

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ДЛЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННОСТИ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ ИЗОЛЯЦИИ СО СФЕРИЧЕСКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Виконано розрахунки напруженості електростатичного вісисиметричного поля на основі рішення інтегрального рівняння Фредгольма першого та другого роду в частково-однорідній лінійній ізотропній полімерній ізоляції. На основі проведеного обчислювального експерименту за допомогою розробленої програми в середовищі Matlab виконано аналіз впливу числа вузлів на точність чисельного рішення та обґрунтовано порядок системи лінійних алгебраїчних рівнянь в області малих відстаней між сферичними включеннями.

Выполнен расчет напряженности электростатического осесимметричного поля на основе решения интегрального уравнения Фредгольма первого и второго рода в кусочно-однородной линейной изотропной полимерной изоляции. На основе проведенного вычислительного эксперимента с помощью разработанной программы в среде Matlab выполнен анализ влияния числа узлов на точность численного решения и обоснован порядок разрешающей системы линейных алгебраических уравнений в области малых расстояний между сферическими включениями.

ВВЕДЕНИЕ

Силовые кабели среднего и высокого напряжения с полимерной изоляцией на основе вулканизированного полиэтилена, этилен-пропиленовой резины все более широко применяются в энергетических системах, причем доминируют кабели со сшитой полиэтиленовой изоляцией. Требования к однородности изоляции, как для кабелей среднего, так и высокого напряжения, достаточно высоки. Размер допустимых примесей не должен превышать 200 и 100 мкм для кабелей класса напряжения 6-35 кВ и 35-220 кВ соответственно. Любая неоднородность приводит к локальному повышению напряженности поля и развитию дендритов, которые являются источником частичных разрядов в изоляции и приводят, в конечном итоге, к преждевременному пробою кабеля.

Полиэтиленовая изоляция по своей морфологии является неоднородной, гетерогенной средой, т.к. содержит, прежде всего, аморфную и кристаллическую фазы, свойства которых отличаются. Энергия разрыва молекул полиэтилена превышает 4 эВ [1]. Средняя рабочая напряженность электрического поля составляет 2 и 6 кВ/мм для кабелей среднего и высокого напряжения соответственно. При таких значениях напряженностей электрического поля вероятность разрыва связей в полиэтиленовой изоляции маловероятна, разве что в присутствии разного рода точечных дислокаций. Разрыв межмолекулярных связей – более вероятен, т.к. энергия связи, по крайней мере, на порядок меньше. И, как результат, с большей вероятностью наблюдается разрыв связей именно аморфной фазы, как более слабого звена. В структуре изоляции возникают наноразмерные субмикротрещины, накопление которых приводит к образованию микротрещин. Для полиэтилена, как и других полимерных материалов, характерна внутримолекулярная и межмолекулярная пористость (от 1 до 5 нм). В термопластичном полиэтилене количество микропустот составляет, в среднем, до 10^4 в 1 мм^3 при максимальном размере до 80 мкм. Полиэтиленовая изоляция способна растворить определенное количество влаги: коэффициент растворимости в зависимости от плотности при температуре 20°C варьируется от 1,66 до 11,2

кг/(м³·Па) [2]. При сшивании с помощью полифункциональных групп максимальный размер микропустот составляет 200 мкм при том же количестве в единице объема, которые могут быть частично заполнены влагой. В результате совместного действия воды, микродефектов, напряженности электрического поля и температуры (термомеханических напряжений) на полиэтиленовую изоляцию в ней развиваются водные тринги – окисленные участки изоляции с суб- и микропустотами, заполненные водой. Размер молекулы воды составляет порядка $2,5 \text{ \AA} = 0,25 \text{ нм}$. Однако благодаря способности молекул воды образовывать определенные структуры, основанной на наличии водородных связей, в отдельных микрообъемах воды непрерывно возникают своеобразные ассоциаты – кластеры – структурные элементы. Связь в таких кластерах называется водородной. Она является очень слабой, легко разрушаемой, в отличие от ковалентных связей. Свободные, не связанные в кластеры, молекулы воды присутствуют в воде лишь в очень небольшом количестве. В основном же вода – это совокупность беспорядочных кластеров и "водяных кристаллов", где количество связанных в водородные связи молекул может достигать сотен и даже тысяч единиц.

Появление водных трингов служит предпосылкой для возникновения электрических трингов, которые и являются причиной отказов кабелей. Скорость прорастания трингов определяется морфологией полиэтиленовой изоляции (соотношением аморфной и кристаллической фазы), напряженностью электрического поля, рабочей температурой, концентрацией включений. При этом различают тринги типа "веер" и "бант": рост первых начинается на границе раздела между изоляцией и полупроводящими экранами, вторых – в толще изоляции с дефектами. Результаты ускоренного старения во влажных условиях в течение 1000 ч образцов мини-кабелей среднего напряжения с изоляцией на основе сшитого полиэтилена без антитринговых добавок показывают [3], что максимальная длина тринга типа "бант" составляет 750 мкм при средней длине 136 мкм и концен-

трации $6,5 \text{ 1/мм}^3$. Триинги типа "веер" "прорастают" от полупроводящих экранов по жиле и изоляции. В первом случае максимальная длина составляет 1050 мкм при средней длине 632 мкм и концентрации $2,1 \text{ 1/мм}^3$, во втором – 50 мкм при средней длине 33 мкм и концентрации $0,001 \text{ 1/мм}^3$ соответственно [3].

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Вопросам построения моделей для расчета и анализа распределения напряженности неоднородных электрических полей в диэлектрической среде с включениями разной формы, взаимным расположением и с разными электрофизическими параметрами посвящен ряд работ [4-8]. Численные расчеты выполняются с использованием пакетов прикладных программ, реализующих метод конечных элементов [4-8]. Так, расчеты, выполненные в [4], показывают, что коэффициент неоднородности электрического поля (отношение максимального значения напряженности поля в расчетной области к среднему значению напряженности во всей изоляции) возрастает более чем в три раза (с 20 до 87) при увеличении диаметра водяного включения в 10 раз (с 5 до 50 мкм). В [8] на основе разработанной математической модели с применением пакета прикладных программ Cosmol Multiphysics получено распределение напряженности электрического поля в изоляции с гетерогенными включениями разных конфигураций. Исследованы закономерности увеличения максимальной напряженности электрического поля в диэлектриках при увеличении размеров электропроводящих включений и уменьшении расстояния между ними вдоль поля.

Цель статьи – проведение серии вычислительных экспериментов для расчета напряженности электростатического осесимметричного поля на основе решения интегральных уравнений Фредгольма в кусочно-однородной линейной изотропной полимерной изоляции с включениями. На основе проведенных исследований с применением разработанных программ выполнить анализ влияния числа узлов на точность численного решения и обосновать порядок разрешающей системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) в области малых расстояний между сферическими микровключениями.

ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННОСТИ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ПОЛЯ

Кабели напряжением 6-35 кВ выпускаются, как правило, в одножильном исполнении, высокого и сверхвысокого напряжения – только в одножильном.

Типовая коаксиальная конструкция кабелей среднего и высокого напряжения в одножильном исполнении имеет осевую симметрию и состоит из: токопроводящей жилы; трехслойной изоляции, включая полупроводящий экран по жиле, полимерную изоляцию, полупроводящий экран по изоляции; медного экрана; защитной полимерной оболочки.

В основе численного метода расчета напряженности поля лежат интегральные уравнения Фредгольма первого и второго рода (метод вторичных источников) для осесимметричного поля [9-11].

Для неизвестной плотности поверхностных зарядов $\sigma(M)$ осесимметричного тела при размещении точки Q на поверхности электрода (токопроводящей жилы, металлического экрана), потенциал U которого задан, интегральное уравнение Фредгольма первого рода имеет вид:

$$\frac{1}{\pi\epsilon_0} \int \frac{K(k) \cdot R_M \cdot \sigma(M)}{\sqrt{(Z_Q - Z_M)^2 + (R_Q + R_M)^2}} \cdot dL_M = U, \quad (1)$$

где $K(k)$ – полный эллиптический интеграл первого

рода; $k = \frac{\sqrt{4R_Q \cdot R_M}}{\sqrt{(Z_Q - Z_M)^2 + (R_Q + R_M)^2}}$ – аргумент пол-

ного эллиптического интеграла первого рода $K(k)$; R_Q , R_M – радиус-векторы точек Q (где ищется потенциал) и M (где размещен кольцевой заряд; R_M – радиус кольцевого заряда); Z_Q – высота точки Q ; Z_M – высота кольцевого заряда над осью радиусов R (рис. 1 [11]).

Поверхность осесимметричного тела является результатом вращения образующей L вокруг оси симметрии OZ (рис. 1): при вращении отрезка ΔL вокруг оси образуется элементарный круговой пояс. Плотность поверхностного заряда σ кругового пояса в силу осевой симметрии одна и та же по длине окружности.

Заменяя в (1) интеграл конечной суммой

$$\frac{1}{\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \frac{K(k_{ij}) \cdot R_j \cdot \sigma(M_j)}{\sqrt{(Z_i - Z_j)^2 + (R_i + R_j)^2}} \cdot \Delta L_j \approx U, \quad (2)$$

и записывая (2) N раз, помещая каждый раз точку i в новое место, получим систему линейных алгебраических уравнений, решив которую можно найти искомые плотности поверхностных зарядов $\sigma(M_j)$ [индексом i обозначена точка пространства, где ищется потенциал, а индексом j – точка, где находится кольцевой заряд].

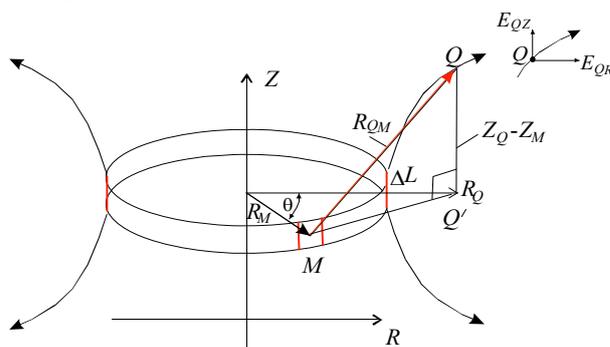


Рис. 1

В матричной форме:

$$\bar{A} \cdot \bar{\sigma} = \bar{U}. \quad (3)$$

Коэффициенты a_{ij} СЛАУ (3) определяются по формулам:

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\pi\epsilon_0} \cdot \frac{K(k_{ij}) \cdot R_j \cdot \sigma(M_j)}{\sqrt{(Z_i - Z_j)^2 + (R_i + R_j)^2}} \cdot \Delta L_j & \forall i \neq j; \\ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \left(\frac{16 \cdot R_j}{\Delta L_j / e} \right) \cdot \Delta L_j & \forall i = j. \end{cases} \quad (4)$$

При работе кабеля под переменным напряжением частоты 50 Гц постоянная времени τ саморазряда кабеля, определяемая емкостью и сопротивлением высококачественной неполярной полиэтиленовой изоляции, больше полупериода приложенного напряжения $\tau \gg 1/(2f)$. В такой изоляции объемные заряды не успевают накапливаться, и напряженность поля распределяется в соответствии со значениями диэлектрических проницаемостей: $\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2 = \varepsilon_3 E_3$. При наличии в изоляции неоднородностей на границах раздела изоляция – неоднородность будут наблюдаться скачки напряженности электрического поля $\varepsilon_1/\varepsilon_2, \varepsilon_2/\varepsilon_3$.

Расчет поля в кусочно-однородной диэлектрической среде с относительными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 сводится к расчету поля в однородной среде с дополнительными вторичными источниками расположенными так, чтобы на границе раздела диэлектрических сред для нормальных составляющих, претерпевающих излом, выполнялось условие: $\varepsilon_1 \cdot E_{1n} = \varepsilon_2 \cdot E_{2n}$ [9-11]. Интегральное уравнение Фредгольма второго рода для связанных зарядов на границе диэлектрических сред для осесимметричного поля имеет вид:

$$\frac{\sigma(Q)}{2\varepsilon_0} - \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1} \int (n_R dE_R + n_Z dE_Z) = 0, \quad (5)$$

где n_R, n_Z – компоненты вектора нормали к образующей в точке Q ; dE_R, dE_Z – радиальная и осевая компоненты вектора напряженности поля в i -й точке при единичной поверхностной плотности заряда j -го пояса ($\sigma_j = 1$ Кл/м²)

$$dE_R = \frac{\Delta L_M}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R_Q} \cdot \sqrt{\frac{R_M}{R_Q}} \cdot k^2 \left\{ \begin{aligned} & \frac{k}{2} K(k) \cdot \left(\frac{R_Q}{R_M} + 1 \right) - \\ & - K'(k) \cdot \left[1 - \frac{k^2}{2} \left(\frac{R_Q}{R_M} + 1 \right) \right] \end{aligned} \right\};$$

$$dE_Z = \frac{\Delta L_M}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R_Q} \cdot \frac{k^3 (Z_Q - Z_M)}{2\sqrt{R_Q R_M}} \cdot [K(k) + k \cdot K'(k)], \quad (6)$$

где $K'(k)$ – производная функции полного эллиптического интеграла первого рода по параметру k ; k'_{R_Q} – производная параметра k по радиальной координате точки Q ; k'_{Z_Q} – то же самое по осевой координате точки Q . Производная функции полного эллиптического интеграла первого рода $K'(k)$ вычисляется путем дифференцирования аналитического приближения к $K(k)$:

$$K(k) \approx a_0 + a_1 m + a_2 m^2 + (b_0 + b_1 m + b_2 m^2) \cdot \ln \frac{1}{m},$$

$$m = 1 - k^2;$$

$$K'(k) \approx \left[a_1 + 2 \cdot a_2 m + (b_1 + 2b_2 m) \cdot \ln \frac{1}{m} + (b_0 + b_1 m + b_2 m^2) \cdot m \left(-\frac{1}{m^2} \right) \right] \cdot (-2k),$$

где $a_0 = 1,3862944$; $a_1 = 0,1119723$; $a_2 = 0,0725296$; $b_0 = 0,5$; $b_1 = 0,1213478$; $b_2 = 0,0288729$; $a_1 = 0,4630151$; $a_2 = 0,1077812$; $b_1 = 0,2452727$; $b_2 = 0,0412497$ [12].

Уравнение (5) сводится к СЛАУ вида:

$$\bar{B} \cdot \bar{\sigma} = 0, \quad (7)$$

в которой элементы матрицы коэффициентов определяются как

$$b_{ij} = \begin{cases} -\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \cdot (n_R dE_R + n_Z dE_Z) & \forall i \neq j; \\ \frac{1}{2\varepsilon_0} & \forall i = j. \end{cases} \quad (8)$$

Плотность поверхностных зарядов на границах раздела сред с учетом неоднородности диэлектрика определится в результате решения составной на основе (3) и (7) СЛАУ вида:

$$\bar{A} \cdot \bar{\sigma} = \bar{U}, \quad (9)$$

где $\bar{\sigma}$ – матрица-столбец неизвестных расчетных плотностей вторичных зарядов, Кл/м²; \bar{U} – матрица-столбец, первые $N_e/2$ членов которой отражают заданные потенциалы узлов, лежащих на токопроводящей жиле, а вторые $N_e/2$ – на заземленном экране и остальные $N_d = N_e + 1 \cdot N$ на границах раздела диэлектрических сред – равны нулю; \bar{A} – квадратная матрица коэффициентов, элементы которой a_{ij} и b_{ij} находятся по формулам (4) и (8), вытекающих из интегральных уравнений Фредгольма первого рода для узлов, лежащих на электродах, и второго рода – для узлов, лежащих на границе раздела диэлектрических сред (в данном случае изоляции и сферических включений).

После решения СЛАУ (9) напряженность электрического поля (нормальная составляющая) находится по формулам:

$$E_{in} = \begin{cases} \sigma_i / \varepsilon_0; & i = 1 \div N_e; \\ \sigma_i / (2\varepsilon_0) \cdot (1 + 1/\beta); & i = N_e + 1 \div N, \end{cases} \quad (10)$$

где $\beta = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}$ – параметр, связанный с разностью диэлектрических проницаемостей по направлению нормали к границе раздела сред.

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА

На рис. 2 показана расчетная модель: между токопроводящей жилой радиусом R_1 и металлическим экраном (радиус по экрану R_4) расположена полимерная изоляция толщиной Δ_{in} с диэлектрической проницаемостью ε_1 . В толще изоляции на расстоянии h друг от друга расположены два сферических включения с радиусами R_{v2} и R_{v3} соответственно. Диэлектрические проницаемости включений в общем случае – разные и равны ε_2 и ε_3 соответственно.

Расчет электростатического поля в кусочно-однородной среде сводится к решению составной СЛАУ (9), для решения которой используется метод Гаусса.

Последовательность расчета следующая [13]: разбиение поверхностей электродов (токопроводящей жилы и металлического экрана) и сферических включений на элементарные участки; составление головной программы, в которой реализуется вычисление коэффициентов СЛАУ, решение и расчет напряженностей на поверхностях жилы и включений; выполнение серии вычислительных экспериментов и анализ

полученных результатов расчета. Применяется сквозная нумерация всех узлов: сначала нумеруются узлы, расположенные на жиле и экране, а затем – на границах раздела включений и изоляции. Результаты расчета представляются в виде разверток по длине образующей коэффициента неоднородности электростатического поля, равного отношению расчетной напряженности к среднему значению напряженности изоляционного промежутка.

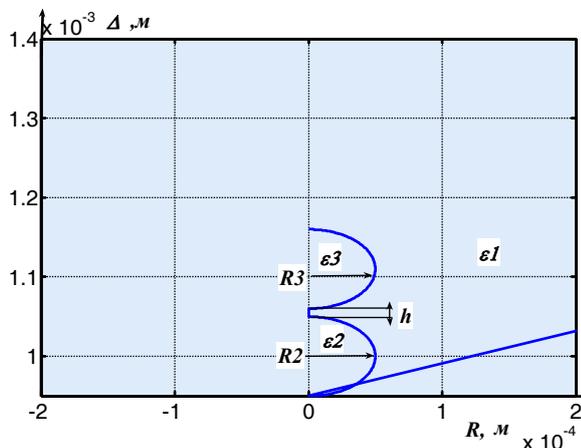


Рис. 2

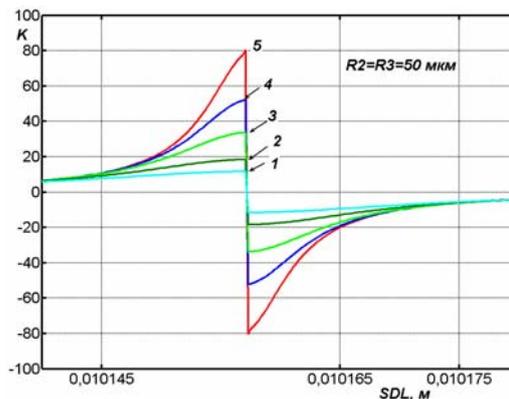
РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Расчеты выполнены для полиэтиленовой вулканизированной изоляции толщиной $\Delta_{in} = 3$ мм с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = 2,3$ на частоте 50 Гц. Радиус токопроводящей жилы равен 50 мм. Потенциал нижнего электрода (жилы) равен 6 кВ, верхнего (заземленного экрана) – 0 В. Среднее значение напряженности поля в толще изоляции без включений составляет 2 кВ/мм.

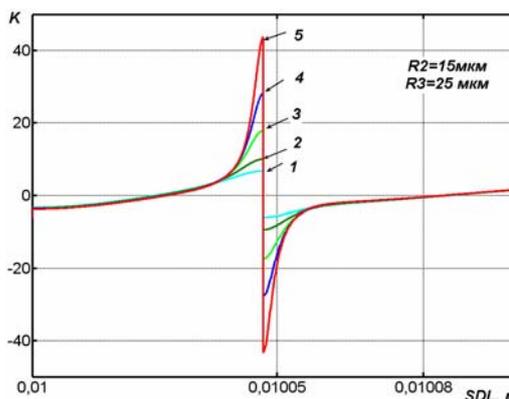
Развертки напряженности поля по поверхностям двух сферических включений – кластерам, заполненным водой ($\epsilon_2 = \epsilon_3 = 80$), при разных значениях расстояния h между ними приведены на рис. 3: кривая 1 – $h = 5$ мкм; кривая 2 – 2,5 мкм; кривая 3 – 1 мкм; кривая 4 – 0,5 мкм и кривая 5 – 0,25 мкм. На рис. 3,а представлены результаты для включений одинакового диаметра – 100 мкм, а на рис. 3,б – разного: 50 мкм (расположен ближе к жиле) и 30 мкм.

Коэффициент неоднородности напряженности поля при равных расстояниях между включениями больше, в среднем, в 1,5 раза для включений одинакового диаметра (сравни кривые рис. 3,а и рис. 3,б). При пропорциональном уменьшении расстояния между кластерами воды коэффициент неоднородности поля изменяется не пропорционально: причем, для меньших расстояний непропорциональность более выражена. Данные результаты расчета согласуются с результатами расчета, приведенными в [4, 8]: в случае включений большего включения неоднородность поля увеличивается.

Для повышения точности численных расчетов поля в малых изоляционных зазорах приходится увеличивать число узлов N_d на границах раздела диэлектрических сред. Так, на рис. 4 приведены результаты расчета при разном числе узлов между сферическими

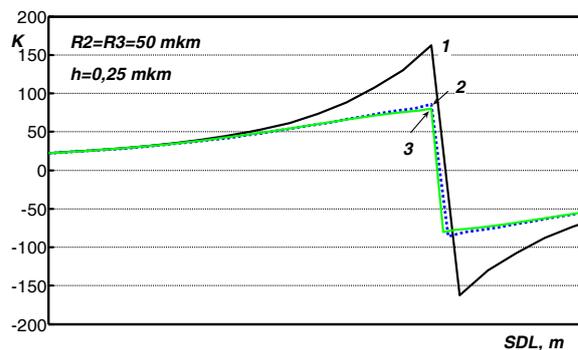


а

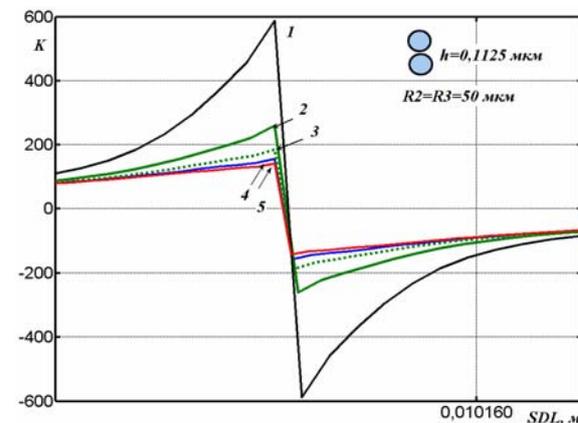


б

Рис. 3



а



б

Рис. 4

включениями одинакового диаметра 100 мкм. При зазоре 0,25 мкм (рис. 4,а) кривая 1 соответствует числу узлов $N_d = 600$, кривая 2 – $N_d = 1000$, кривая 3 –

$N_d = 1400$. При расстоянии 0,125 мкм (рис. 4,б) кривая 1 соответствует числу узлов $N_d = 1200$, кривая 2 – $N_d = 1400$, кривая 3 – $N_d = 1600$, кривая 4 – $N_d = 1800$, кривая 5 – $N_d = 2000$.

Анализ результатов расчета показывает, что разветки напряженности по образующим сферических включений – плавные линии, флуктуации решения (осцилляции) – отсутствуют, что является признаком устойчивости для СЛАУ большого порядка (1800 и выше).

Однако точность численных расчетов определяется числом узлов на границах раздела диэлектрических сред. Начиная с некоторого значения N_d , результаты расчета не меняются. Это значение можно считать оптимальным. Так, при зазоре 0,25 мкм, число узлов должно быть не менее 1400. При уменьшении расстояния между включениями в два раза число узлов должно быть не менее 1800. В противном случае погрешность расчета возрастает в 2 и 3,5 раза для зазоров 0,25 и 0,125 мкм соответственно. При недостаточном числе узлов расчеты дают существенно завышенные значения коэффициента неоднородности поля – проявляется резонанс численного решения в силу того, что расстояние между сферическими включениями оказывается одного порядка с элементарным участком разбиения образующей. В таком случае эффективным является также использование вспомогательных узлов [14]. При этом порядок СЛАУ не изменяется, но точнее вычисляются коэффициенты b_{ij} . Увеличение числа узлов на электродах не влияет на повышение точности расчета поля в малых изоляционных промежутках. Во всех случаях число узлов на электродах было принято равным 200.

ВЫВОДЫ

Проведена серия вычислительных экспериментов для расчета напряженности электростатического осесимметричного поля на основе решения интегральных уравнений Фредгольма в кусочно-однородной полиэтиленовой изоляции со сферическими включениями.

На основе проведенных исследований с применением разработанных программ выполнен анализ влияния числа узлов на границе раздела диэлектрических сред на точность численного решения и обоснован порядок разрешающей системы линейных алгебраических уравнений в области малых расстояний (менее $0,05R$) между сферическими микровключениями.

В области малых зазоров между сферическими кластерами воды в большей степени наблюдается искажение поля: уменьшение зазора в два раза (с 0,25 мкм до 0,125 мкм) привело к росту напряженности поля в 3 раза (сравни, кривые 3 и 5 на рис. 4,а и 4,б).

Анализ расчетов показывает, что изменение числа узлов на электродах (жиле и заземленном экране) не влияет на повышение точности вычислительного эксперимента. Порядок разрешающей системы линейных алгебраических уравнений определяется числом узлов на границах раздела диэлектрических сред. Оптимальное значение порядка разрешающей СЛАУ определяется для каждой расчетной модели индивидуально. В любом случае для повышения точности решения необходимо, чтобы расстояние h между сфе-

рическими включениями было больше элементарного участка образующей ΔL .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Техніка і електрофізика високих напруг / за ред. В.О. Бржезицького та В.М. Михайлова. Харків, Торнадо, 2005. – 930 с.
2. Беспрозванных А.В. Гигроскопическое увлажнение телефонного кабеля с полиэтиленовой оболочкой // *Электротехника і електромеханіка*. – 2005. – №4. – С. 40-44.
3. Кри С., Кьелквист Е., Шувалов М.Ю., Овсиенко В.Л., Колосков Д.В. Электрическая прочность и развитие водных трингов в образцах миниатюрных кабелей с изоляцией из сшитого полиэтилена с различным содержанием добавки, препятствующей развитию трингов // *Кабели и провода*. – 2011 – №6. – С. 3-7.
4. Щерба А.А., Перетятко Ю.В. Моделирование неоднородных электрических полей в высоковольтной твердой полимерной изоляции с гетерогенными микровключениями // *Вісник Національного університету "Львівська політехніка"*. – 2007. – №597. – С. 123-129.
5. Щерба А.А., Перетятко Ю.В., Золотарев В.М. Моделирование электрических полей и расчет объемов с критической напряженностью в полимерной изоляции высоковольтных кабелей и СИП // *Технічна електродинаміка*. – 2008. – №2. – С. 113-119.
6. Щерба А.А., Золотарев В.М., Перетятко Ю.В., Ершов С.Е., Скиба Б.А. Анализ закономерностей возмущения электрического поля в полимерной изоляции совокупностью близко расположенных водных и воздушный микровключений // *Технічна електродинаміка*. – 2009. – №3. – С. 64-67.
7. Шидловский А.К., Щерба А.А., Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н., Золотарев В.М. Математическая модель и методика численного расчета неоднородного электрического поля и нагрева полиэтиленовой изоляции высоковольтных силовых кабелей при возникновении дендритных микроканалов // *Технічна електродинаміка*. – 2006. – №4. – С. 116-120.
8. Щерба А.А., Щерба М.А. Моделирование и анализ электрического поля в диэлектрической среде, возмущенного проводящими микровключениями разных размеров и конфигураций // *Технічна електродинаміка*. – 2010. – №6. – С. 3-9.
9. Колечицкий Е.С. Численный метод расчета осесимметричных электростатических полей // *Электричество*. – 1972. – №7. – С. 57-61.
10. Тозони О.В. Метод вторичных источников в электротехнике. М.: Энергия, 1975. – 295 с.
11. Набока Б.Г. Расчеты электростатических полей в электроизоляционной технике: учебное пособие для студентов электроэнергетических специальностей. – К: ИСДО, 1995. – 120 с.
12. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1973.
13. Набока Б.Г., Беспрозванных А.В. Методические указания к решению задач оптимизации конструкций высоковольтных изоляционных промежутков по курсу "Расчет и конструирование изоляции". – Х., 1988. – 30 с.
14. Беспрозванных А.В. Сильное электрическое поле и частичные разряды в многожильных кабелях // *Технічна електродинаміка*. – 2010. – №1. – С. 23-29.

REFERENCES: 1. Brzhezyc'kyj V.O., Myhajlov V.M. *Tekhnika i elektrofizyka vysokokh napruh* [Technics and Electrophysics of High Voltages]. Kharkov, Tornado Publ., 2005. 930 p. 2. Bezprozvannykh G.V. Hygroscopic humidifying of a polyethylene-sheathed telephone cable. *Elektrotekhnika i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2005, no.4, pp. 40-44. 3. Kry S., K'elkvyst E., Shuvalov M.Yu., Ovsienko V.L., Koloskov D.V. Dielectric strength and development of water treeing in samples of miniature cables with XLPE insulation with different contents of additives, which prevents the development of treeing. *Kabeli i provoda – Cables and wires*, 2011, no.6, pp. 3-7. 4. Shherba A.A., Peretyatko Yu.V. Modeling of inhomogeneous

electric fields in the high solid polymeric insulation with heterogeneous microinclusions. *Visnyk Natsional'noho universytetu "Lviv's'ka politekhnika" – Bulletin of National University "Lviv Polytechnic"*, 2007, no.597, pp. 123-129. **5.** Shherba A.A., Peretyatko Yu.V., Zolotarev V.M. Simulation of electric fields and calculation of volumes with critical tension in polymer insulation high-voltage cables and SSIW. *Tekhnichna elektrodynamika – Technical electrodyamics*, 2008, no.2, pp. 113-119. **6.** Shherba A.A., Zolotarev V.M., Peretyatko Yu.V. Analysis of the regularity of the perturbation of the electric field in polymeric insulation by the set of closely spaced water and air microinclusions. *Tekhnichna elektrodynamika – Technical electrodyamics*, 2009, no.3, pp. 64-67. **7.** Shydlovskij A.K., Shherba A.A., Podol'cev A.D., Kucheryavaya Y.N., Zolotarev V.M. Mathematical model and method of the numerical calculation of non-uniform electric field and of the heating polyethylene insulation of high-voltage power cables in the event of dendritic microchannels. *Tekhnichna elektrodynamika – Technical electrodyamics*. 2006, no.4, pp. 116-120. **8.** Shherba A.A., Shherba M.A. Modeling and analysis of electric field in a dielectric medium, perturbed conductive microinclusions different sizes and configurations. *Tekhnichna elektrodynamika – Technical electrodyamics*, 2010, no.6, pp. 3-9. **9.** Kolechitsky E.S. Numerical method to calculate axisymmetric electrostatic fields. *Elektrichestvo – Electricity*, 1972, no.7, pp. 57-61. **10.** Tozoni O.V. *Metod vtorichnykh istochnikov v elektrotekhnike* [Method of secondary sources in electrical engineering]. Moscow, Energy Publ., 1975. 295 p. **11.** Naboka B.G. *Raschety elektrostaticheskikh polei v elektroizolatsionnoi tekhnike: uchebnoe posobie dlia studentov elektroenergeticheskikh spetsial'nostei* [Settlements electrostatic fields in the insulating technique: a textbook for students of electric power specialties]. Kiev, IEDL Publ., 1995. 120 p. **12.** Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlia nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* [Mathematical handbook for scientists and engineers]. Moscow, Nauka Publ., 1973. **13.** Naboka B.G., Bezprozvannykh A.V. *Metodicheskie ukazaniia k resheniiu zadach optimizatsii konstruksii vysokovol'tnykh izoliatsionnykh promezhutkov po kursu "Raschet i konstruirovaniie izoliatsii"* [Methodical instructions to solving structural optimization of high insulation spaces on the course "Calculation and design of isolation"]. Kharkov, 1988. 30 pp. **14.** Bezprozvannykh A.V. Strong electric field and partial discharges in multi-core cables. *Tekhnichna elektrodynamika – Technical electrodyamics*, 2010, no.1, pp. 23-29.

Посмунула (received) 14.07.2014

*Безпрозванных Анна Викторовна¹, д.т.н., проф., Кессаев Александр Геннадиевич¹, аспирант,
¹Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21, тел/phone +38 057 7076010, e-mail: bezprozvannykh@kpi.kharkov.ua*

A.V. Bezprozvannykh¹, A.G. Kyessaev¹
¹National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute" 21, Frunze Str., Kharkiv, 61002, Ukraine

Computing experiments for calculation of electrostatic axisymmetric field in piecewise-homogeneous insulation with spherical inclusions.

Calculations of electrostatic axisymmetric field are made with application of solution to Fredholm integral equation of the first and the second kinds in a piecewise homogeneous isotropic linear polymeric insulation. On the basis of numerical experiments via a Matlab-based program, influence of the number of nodes on the numerical solution accuracy is analysed and the order of the resolving system of linear algebraic equations within small distances between spherical inclusions is validated. **Key words – electrostatic axisymmetric field, computing experiment, spherical inclusions, linear algebraic equations, numerical solution accuracy.**