

## РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ТОНКУЮ ФЕРРОМАГНИТНУЮ ПЛАСТИНУ В ПРОЦЕССЕ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОЙ ОБРАБОТКИ

У статті розглянуто розрахунок електромагнітних сил, діючих на тонку ферромагнітну пластину у процесі магнітно-імпульсної обробки. Наведені якісні та кількісні характеристики.

В статті розсмотрены силы, действующие на тонкую ферромагнитную пластину в процессе магнитно-импульсной обработки. Приведены качественные и количественные характеристики.

Как правило, процессы магнитно-импульсной обработки материала связывают с расчетом электромагнитных сил, действующих на проводящий неферромагнитный материал. Однако более интересным и сложным с научной точки зрения является расчет электромагнитных сил, действующих на проводящий ферромагнетик. Этот вопрос был частично рассмотрен в [3], где при расчетах принят ряд допущений:

- магнитная проницаемость постоянна;
- ток в индукторе синусоидален (частота процесса  $\omega$ );
- значение тока индуктора задается, хотя эта величина сама является искомой;
- индуктор и заготовка расположены в воздухе и расчетная схема не допускает использование ферромагнитного магнитопровода.

Все вышеупомянутые допущения в совокупности со сложностью формул, полученных операторным методом, усложняют практическое использование полученных результатов.

**Цель настоящей статьи** – разработка и апробация математической модели расчета электромагнитных сил, действующих на тонкую ферромагнитную пластину на основании численного решения уравнений Максвелла.

Допущения, принимаемые в расчетах:

- рассматривается плоская задача (векторный магнитный потенциал направлен по оси  $z$ );
- движение ферромагнетика и деформации в данной задаче не рассматриваются.

Расчетные параметры:

- индуктор состоит из шихтованного магнитопровода с катушкой, намотанной медной лентой толщиной 0,1 мм;
- питание катушки происходит от накопительного электролитического конденсатора;
- разряд аперриодический;
- магнитные свойства ферромагнетика заданы основной кривой намагничивания;
- катушка представляет собой сплошной "плохой" проводник с равномерно распределенной плотностью тока.

На рис. 1 показан общий вид расчетной системы.

### Математическая модель.

Математическая модель представляет собой систему уравнений электромагнитного поля, записанную относительно векторного магнитного потенциала и уравнения электрической цепи.

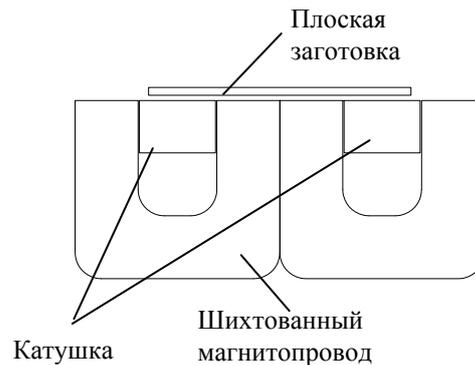


Рис. 1. Вид рассчитываемой системы

### 1. Магнитопровод:

$$\sigma_m \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \nabla \times \left( \frac{1}{\mu_r} \cdot \nabla \times \vec{A} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_m$  – эквивалентная проводимость шихтованного магнитопровода, определяемая по тепловым потерям;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума;  $\mu_r = \mu_r(|B|)$  – относительная магнитная проницаемость;  $\vec{A}$  – векторный магнитный потенциал.

### 2. Окружающая среда:

$$\frac{1}{\mu_0} \cdot \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = 0, \quad (2)$$

### 3. Катушка:

$$\sigma \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{1}{\mu_0} \cdot \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \frac{i \cdot w}{S}, \quad (3)$$

где  $i$  – ток катушки;  $S$  – площадь сечения катушки;  $w$  – число витков.

### 4. Уравнение электрической цепи:

$$U + E = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}, \quad (4)$$

где  $U$  – напряжение, приложенное к катушке;  $E$  – противо-ЭДС катушки;  $R$  – активное сопротивление разрядной цепи;  $L$  – суммарная индуктивность внешней разрядной цепи.

Напряжение на конденсаторе определялось формулой:

$$U = \begin{cases} U_{c0} - \frac{1}{C} \cdot \int_t i \cdot dt, & U \geq 0 \\ 0, & U < 0 \end{cases}, \quad (5)$$

где  $U_{c0}$  – начальное напряжение;  $C$  – емкость.

Противо-ЭДС определялась на основании [1]:

$$E = -\frac{w}{S} \iint_V \frac{d(\vec{A})_l}{dt} \cdot dV, \quad (6)$$

где  $(\vec{A})_l$  – проекция векторного потенциала на направление обхода контура.

#### Определения электромагнитных сил.

Известно [2], что сила, действующая на немагнитный проводящий материал, может быть определена по формуле:

$$\vec{Q} = \int_V (\vec{j} \times \vec{B}) \cdot dV, \quad (7)$$

где  $Q$  – сила;  $j$  – плотность тока;  $B$  – магнитная индукция;  $V$  – объем.

В случае магнетика, выражение (7) должно быть дополнено [2]:

$$\vec{Q} = \int_V \left( (\vec{j} \times \vec{B}) + \frac{\mu_r - 1}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \nabla \cdot (B^2) \right) \cdot dV. \quad (8)$$

Интерес представляет каждое из слагаемых в (8), так как их действие противоположно. Однако вычисление второго слагаемого силы может вносить существенную погрешность в вычислительный процесс (особенно при значительном насыщении заготовки). Поэтому для вычисления этого слагаемого можно воспользоваться положением, что сила, определяемая при помощи тензора Максвелла, представляет собой суммарную силу [2].

Эта сила определяется:

$$\vec{Q} = \frac{1}{2} \cdot \int_F (\vec{H} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{n}) + \vec{B} \cdot (\vec{H} \cdot \vec{n}) - (\vec{H} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{n}) \cdot dF, \quad (9)$$

где  $\vec{H}$  – напряженность поля;  $\vec{n}$  – вектор внешней нормали;  $F$  – поверхность интегрирования.

В этом случае, сила притяжения заготовки к индуктору определяется:

$$\vec{Q}_m = Q - Q_l, \quad (10)$$

где

$$\vec{Q}_m = \int_V \left( \frac{\mu_r - 1}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \nabla \cdot (B^2) \right) \cdot dV;$$

$$\vec{Q}_l = \int_V (\vec{j} \times \vec{B}) \cdot dV;$$

$$\vec{Q} = \frac{1}{2} \cdot \int_A (\vec{H} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{n}) + \vec{B} \cdot (\vec{H} \cdot \vec{n}) - (\vec{H} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{n}) \cdot dA.$$

#### Исходные параметры.

Для всех рассматриваемых вариантов были выбраны следующие данные:

- проводимость пластины –  $1,12 \cdot 10^7$  См/м;
- толщина пластины – 1,5 мм;
- число витков катушки – 46;
- начальное напряжение на конденсаторе – 270 В;
- емкость – 660 мкФ;
- сопротивление разрядной цепи – 0,09 Ом;
- внешняя индуктивность рассеяния –  $1 \cdot 10^{-7}$  Гн.

В случае расчета для ферромагнетика, материал для магнитопровода и пластины задавался основной кривой намагничивания (рис. 2) с интерполяционным продолжением при выходе индукции за границы табличных значений.

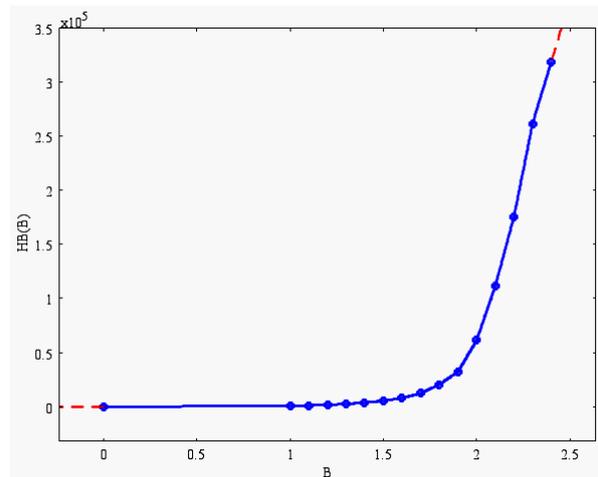


Рис. 2. Кривая намагничивания ферромагнетика

Эквивалентное сопротивление шихтованного магнитопровода определялось приближенно, исходя из удельных потерь на переменном токе.

Расчет проводился для трех вариантов:

1. Неферромагнитная пластина расположена над ферромагнитным магнитопроводом с катушкой.
2. Ферромагнитная пластина расположена над катушкой без ферромагнитного магнитопровода.
3. Ферромагнитная пластина расположена над ферромагнитным магнитопроводом с катушкой.

#### 1. Неферромагнитная пластина расположена над ферромагнитным магнитопроводом с катушкой.

Очевидно, что в этом случае силы, рассчитанные по тензору Максвелла и формуле Лоренца должны совпадать (сила магнитного притяжения равна нулю). Это и отражено на рис. 3.

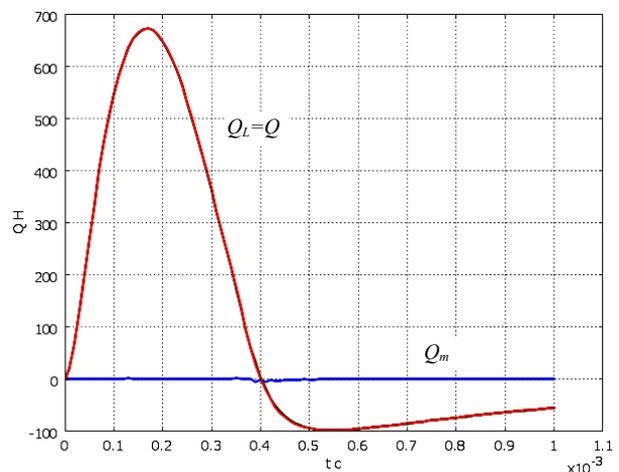


Рис. 3. Значение сил, действующих на пластину

Как следует из рис. 3, по мере уменьшения скорости нарастания, а затем и спада тока в катушке, значения которого показаны на рис. 4, сила уменьшается и меняет знак.

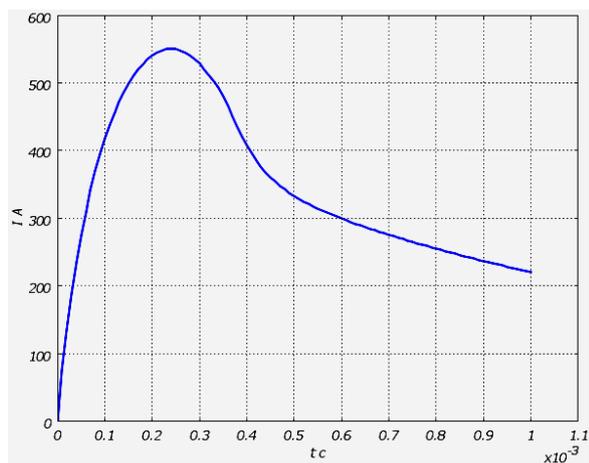


Рис. 4. Ток катушки

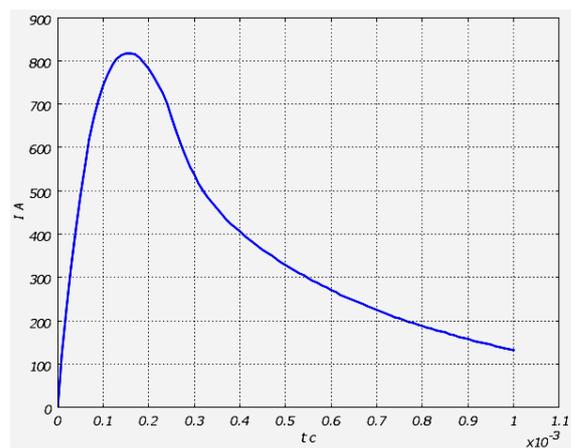


Рис. 6. Значение тока катушки

## 2. Ферромагнитная пластина расположена над катушкой без ферромагнитного магнитопровода.

В данном случае электромагнитная сила, действующая на пластину, определяется двумя составляющими (8). Значения сил показаны на рис. 5.

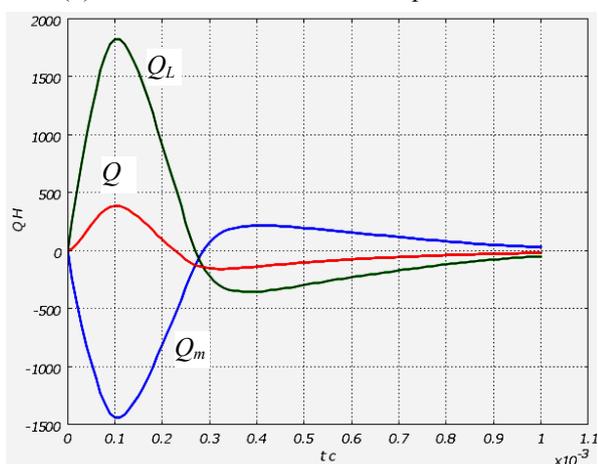


Рис. 5. Значения электромагнитных сил, действующих на ферромагнитную пластину (индуктор без ферромагнитного сердечника)

Из рис. 5 следует, что силы Лоренца и силы электромагнитного притяжения значительны, но при этом они частично компенсируют друг друга. При данных параметрах разрядного контура силы отталкивания являются преобладающими в начальные моменты времени. Причем, магнитная сила так же меняет знак, что можно объяснить изменением направления индуцированного тока и, следовательно, направлением индукции.

На рис. 6 показано значение тока катушки.

Большие амплитудные значения тока и большая скорость его нарастания определяется меньшим эквивалентным значением индуктивности разрядного контура по сравнению с предыдущим расчетом.

## 3. Ферромагнитная пластина расположена над ферромагнитным магнитопроводом с катушкой.

Значения сил показаны на рис. 7.

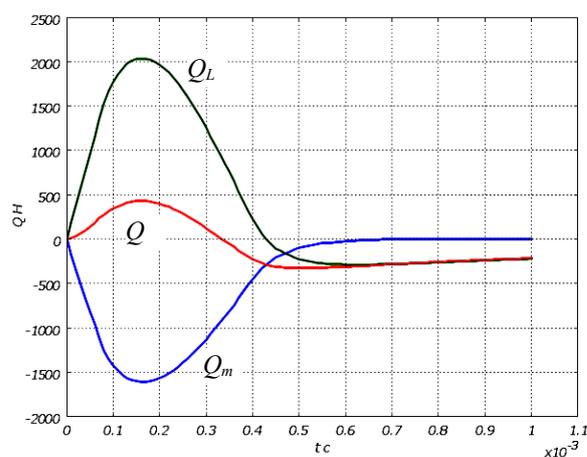


Рис. 7. Значения электромагнитных сил, действующих на ферромагнитную пластину (индуктор с ферромагнитным сердечником)

Из рис. 7 следует, что сила и длительность ее воздействия на заготовку несколько больше, чем в предыдущем случае.

Ток катушки показан на рис. 8.

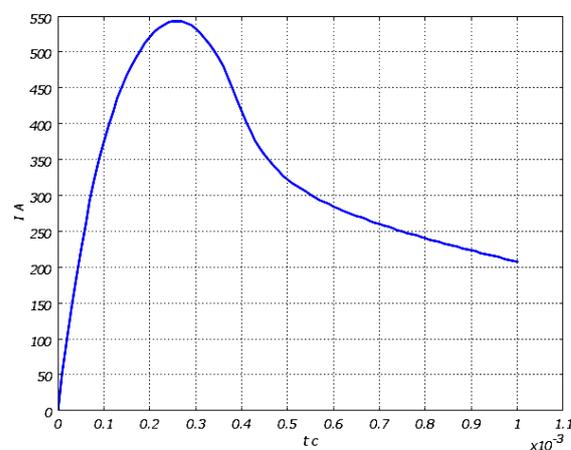


Рис. 8. Значение тока катушки

Так как последний случай представляет наибольший практический интерес, то рассмотрим его более подробно.

На рис. 9 показаны распределения магнитной индукции в пластине в различные моменты времени.

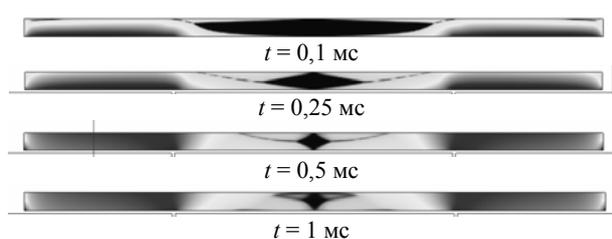


Рис. 9. Распределение магнитной индукции по толщине пластины в различные моменты времени

Из рис. 9 следует, что значения индукции достигают значений индукции насыщения по краям пластины уже за время 0,1 мс (минимум индукции в центре пластины). Тем не менее, неравномерность индукции по толщине пластины в той или иной степени сохраняется. Для изменения направления суммарной силы необходимо уменьшить скорость нарастания тока в катушке увеличив (как пример) внешнюю индуктивность до значения  $5 \cdot 10^{-4}$  Гн. На рис. 10 показаны значения электромагнитных сил, на рис. 11 – значения тока.

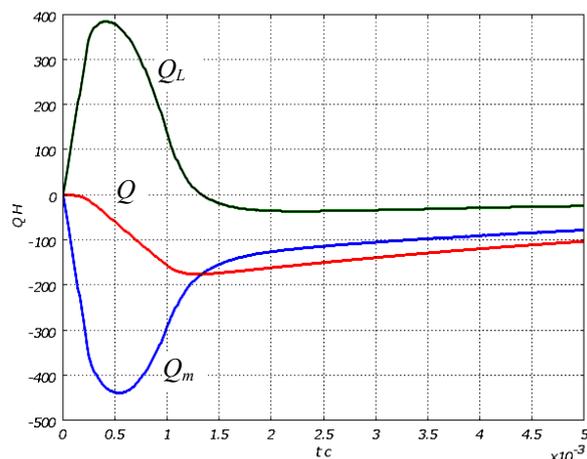


Рис. 10. Направление электромагнитных сил при увеличении индуктивности разрядного контура

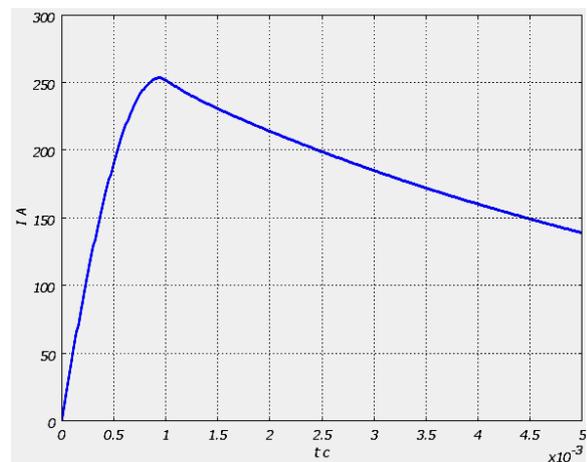


Рис. 11. Ток разрядного контура при увеличенной внешней индуктивности

## Выводы.

Предложенная математическая модель может успешно применяться для расчета сил, действующих на ферромагнетик.

Значения и направления сил существенно зависят от параметров разрядного контура.

Ферромагнитный шихтованный магнитопровод увеличивает значения силы, действующей на заготовку, более чем на 30 % по сравнению с нешихтованным.

Соотношение сил отталкивания и притяжения существенно зависит от проводимости обрабатываемого материала.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клименко Б.В. Форсированные электромагнитные системы. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 160 с.
2. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Государственное издательство научно-технической литературы, 1954. – 620 с.
3. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В., Щиголева С.А. Направление сил, действующих на листовой ферромагнетик, в зависимости от временных характеристик при МИОМ // Электротехника і електромеханіка. – 2011. – №3. – С. 56-61.

**REFERENCES:** 1. Klymenko B.V. *Forsirovannyye elektromagnitnyye sistemy* [Forced electromagnetic systems]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1989. 160 p. 2. Tamm I.E. *Osnovy teorii elektrichestva* [Fundamentals of electricity theory]. Moscow, State scientific-and-technical literature Publ., 1954. 620 p. 3. Batygin Yu.V., Gnatov A.V., Schigoleva S.A. Direction of force action on sheet ferromagnetic as function of time characteristics under electromagnetic forming. *Elektrotekhnik i elektromekhanika – Electrical engineering & electromechanics*, 2011, no.3, pp. 56-61.

Поступила (received) 10.04.2014

Байда Евгений Иванович, к.т.н., доц.,  
Национальный технический университет  
"Харьковский политехнический институт",  
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21,  
тел/phone +38 057 7076976, e-mail: baida\_kpi@i.ua

E.I. Baida  
National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"  
21, Frunze Str., Kharkiv, 61002, Ukraine

### Calculations of electromagnetic forces acting on a thin ferromagnetic plate during magnetic-pulse treatment.

The article describes forces acting on a thin ferromagnetic plate under magnetic-pulse treatment. Qualitative and quantitative characteristics are given.

**Key words** – ferromagnetic plate, Lorentz force, magnetic pulse treatment.