);$$

$$f_1(\lambda) = \int_0^\infty f(r) \cdot J_1(\lambda \cdot r) \cdot r \cdot dr.$$

В металле вспомогательного экрана  $z \in [h; (h+d)]$ :

$$\frac{d^2 E_{\varphi}^{(2)}(p, \lambda, z)}{dz^2} - q^2(p, \lambda) \cdot E_{\varphi}^{(2)}(p, \lambda, z) = 0, \quad (12)$$

где  $q(p, \lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p\mu\gamma}$  – величина, имеющая смысл продольного волнового числа в металле с удельной электропроводностью  $\gamma$  и магнитной проницаемостью  $\mu$  [11].

В пространстве между экраном и заготовкой  $z \in [(h+d); (3h+d)]$ :

$$\frac{d^2 E_{\varphi}^{(3)}(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_{\varphi}^{(3)}(p, \lambda, z) = K_2(p, \lambda) \cdot \delta(z - (2h+d)) \quad (13)$$

где

$$K_2(p, \lambda) = \mu_0 \cdot p \cdot j_2(p) \cdot f_2(\lambda);$$

$$f_2(\lambda) = \int_0^{\infty} f(r) \cdot J_1(\lambda \cdot r) \cdot r \cdot dr.$$

В металле листовой заготовки  $z \in [(3h+d); (3h+2d)]$ :

$$\frac{d^2 E_{\varphi}^{(4)}(p, \lambda, z)}{dz^2} - q^2(p, \lambda) \cdot E_{\varphi}^{(4)}(p, \lambda, z) = 0, \quad (14)$$

Вне системы,  $z \in [(3h+2d); \infty)$ :

$$\frac{d^2 E_{\varphi}^{(5)}(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_{\varphi}^{(5)}(p, \lambda, z) = 0. \quad (15)$$

Общие интегралы уравнений (9), (11 – 15) для выделенных областей представляются линейными комбинациями фундаментальных решений [13].

В полупространстве с внешней стороны вспомогательного экрана,  $z \in (-\infty; h]$ , условию ограниченности при  $z \rightarrow -\infty$  удовлетворяет функция:

$$E_{\varphi}^{(1)}(p, \lambda, z) = A(p, \lambda) e^{\lambda(z-h)} + \frac{K_1(p, \lambda)}{\lambda} \eta(z) \text{sh}(\lambda z), \quad (16)$$

где  $A(p, \lambda)$  – произвольная постоянная интегрирования;  $\eta(z)$  – ступенчатая функция Хевисайда.

В металле вспомогательного экрана,  $z \in [h; (h+d)]$ :

$$E_{\varphi}^{(2)}(p, \lambda, z) = B_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)(z-h)} + B_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)(z-h)}, \quad (17)$$

где  $B_{1,2}(p, \lambda)$  – произвольные постоянные интегрирования.

В пространстве между экраном и заготовкой,  $z \in [(h+d); (3h+d)]$ :

$$E_{\varphi}^{(3)}(p, \lambda, z) = C_1(p, \lambda) e^{\lambda(z-(h+d))} + C_2(p, \lambda) e^{-\lambda(z-(h+d))} + \frac{K_2(p, \lambda)}{\lambda} \eta(z - (2h+d)) \text{sh}(\lambda(z - (2h+d))), \quad (18)$$

где  $C_{1,2}(p, \lambda)$  – произвольные постоянные интегрирования.

В металле заготовки,  $z \in [(3h+d); (3h+2d)]$ :

$$E_{\varphi}^{(4)}(p, \lambda, z) = D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)(z-(3h+d))} + D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)(z-(3h+d))}, \quad (19)$$

где  $D_{1,2}(p, \lambda)$  – произвольные постоянные интегрирования.

В пространстве вне системы,  $z \in [(3h+2d); \infty)$ , условию ограниченности при  $z \rightarrow \infty$  удовлетворяет функция:

$$E_{\varphi}^{(5)}(p, \lambda, z) = G(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda(z-(3h+2d))}, \quad (20)$$

где  $G(p, \lambda)$  – произвольная постоянная интегрирования.

С помощью уравнения (3) и выражений (16 – 20) находим тангенциальную компоненту напряжённости магнитного поля.

В полупространстве с внешней стороны вспомогательного экрана,  $z \in (-\infty; h]$ :

$$H_r^{(1)}(p, \lambda, z) = \frac{\lambda}{p\mu_0} \times \left( A(p, \lambda) e^{\lambda(z-h)} + \frac{K_1(p, \lambda)}{\lambda} \eta(z) \text{ch}(\lambda z) \right) \quad (21)$$

В металле вспомогательного экрана,  $z \in [h; (h+d)]$ :

$$H_r^{(2)}(p, \lambda, z) = \frac{q(p, \lambda)}{p \cdot \mu} \times \left( B_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda)(z-h)} - B_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda)(z-h)} \right) \quad (22)$$

В пространстве между экраном и заготовкой,  $z \in [(h+d); (3h+d)]$ :

$$H_r^{(3)}(p, \lambda, z) = \frac{\lambda}{p\mu_0} \times \left( C_1(p, \lambda) e^{\lambda(z-(h+d))} - C_2(p, \lambda) e^{-\lambda(z-(h+d))} + \frac{K_2(p, \lambda)}{\lambda} \eta(z - (2h+d)) \text{ch}(\lambda(z - (2h+d))) \right) \quad (23)$$

В металле заготовки,  $z \in [(3h+d); (3h+2d)]$ :

$$H_r^{(4)}(p, \lambda, z) = \frac{q(p, \lambda)}{p \cdot \mu} \times \left( D_1(p, \lambda) e^{q(p, \lambda)(z-(3h+d))} - D_2(p, \lambda) e^{-q(p, \lambda)(z-(3h+d))} \right) \quad (24)$$

В пространстве вне системы,  $z \in [(3h+2d); \infty)$ :

$$H_r^{(5)}(p, \lambda, z) = -\frac{\lambda}{p\mu_0} \cdot G(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda(z-(3h+2d))}. \quad (25)$$

Из условия непрерывности касательных компонент вектора напряжённости электромагнитного поля на границах выделенных областей получаем системы алгебраических уравнений для определения неизвестных произвольных постоянных интегрирования в выражениях для интегральных образов  $E_{\varphi}$  и  $H_r$ .

Полученные системы линейных алгебраических уравнений не приводим, ввиду их громоздкости. Отметим, что они являются определёнными и позволяют получить единственные решения поставленной электродинамической задачи для произвольных временных зависимостей полей и токов в рассматриваемой "индукторной системе с притягивающим экраном" [13, 14].

Для практики, в первую очередь, представляет интерес, так называемый, низкочастотный режим, когда экран и листовая заготовка являются "прозрачными" для действующих полей [2, 4, 6, 12].

**Низкочастотный режим действующих полей.** Низкочастотный режим есть некоторая идеализация, предполагающая интенсивные процессы проникновения сквозь металлические элементы в

системе. Условием его реализации является выполнение неравенства:

$$\omega \cdot \tau \ll 1, \quad (26)$$

где  $\omega$  – круговая частота возбуждающего сигнала,  $\tau = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \gamma \cdot d^2$  – введено автором работы [15] и названо характерным временем диффузии поля в магнитный проводящий слой с удельной электропроводностью  $\gamma$  и относительной магнитной проницаемостью  $\mu_r$ .

Следует подчеркнуть практическую полезность данной идеализации, несмотря на невозможность её абсолютно строгого осуществления. Она позволяет получить простые соотношения для характеристик электродинамических процессов и установить ориентиры, к которым следует стремиться при создании реальных индукторных систем для магнитно-импульсного притяжения металлов.

Выполнение неравенства (26) допускает упрощение зависимости для продольного волнового числа в металле –  $q(p, \lambda)$ :

$$|p \cdot \mu \cdot \gamma| \ll \lambda^2 \Rightarrow q(p, \lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p \cdot \mu \cdot \gamma} \approx \lambda^2. \quad (27)$$

Поставленную задачу можно существенно упростить с математической точки зрения, если обратиться к варианту, когда экран и листовая заготовка выполнены из немагнитных металлов. Для практики этот случай представляет интерес, если речь идёт о деформировании притяжением, например, нержавеющей стали, алюминиевых сплавов и др. Пренебрежение магнитными свойствами обрабатываемых объектов означает, что полученные оценки будут соответствовать минимальным значениям усилий, возбуждаемых в системе.

**Расчётные соотношения для токов и сил.** В алгебраических системах уравнений для неизвестных постоянных интегрирования следует положить, что  $\mu_r = 1$ .

В конечном итоге получим:

•  $z = h$ :

$$\begin{cases} A(p, \lambda) + \frac{K_1(p, \lambda)}{\lambda} \cdot \text{sh}(\lambda h) = B_1(p, \lambda) + B_2(p, \lambda); \\ A(p, \lambda) + \frac{K_1(p, \lambda)}{\lambda} \cdot \text{ch}(\lambda h) = B_1(p, \lambda) - B_2(p, \lambda). \end{cases} \quad (28)$$

•  $z = (h+d)$ :

$$\begin{cases} B_1(p, \lambda) \cdot e^{\lambda \cdot d} + B_2(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot d} = C_1(p, \lambda) + C_2(p, \lambda); \\ B_1(p, \lambda) \cdot e^{\lambda \cdot d} - B_2(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot d} = C_1(p, \lambda) - C_2(p, \lambda). \end{cases} \quad (29)$$

•  $z = (3h+d)$ :

$$\begin{cases} C_1(p, \lambda) \cdot e^{\lambda \cdot 2h} + C_2(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot 2h} + \frac{K_2(p, \lambda)}{\lambda} \text{sh}(\lambda h) = \\ = D_1(p, \lambda) + D_2(p, \lambda); \\ C_1(p, \lambda) e^{\lambda \cdot 2h} - C_2(p, \lambda) e^{-\lambda \cdot 2h} + \frac{K_2(p, \lambda)}{\lambda} \text{ch}(\lambda h) = \\ = D_1(p, \lambda) - D_2(p, \lambda). \end{cases} \quad (30)$$

•  $z = (3h+2d)$ :

$$\begin{cases} D_1(p, \lambda) \cdot e^{\lambda \cdot d} + D_2(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot d} = G(p, \lambda); \\ D_1(p, \lambda) \cdot e^{\lambda \cdot d} - D_2(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot d} = -G(p, \lambda). \end{cases} \quad (31)$$

В дальнейшем нас будут интересовать поля и токи в металле экрана и листовой заготовки. Поэтому

ограничимся нахождением лишь неизвестных  $B_{1,2}(p, \lambda)$  и  $D_{1,2}(p, \lambda)$ :

$$\begin{cases} B_1(p, \lambda) = -\frac{K_2(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda(h+d)}; \\ B_2(p, \lambda) = -\frac{K_1(p, \lambda)}{2\lambda} \cdot e^{-\lambda h}. \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{cases} D_1(p, \lambda) = 0; \\ D_2(p, \lambda) = -\frac{1}{2\lambda} (K_1(p, \lambda) e^{-\lambda(3h+d)} + K_2(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda h}) \end{cases} \quad (33)$$

Зависимость (32) подставим в выражение (17). Получим формулу для образа напряжённости электрического поля в металле вспомогательного экрана. Найденный результат помножим на удельную электропроводность его металла –  $\gamma$  и проинтегрируем по пространственной переменной  $\zeta = (z-h)$ ;  $\zeta \in [0; d]$  связанной непосредственно с толщиной экрана.

Выполнив необходимые обратные интегральные преобразования и раскрыв величины  $K_{1,2}(p, \lambda)$ , придём к аналитическому выражению для линейной плотности тока, возбуждаемого в металле экрана витками индуктора. Кроме того, для определённости положим, что радиальные распределения токов в витках – равномерные, а их временные зависимости одинаковы.

$$J_{\Phi}^{(2)}(t, r) = -\frac{\tau}{(2d^2)} \times \int_0^{\infty} \left( \frac{dj_1(t)}{dt} \cdot f_1(\lambda) + \frac{dj_2(t)}{dt} \cdot f_2(\lambda) \right) \cdot \frac{e^{-\lambda h(1-e^{-\lambda d})}}{\lambda} \cdot J_1(\lambda r) d\lambda \quad (34)$$

где  $j_1(t) = j_{1m}j(t)$  – плотность возбуждающего тока в первом индукторе,  $j_2(t) = j_{2m}j(t)$  – плотность возбуждающего тока в первом индукторе,  $j_{1,2m}$  – амплитудные значения,  $j(t)$  – временная зависимость,

$$f_1(\lambda) = \int_{R_3}^{R_4} r \cdot J_1(\lambda r) dr, \quad f_2(\lambda) = \int_{R_1}^{R_2} r \cdot J_1(\lambda r) dr.$$

Аналогичным образом, после подстановки (33) в (19) и выполнения необходимых математических преобразований с теми же обозначениями, что в (34) находим линейную плотность тока в металле листовой заготовки.

$$J_{\Phi}^{(3)}(t, r) = -\frac{\tau}{(2d^2)} \times \int_0^{\infty} \left( \frac{dj_1(t)}{dt} f_1(\lambda) e^{-\lambda(3h+d)} + \frac{dj_2(t)}{dt} f_2(\lambda) e^{-\lambda h} \right) \times \frac{(1-e^{-\lambda d})}{\lambda} J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (35)$$

Если витки одинаковы и расположены строго друг над другом, тогда  $f_1(\lambda) = f_2(\lambda) = f(\lambda)$ . Пусть в них протекают одинаковые токи, то есть,  $j_1(t) = j_2(t) = j_m g(t)$ ,  $j_m$  – амплитуда,  $g(t)$  – временная зависимость.

В принятых условиях выражения (34) и (35) принимают вид:

а) в экране:

$$J_{\phi}^{(3)}(t, r) = - \left( 2j_m \frac{dg(t)}{dt} \right) \frac{\tau}{(2d^2)} \times \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda) e^{-\lambda h} (1 - e^{-\lambda d})}{\lambda} J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (36)$$

б) в листовой заготовке:

$$J_{\phi}^{(3)}(t, r) = - \left( j_m \cdot \frac{dg(t)}{dt} \right) \frac{\tau}{(2d^2)} \times \int_0^{\infty} \left( e^{-\lambda(2h+d)} + 1 \right) \frac{f(\lambda) \cdot e^{-\lambda h} (1 - e^{-\lambda d})}{\lambda} J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (37)$$

Согласно известным зависимостям, приведенным в классических литературных источниках [11, 16], можно записать формулу для вычисления распределённой силы притяжения, которая при жёстко фиксированном экране будет притягивать листовую заготовку к рабочей поверхности витка внутреннего индуктора.

$$F_{attr}(t, r) = \mu_0 \cdot J_{\phi}^{(3)}(t, r) \cdot J_{\phi}^{(3)}(t, r) \cdot \frac{r}{(2h)}, \quad (38)$$

где  $J_{\phi}^{(3)}(t, r)$ ,  $J_{\phi}^{(3)}(t, r)$  – определены зависимостями (34) и (35), соответственно.

Фактически, в принятой постановке решаемой задачи на обрабатываемый объект будет действовать только сила притяжения. Интегральная во времени действительность сил иного плана (отталкивание и радиальное растяжение-сжатие), обусловленных взаимодействием возбуждающих и индуцированных токов, будет крайне малой и ими в рамках принятой идеализации можно пренебречь [2, 4, 6].

При  $j_{2m} \approx 0$  (отсутствует виток с током внутри системы), как следует из выражений (34) и (35), между экраном и заготовкой должны иметь место силы притяжения, определяемые произведением индуцированных токов. Величина каждого из них устанавливается лишь удалённостью от источника возбуждения.

Полученные аналитические выражения для токов, индуцированных в металле экрана и заготовки, а также распределённой силы притяжения позволят провести численные оценки процессов в перспективных конструкциях ИСПЭ.

Результирующие токи, как в экране, так и заготовке, однонаправлены и определяются линейной комбинацией индуцированных токов – алгебраических слагаемых, каждое из которых обусловлено вкладом тока, протекающего в соответствующем витке индуктора.

Пренебрежение магнитными свойствами обрабатываемых объектов при получении расчетных зависимостей означает, что полученные оценки будут соответствовать минимальным значениям усилий, возбуждаемых в системе, а значит, применение полученных формул для магнитных металлов должно повысить эффективность силового воздействия.

#### Выводы.

1. Проведен расчёт характеристик электродинамических процессов в индукторной системе с притяги-

вающим экраном и дополнительным витком – инструменте магнитно-импульсного притяжения немагнитных тонкостенных листовых металлов.

2. В идеализации "предельно низких" частот действующих полей получены аналитические выражения для возбуждаемых токов и сил, позволяющие оценить уровень эффективности исследованной конструкции инструмента.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Т.1. под ред. проф. Батыгина Ю.В. [2-е изд.]. – Х.: МОСТ-Торнадо, 2003. – 288 с.
2. Туренко А.Н., Батыгин Ю.В., Гнатов А.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Т.3. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями: монография. – Х.: ХНАДУ, 2009. – 240 с.
3. Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. – Х.: Вища школа, 1977. – 189 с.
4. Батыгин Ю.В., Бондаренко А.Ю., Чаплыгин Е.А. Цилиндрическая индукционная индукторная система для притяжения тонкостенных листовых металлов // Авиационно-космическая техника и технология. – 2007. – №11 (47). – С. 109-117.
5. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В., Щиголева С.А. Притяжение тонкостенных металлических листов магнитным полем одновиткового индуктора // Электричество. – 2011. – №4. – С. 55-62.
6. Батыгин Ю.В., Бондаренко А.Ю. Силы, действующие на тонкостенный проводник, в проникающем поле плоского одновиткового соленоида // Технічна електродинаміка. – 2010. – №1. – С. 9-14.
7. Пат. 70734 Україна, МПК В 21 D 26/14 Спосіб магнітно-імпульсного притягання металевих об'єктів двовитковою круговою індукторною системою з тонким екраном / Батигін Ю.В., Гнатов А.В., Щіголева С.О., Чаплигін Є.О., Гопко А.В., Дробинін О.М.; заявник та патентовласник Харківський нац. автом.-дорожн. ун-т. – № u201114018; заявл. 28.11.2011; опубл. 25.06.2012, Бюл. № 12.
8. Батыгин Ю.В., Бондаренко А.Ю. Распределение напряженности магнитного поля в плоской индукторной системе с экраном // Вісник НТУ "ХПИ". – 2006. – №17. – С. 55-64.
9. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В., Сериков Г.С. Расчет усилий в индукционной индукторной системе прямоугольной геометрии с ферромагнитным массивным экраном и заготовкой // Електротехніка і електромеханіка. – 2009. – №3. – С. 61-64.
10. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В. Расчет электродинамических усилий в индукционной индукторной системе с ферромагнитным массивным экраном и листовой заготовкой // Електротехніка і електромеханіка. – 2009. – №4. – С. 56-59.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982. – 620с.
12. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В., Щиголева С.А. Направление сил, действующих на ферромагнетик, в зависимости от временных характеристик при МИОМ // Електротехніка і електромеханіка. – 2011. – №3. – С. 56-61.
13. Мэтьюз Дж., Уокер Р. Математические методы физики / Пер. с англ. Крайнова В.П.. – М.: Атомиздат, 1972. – 399 с.
14. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1973. – 831 с.
15. Шнеерсон Г.А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 200 с.
16. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1968. – 939 с.

## REFERENCES

1. Batygin Yu.V., Lavinskiy V.I., Himenko L.T. *Impul'snyie magnitnyie polya dlya progressivnyih tehnologiy. Tom 1* [The pulse magnetic fields for advanced technologies. Vol.1]. Kharkov, MOST-Tornado Publ., 2003. 288 p. (Rus).
2. Turenko A.N., Batygin Yu.V., Gnatov A.V. *Impul'snyie magnitnyie polya dlya progressivnyih tehnologiy. Tom 3. Teoriia i eksperiment pritiazheniia tonkostennykh metallov impul'snymi magnitnymi poliami* [The pulse magnetic fields for advanced technologies. Vol.3. Theory and experiment of thin-walled metals attraction by the pulse magnetic fields]. Kharkov, KhNAHU Publ., 2009. 240 p. (Rus).
3. Belyj I.V., Fertik S.M., Himenko L.T. *Spravochnik po magnitno-impul'snoj obrabotke metallov* [Directory of magnetic-pulse treatment of metals]. Kharkiv, Vishcha shkola Publ., 1977, 189 p. (Rus).
4. Batygin Yu.V., Bondarenko A.Yu., Chaplygin E.A. Cylindrical induction inductor system for attraction of thin-walled sheet metal. *Aviacionno-kosmicheskaya tehnika i tehnologiya – Aerospace Engineering and Technology*, 2007, no.11(47), pp. 109-117. (Rus).
5. Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Schigoleva S.A. The attraction of the thin-walled metal sheets by magnetic field of the single-turn inductor. *Elektrichestvo – Electricity*, 2011, no.4. pp. 55-62. (Rus).
6. Batygin Yu.V., Bondarenko A.Yu. The forces acting on the thin conductor in penetrating the field of flat single-turn solenoid. *Tekhnichna elektrodynamika – Technical electrodynamics*, 2010, no.1, pp. 9-14. (Rus).
7. Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Chaplygin Y.A., Gopko A.V., Shigoleva S.A., Drobinin A.M. *Sposib magnitno-impul'snogo prytjagannja metalevyh ob'ektiv dvovytkovoju krugovoju induktornoju systemoju z tonkym ekranom* [The method of magnetic-pulse attraction of metal objects by double-turn circular inductor system with a thin screen]. Patent UA, no.70734, 2012.
8. Batygin Yu.V., Bondarenko A.Yu. The distribution of magnetic field strength in the flat inductor system with screen. *Visnyk NTU "KhPI" – Bulletin of NTU "KhPI"*, 2006, no.17, pp. 55-64. (Rus).
9. Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Serikov G.S. Calculation of forces in a rectangular-geometry induction inductor system with a non-ferromagnetic massive screen and a work-piece. *Elektrotehnika i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2009, no.3, pp. 61-64. (Rus).
10. Batygin Yu.V., Gnatov A.V. Calculation of electrodynamic forces in an induction inductor system with a non-ferromagnetic massive screen and a sheet work-piece. *Elektrotehnika i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2009, no.4, pp. 56-59. (Rus).
11. Landau L.D., Lifshits E.M. *Elektrodynamika sploshnyh sred* [Electrodynamics of the continuous medium]. Moscow, Nauka Publ., 1982, 620 p. (Rus).
12. Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Schigoleva S.A. Direction of force action on sheet ferromagnetic as function of time characteristics under electromagnetic forming. *Elektrotehnika i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2011, no.3, pp. 56-61. (Rus).
13. Matthews J., Walker R. *Matematicheskie metody fiziki* [Mathematical methods of physics]. Moscow, Atomizdat Publ., 1972, 399 p. (Rus).
14. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike* [Directory of a mathematics]. Moscow, Nauka Publ., 1973, 831 p. (Rus).
15. Shneerson G.A. *Polya i perehodnye processy v apparature sverhsilnyh tokov* [Fields and transients in equipment ultra strong currents]. Leningrad, Energoizdat Publ., 1981, 200 p. (Rus).
16. Yavorskij B.M., Detlaf A.A. *Spravochnik po fizike* [Directory of a physics]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 939 p. (Rus).

Поступила (received) 05.12.2014

Батыгин Юрий Викторович<sup>1</sup>, д.т.н., проф.,  
 Чаплыгин Евгений Александрович<sup>1</sup>, к.т.н., доцент,  
 Шиндерук Светлана Александровна<sup>1</sup>, аспирант,  
<sup>1</sup>Харьковский национальный автомобильно-дорожный  
 университет,  
 61002, Харьков, ул. Петровского, 25,  
 тел/phone +38 057 7073653, e-mail: batygin48@mail.ru;  
 chaplygin\_e\_a@mail.ru; svetlana11177@rambler.ru

Yu.V. Batygin<sup>1</sup>, E.A. Chaplygin<sup>1</sup>, S.A. Shinderuk<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>Kharkov National Automobile and Highway University,  
 25, Petrovskogo Str., Kharkov, 61002, Ukraine.

**Calculation of fields and currents in the induction system with the attractive screen and the additional coil as a tool for the straightening.**

*In the idealization of the "limiting low" frequencies of acting fields the calculated dependences for the density of the induced currents and distributed force of the attractive in the induction system with attractive screen and the external additional coil which allow to evaluate the characteristics of flowing electrodynamics processes and make recommendations for the design of the real tools for magnetic-pulse attractive of nonmagnetic thin-walled sheet metals are obtained. References 16, figure 1.*

**Key words:** induction system, electromagnetic process, inductor, attractive screen, additional coil.