УДК 621.313.3.045

В.Г. Дёгтев

# ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДРОБНЫХ ОБМОТОК

***Наведені результати досліджень властивостей поєднаній множини обмоток, яка містить багатофазні обмотки з цілими та дрібними числами пазів на полюс й фазу. Розроблений алгоритм розрахунку коефіцієнтів розподілу обмоток вказаній множини за гармоніками довільних порядків. Визначене аналітичне співвідношення, що дозволяє визначити структуру поєднаної множини обмоток у вигляді сукупності гомологічних кіл.***

***Проведены результаты исследования свойств многофазных обмоток объединенного множества включающего в себя обмотки с целыми и дробными числами пазов на полюс и фазу. Предложены алгоритм расчета коэффициентов распределения обмоток указанного множества по гармоникам произвольных порядков. Определено аналитическое соотношение соответствия гармонических составов обмоток, позволяющие представить структуру объединенного множества в виде совокупности гомологических цепочек.***

Под дробными принято понимать такие обмотки, у которых число пазов $Z$ на полюс $p$ и фазу $m$ не равно целому числу. Таким образом

$$q = \frac{Z}{k_z mp} = \frac{Q}{d},$$

где $Q=Z/(k_z m)$, $m$ – число пазов на фазную зону, $d$ – знаменатель дробности, $k_z$ – коэффициент, равный 1 для $m$-зонных и 2 для $2m$-зонных обмоток.

Следует различать классические дробные обмотки, характеризующиеся максимально возможным коэффициентом распределения $k_{Dp}$ по рабочей гармонике $\nu=p$, и нетрадиционные их модификации, характеризующиеся меньшими величинами $k_{Dp}$ при заданном числе $q$.

Формирование классических дробных обмоток выполняется с применением одного из алгоритмов. Первый из них основан на определении шага $R$ обхода активных катушечных сторон (АКС) одной из фаз [1], обеспечивающего смещение соответствующих полярных векторов ЭДС (МДС) в масштабе рабочей гармоники на угол минимального сдвига. Второй алгоритм предусматривает построение повторяющейся части числового ряда обмотки и соответствующее чередование катушечных групп [2]. Любые отклонения от результатов применения указанных алгоритмов приводят к получению нетрадиционных дробных обмоток, которые в настоящей статье не рассматриваются.

Важно также отметить, что при заданных числе фаз $m$ и коэффициентt $k_z$ множество $\boldsymbol{W}_{\mathbf{1mkz}}$ обмоток с целыми числами пазов на полюс и фазу является подмножеством обобщенного множества $\boldsymbol{W}_{\mathbf{dmkz}}$ классических дробных обмоток

$$W_{1\text{mkz}} \subset W_{\text{dmkz}}.$$

При этом для множества $\boldsymbol{M}_{\mathbf{1mkz}}$ известно и широко используется аналитическое выражение

$$k_{D\nu} = \frac{\sin\left(\dfrac{\pi\nu}{mk_z}\right)}{q\sin\left(\dfrac{\pi\nu}{mk_z q}\right)}, \qquad (1)$$

где $\nu$ – относительный порядок гармоники.

Классические дробные обмотки до настоящего времени находят достаточно широкое применение в различных типах промышленно выпускаемых электрических машинах. Диапазон изменения параметров $Q$ и $d$ таких обмоток в указанных машинах достаточно велик. Поэтому эффективность выполнения гармонического анализа МДС (ЭДС) во многом зависит от того, какой алгоритм используется при расчете коэффициентов распределения $k_{D\nu}$ по гармоникам произвольных порядков $\nu$. Однако до настоящего времени обобщенного выражения, подобного (1), для обмоток множества $\boldsymbol{W}_{\mathbf{dmkz}}$ не создано.

Попытка решить эту задачу аналитически была предпринята еще Р. Рихтером [1]. В результате были предложены два расчетных выражения, позволяющие рассчитывать коэффициенты $k_{D\nu}$ в зависимости от четности или нечетности знаменателя дробности. Однако ни полученные Р. Рихтером результаты, ни указанный аналитический подход в последующем должного развития и практического применения не получили.

Так, в одной из самых авторитетных современных монографий по теории обмоток вопросам методики расчета коэффициента $k_{D\nu}$ посвящено более 30 страниц текста [3, подразделы 5.4-5.7]. Указанная методика характеризуется повышенной трудоемкостью, т.к. требует построения полярных векторных диаграмм МДС (ЭДС) дробных обмоток по каждой из анализируемых гармоник. Своеобразным признанием повышенной трудоемкости указанного подхода являются и таблицы величин коэффициентов $k_{D\nu}$, приведенные в приложении 15 и содержащие данные значения только для рабочих гармоник и для гармоник низшего порядка.

Конечно же, саму идею создания табличного банка данных, неполного и по содержанию, и по области применения трудно признать соответствующей уровню современных требований, а содержание таблиц не обеспечивает полноту гармонического анализа.

Задачей настоящей статьи является анализ причин создавшейся ситуации и разработка обобщенных методов расчета коэффициентов $k_{D\nu}$, классических дробных обмоток $\boldsymbol{W}_{\mathbf{1mkz}}$ и обеспечивающих их универсальность и простоту программной реализации.

Для решения указанной задачи следует использовать способ построения симметричных дробных обмоток, предложенный Р. Рихтером. Способ основан на формировании числовых последовательностей $P_Q$ номеров пазов, в которых размещены АКС одной из фаз. Последовательность $P_Q$ представляет собой арифметическую прогрессию, выполненную с шагом $R$

$$R = \frac{mQn \pm 1}{d}, \qquad (2)$$

где $n$ – такое натуральное число, при котором $R$ – целое число.

Это обеспечивает смещение соответствующих указанным АКС векторов на диаграммах МДС (ЭДС) в масштабе рабочих гармоник ($p=d$) на угол $\alpha_Z$ минимального сдвига в магнитном поле и, следовательно, максимально возможное значение коэффициента $k_{Dp}$.

© В.Г. Дёгтев

Указанный подход может использоваться как для построения дробных обмоток, так и для исследования их свойств. Как способ формирования дробных обмоток он широкого распространения не получил, т. к. по трудоемкости значительно уступает способу [2], основанному на построении числового ряда обмотки и отличающегося простотой и эффективностью.

Но при анализе свойств обмоток идея Р. Рихтера может быть использована очень продуктивно по следующим причинам. Во-первых, последовательности $P_Q$ определяют положение минимального числа ($Q$) полярных векторов, позволяющих определить коэффициент $k_{D\nu}$ на диаграммах в масштабе гармоник произвольных порядков. Во-вторых, на любой из этих диаграмм угловое смещение каждого вектора относительно соседнего одинаково.

Именно такой подход был применен автором при выводе формул расчета коэффициентов распределения дробных обмоток $k_{D\nu}$, хотя единого выражения так и не было получено. Одной из главных причин этого является выбор в качестве объекта исследования **периода** [4]. Достаточно распространенными аналогами этого понятия являются **элементарная обмотка** [3] и **повторяющаяся часть** обмотки [2].

Применительно к параметрам объединенного множества $\boldsymbol{W_{dmkz}}$ определим **период как *обмотку с заданным числом пазов на полюс и фазу q, выполненную в минимальном числе пазов.***

Однако в дробных 2$m$-зонных обмотках с четными и нечетными знаменателями дробности $d$ при одном и том же значении $Q$ периоды различны.

При этом они отличаются, как размером (периоды таких обмоток при четных $d$ занимают вдвое меньшее число пазов), так и плотностью гармонического спектра. Действительно, если на периоде 2$m$-зонных обмоток с четными знаменателями $d$ порядки ν ненулевых гармоник ЭДС определяются выражением

$$\nu=1, 2, 3, 4, \ldots,$$

т.е. содержат как четные, так и нечетные гармоники, то при нечетных знаменателях $d$ отсутствуют все гармоники четных порядков

$$\nu=1, 3, 5, 7, \ldots$$

Очевидно, что в этих условиях обобщенное выражение расчета коэффициентов распределения $k_{D\nu}$ и не могло быть получено.

Выходом из создавшейся ситуации может послужить выбор новой базы для поиска необходимой обобщенной формулы.

Такой базой, **общей** в пределах объединенного множества $\boldsymbol{W_{dmkz}}$ многофазных дробных обмоток, может служить ***основная обмотка***, под которой **условимся понимать *обмотку, число полюсов p которой равно знаменателю дробности d, выполненную в минимальном числе пазов $Z_0$=$k_z$mQ.***

Кроме того, следует внести ясность в сущность и порядок применения понятий: абсолютный ν′ и относительный ν порядки гармоник.

Понятие ***относительного*** ν порядка введено в практику при переходе от периода обмоток множества $\boldsymbol{W_{1mkz}}$ к многополюсным их модификациям, образованным повторением ***периода*** $T$ раз [4, 5]. Поскольку периоды указанных обмоток всегда двухполюсные ($p$=1), то число пар полюсов оказывается равным числу повторений: $p=T$. Смысл этого понятия заключается в том, что оно используется в качестве **расчетного значения** в выражении (1). Поэтому результаты, полученные в процессе исследования свойств обмоток на периоде, справедливы и для обмотки, состоящей из $p$ повторяющихся периодов. Это позволяет любые характеристики, полученные на периоде обмотки, использовать применительно к многополюсной обмотке. Например, при переходе к $p$-полюсной обмотке достаточно только учесть, что значения коэффициентов $k_{D\nu}$ по (1) соответствуют уже ***абсолютным*** порядкам ν′, определяемым по выражению

$$\nu' = \nu p = \nu T.$$

Таким образом, для обмоток множества $\boldsymbol{W_{1mkz}}$ относительный порядок гармоник адекватно определяется как по значению рабочей гармоники ν=$p$, так и по числу повторений $T$ периодов

$$\nu = \nu'/p = \nu'/T.$$

Но уже в случае дробных обмоток числа периодов $T$ и полюсов $p$=$d$ обмотки не совпадают. Тем не менее, широкое распространение получила практика определения относительных порядков дробных обмоток по формуле

$$\nu = \nu'/p.$$

В этом случае некоторые из относительных порядков ν выражаются дробными числами. Дробные порядки не только противоречат самому смыслу понятия гармонических составляющих, но и не могут быть эффективно использованы в качестве расчетных значений при определении обмоточных коэффициентов и их составляющих. В силу этого, понятие дробных порядков целесообразно вообще исключить из рассмотрения.

Условимся под **относительным порядком ν гармоники** всюду далее понимать **абсолютные порядки основных обмоток**, а для производных обмоток, получаемых повторением основных, определять эти значения по выражению

$$\nu = \nu'/T,$$

где $T$ – число повторений основной обмотки.

Заметим, что при четных знаменателях $d$ производные 2$m$-зонные ($k_z$=2) обмотки могут быть выполнены в нечетном числе пазов $Z$. В этом случае число повторений $T$ будет выражаться дробным числом со знаменателем $d$=2. Но опасаться этого не следует, поскольку основная обмотка в этом случае содержит в своем спектре только гармоники четных порядков, то абсолютные порядки ν′ гармоник таких обмоток всегда будут выражаться в виде целых чисел.

Прежде чем перейти к выводу обобщенного выражения расчета $k_{D\nu}$, в пределах основных обмоток, необходимо скорректировать исходное выражение (2).

Дело в том, что рядам $P_Q$ 2$m$-зонных дробных обмоток с нечетными $d$, полученным по (2), могут соответствовать чередования как согласно (при четных значениях $n$), так и встречно (при нечетных $n$) включаемых АКС. В таких же обмотках при четных знаменателях $d$ шаг $R$ может быть целым числом только при нечетных $n$. Для $m$-фазных обмоток последовательность $P_Q$ отображает распределение только согласно включаемых АКС.

С учетом этих особенностей и того обстоятельства, что знаки плюс или минус в (2) указывают просто направление отсчета углов, условимся далее использовать указанное выражение в виде

$$R = \frac{mQn_1 - 1}{d}, \qquad (2')$$

где $n_1$ – такое **нечетное** натуральное число, при котором $R$ – целое число.

Тогда на векторной диаграмме в масштабе произвольной ν-ой гармоники угол сдвига $\Theta_{\Delta k}$ между единичными векторами, соответствующими соседним АКС, составит

$$\Theta_\nu = \alpha_\nu R + \frac{2\pi}{k_z} = \alpha_Z R\nu + \frac{2\pi}{k_z} = \frac{2\pi\nu}{k_z mQ} + \frac{2\pi}{k_z}.$$

Это позволяет получить обобщенное выражение расчета коэффициента $k_{D\nu 0}$ дробных обмоток одним из двух известных способов. В простейшем случае вывод осуществляется заменой угла $\alpha_\nu=2\pi\nu/(mk_Z Q)$ в известной формуле (1) для обмоток с целым числом пазов на полюс и фазу значением $\Theta_\nu$

$$k_{D\nu} = \frac{\sin\left(\dfrac{\pi\nu}{mk_z}\right)}{Q\sin\left(\dfrac{\pi\nu}{mk_z Q}\right)} = \frac{\sin\left(\dfrac{\pi\nu R}{mk_z} + \dfrac{\pi Q}{k_z}\right)}{Q\sin\left(\dfrac{\pi\nu R}{mk_z Q} + \dfrac{\pi}{k_z}\right)}. \qquad (3)$$

Полученное таким образом выражение в большинстве случаев вполне применимо на практике, если задачей гармонического анализа является определение абсолютных значений коэффициентов распределения $k_{D\nu 0}$. Однако, в некоторых случаях, пренебрежение знаками этого коэффициента может привести к неверным результатам. Так, использование (3) недопустимо, например, при определении формы выходного напряжения на выходе генератора, т. к. изменению знака при $k_{D\nu 0}$ приводит к изменению фазы соответствующей гармоники $\nu_0$ на взаимно инверсную.

Второй способ заключается в том, что полярные векторы МДС (ЭДС) одной из фаз на диаграмме в масштабе гармоники порядка $\nu_0$ располагаются симметрично относительно оси, что позволяет определить результат их геометрического сложения, как сумму проекций указанных векторов на эту ось. В этом случае изменения направления результирующего вектора автоматически вызывает смену знака при искомом коэффициенте $k_{D\nu 0}$.

Опуская здесь вывод формулы этим способом, отметим, что полученный результат будет отличаться от (3) дополнительным множителем $M_{\nu 0}$, принимающим значения "+1", "–1" и "0" и выполняющим роль корректора знака

$$M_\nu = \cos\left[\frac{\pi(Q-1)}{k_z}(1-\nu)\right].$$

Следует отметить, что формулы (1) и (3) приводят к ненулевым значениям коэффициентов $k_{D\nu}$ при любых целых порядках гармонических. Поэтому, в строгом смысле, они справедливы только в отношении *m*-зонных основных обмоток, т. к. в спектрах гармонических МДС (ЭДС) таких обмоток содержатся как четные, так и нечетные гармоники

$$\nu_0=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,\ldots$$

Порядки бесконечного ряда гармоник подразделим на диапазоны

$$1 + k_z mQ\cdot(n_2 - 1) \le \nu \le k_z mQ\cdot n_2,$$

где $n_2$=1, 2, 3, 4,… – порядок диапазона.

Максимальное число $N_Z$ гармоник, которым соответствуют ненулевые значения коэффициентов $k_{D\nu 0}$, в пределах любого диапазоны определяется по выражению

$$2N_Z = 2mQ/k_z.$$

На практике задача гармонического анализа обмоток сводится к определению $N_Z$ коэффициентов $k_{D\nu 0}$ в половине первого диапазона, т. к. для любых других порядков используется свойство периодичности обмоточных коэффициентов.

При нечетных значениях *Q* закон периодичности предстает в виде (здесь и далее $\nu_0$ – порядок гармоники первого диапазона основной обмотки)

$$k_{D(k_z mQ\cdot n_2 \pm \nu_0)} = k_{D\nu_0}, \qquad (4)$$

а при четных *Q*

$$k_{D(2k_z mQ\cdot n_2 \pm \nu_0)} = k_{D\nu_0}. \qquad (5)$$

Для абсолютных значений $k_{D\nu}$ правило периодичности имеет вид

$$\left|k_{D(k_z mQ\cdot n_2 \pm \nu_0)}\right| = \left|k_{D\nu_0}\right|.$$

Особенности закона периодичности коэффициентов распределения в зависимости от четности или нечетности числа *Q* наглядно иллюстрируются графиками зависимостей $k_{D\nu 0}=f(\nu_0)$, приведенными на рис. 1.

На рис. 1,а приведен график типичной зависимости $k_{D\nu}=f(\nu_0)$ для обмоток с нечетными значениями *Q*, характеризующийся сохранением значений и знаков коэффициентов $k_{D\nu}$ относительно плоскости зеркальной симметрии *mm* в соответствие с (4).

При четных значениях *Q*, как это следует из рис. 2,б типичная зависимость $k_{D\nu}=f(\nu_0)$ характеризуется наличием центра симметрии *C*, располагающегося на горизонтальной оси по середине каждого диапазона и вызывающих инверсию знаков коэффициентов $k_{D\nu}$. Здесь плоскость зеркальной симметрии *mm* кривой $k_{D\nu}=f(\nu_0)$ возникает только на границах диапазонов, что объясняет появление множителя 2 в индексе формулы (5).

Для автоматического обнуления отсутствующих гармоник 2*m*-зонных обмоток в формулы (1) и (3) следует ввести добавочные множители $M_1$ *и* $M_3$ соответственно:

$$M_1 = \left|\sin\left[\frac{\pi\nu_0}{2}\right]\right|,$$

$$M_3 = \left|\sin\left[\frac{\pi(\nu_0 + d + 1)}{2}\right]\right|.$$

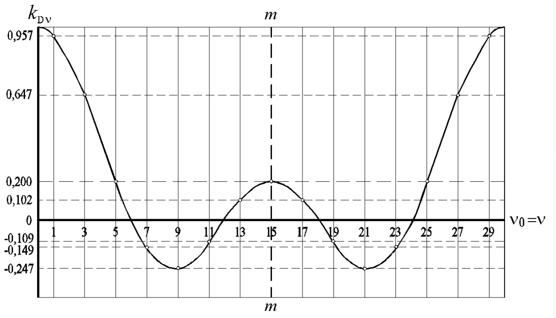
Тогда получим:

$$k_{D\nu} = \frac{\sin\left(\dfrac{\pi\nu}{mk_z}\right)\cdot M_1}{q\sin\left(\dfrac{\pi\nu}{mk_z q}\right)}, \qquad (1')$$

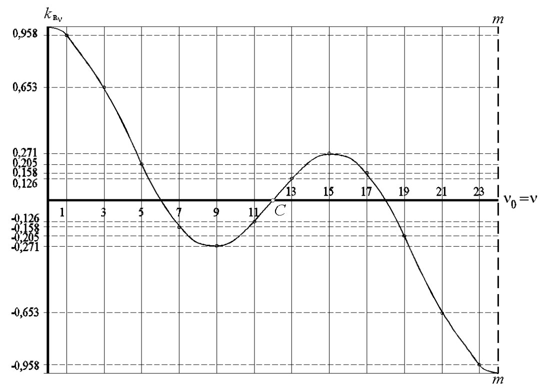
$$k_{D\nu} = \frac{\sin\left(\dfrac{\pi\nu_0 R}{mk_z} + \dfrac{\pi Q}{k_z}\right)\cdot M_{\nu 0}\cdot M_1\cdot M_3}{Q\sin\left(\dfrac{\pi\nu_0 R}{mk_z Q} + \dfrac{\pi}{k_z}\right)}. \qquad (3')$$

Сочетание формул (2', 3', 4,5) составляет основу первого алгоритма гармонического анализа обмоток объединенного множества $\boldsymbol{W}_{\mathbf{dmkz}}$.

Второй алгоритм может быть получен с использованием известного свойства [6-8] обмоток объединенного множества $\boldsymbol{W}_{\mathbf{dmkz}}$. Это свойство заключается в том, что при фиксированном значении числа пазов на полюс и фазу *Q* и произвольном значении знаменателя *d* набор из $N_Z$ коэффициентов $k_{D\nu 0}$ остается неизменным, но распределение указанных коэффициентов при каждом значении осуществляется по гармоникам различных порядков.




а




б

Рис. 1. Типичные зависимости $k_{D\nu}=f(\nu_0)$ для обмоток с нечетными (*а*, $q$=5) и четными (*б*, $q$=4) значениями $Q=q$

Задача определения закона перераспределения значений коэффициентов $k_{D\nu}$ по гармоникам различных порядков $\nu_0$ в зависимости от знаменателя дробности $d$ решается следующим образом.

На основании сопоставительного анализа расчетов по выражениям (1') и (3') установлено, что формула (1') адекватно применима к основным дробным обмоткам, если порядки $\nu$ гармоник в ней заменить **расчетным порядком $\nu_p$**, определяемого по выражению

$$\nu_p=\nu'/p=\nu/d$$

при условии, что указанное отношение является ***целым числом*** в случае $m$-зонных обмоток и – ***целым нечетным числом*** в случае 2$m$-зонных обмоток.

Если для основных обмоток с целым $q$ число $2N_Z$ гармоник, удовлетворяющих этому условию, обеспечивается уже в пределах первого диапазона гармонического спектра, то для произвольных основных дробных обмоток указанное число расчетных гармоник $\nu_p$ содержится не менее чем в $d$ диапазонах.

При этом оказывается, что графики зависимостей коэффициентов $k_{D\nu}$ от расчетных значений $\nu_p$ полностью идентичны кривым на рис. 2 при условии сохранения числа пазов на фазную зону $Q$.

Проиллюстрируем это свойство графиками зависимостей $k_{D\nu}=f(\nu_p)$ и $k_{D\nu}=f(\nu_0)$ для основной 2$m$-зонной дробной обмотки с нечетным числом $Q$ ($q$=5/4), приведенными на рис. 3.

Как следует из рисунка, полученная кривая $k_{D\nu}=f(\nu_p)$ располагается в четырех ($d$=4) диапазонах и в точности повторяет аналогичную зависимость $k_{D\nu}=f(\nu)$ на рис.1,*а* относительно расчетных значений $\nu_p=\nu/d$ нижней шкалы. Но каждому значению $k_{D\nu}$ по гармонике $\nu_p$ любого из старших диапазонов может быть поставлено в соответствие с зеркальным характером периодичности (4) равное значение коэффициента $k_{D\nu0}$ по гармонике $\nu_0$ из первого диапазона. Указанное соответствие можно интерпретировать как параллельный перенос участков кривой $k_{D\nu}=f(\nu_p)$ старших диапазонов в зону первого диапазона так, как это показано на рис. 3.

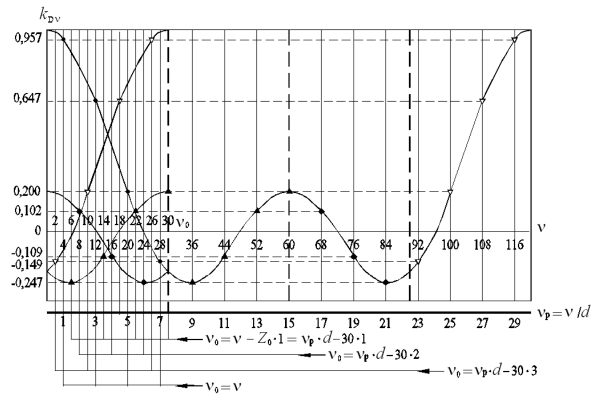



Рис. 2. Зависимости $k_{D\nu}=(\nu_p)$ и $k_{D\nu}=f(\nu_0)$ основной дробной обмотки ($q$=5/4)

Для обмоток с четными значениями числа периодичность коэффициентов $k_{D\nu}$ носит инверсный характер. Поэтому механическое (без учета указанной особенности) повторение преобразований, выполненных на рис. 2, может привести к неверным результатам. Порядковые номера диапазонов на данном рисунке обозначены римскими цифрами.

Пример некорректного преобразования приведен на рис. 3,а. Ошибка заключается в том, что перенос участков кривой $k_{D\nu}=f(\nu_p)$ выполнен из первых пяти диапазонов, в то время, как допустим такой перенос только из **нечетных диапазонов**.

Корректное преобразование выполнено на рис. 3,б. Здесь выполнен перенос участков кривой $k_{D\nu}=(\nu)$ только каждого **нечетного диапазона**, начиная с третьего, в зону первого из них, что соответствует требованию (4). (Четные диапазоны исключены.) В результате получаем результирующий график зависимости $k_{D\nu}=f(\nu_0)$.

Сопоставление графиков первых диапазонов рис. 3 наглядно показывает, что их отличие проявляется только в тех участках кривых $k_{D\nu}=f(\nu_0)$, которые на рис. 3,а получены переносом из четных диапазонов, и заключается в инверсии знаков некоторых коэффициентов $k_{D\nu}$.

В аналитическом виде условие равенства коэффициентов $k_{D\nu}$ описывается выражением

$$\nu=\nu_p\cdot d=2k_z mQn_3+\nu_0, \tag{6}$$

откуда следует

$$\nu_p=\frac{2k_z mQn_3+\nu_0}{d}, \tag{7}$$

где $n_3$ – наименьшее натуральное число, при котором для **2*m*-зонных обмоток – целое нечетное число**, а в случае ***m*-зонных обмоток $\nu_p$ – любое целое число**.

Совокупность формул (7, 1', 4, 5) составляет основу второго алгоритма расчета коэффициентов распределения $k_{D\nu}$ произвольных обмоток множества $\boldsymbol{W_{dmkz}}$, обеспечивающего простоту реализации и минимальные затраты времени

Представленный материал позволяет представить множество $\boldsymbol{W_{dmkz}}$ в виде совокупности гомологических рядов, построенных на базе двухполюсных обмоток-оснований, структура которых изменяется по определенному закону – алгоритму формирования дробных обмоток с фиксированными целыми числами пазов на полюс и фазу $q=Q$.

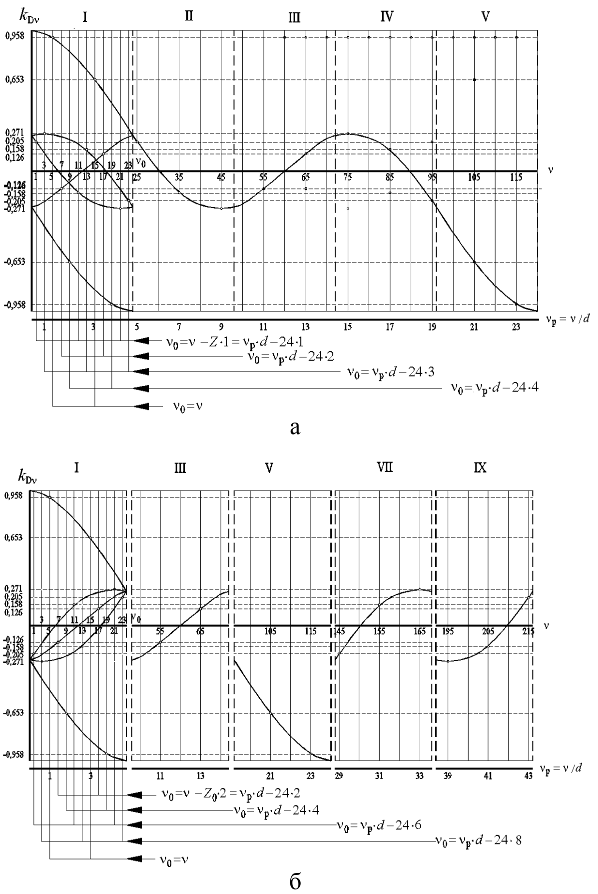



Рис. 3. Зависимости $k_{D\nu}$=($\nu_p$) и $k_{D\nu}$=$f(\nu_0)$ основной дробной обмотки ($q$=4/5)

Во многом характер гомологических связей подобен их проявлению в других множествах объектов. Например, в гомологических рядах химических соединений основные химические и физические свойства определяются функциональными группами, а степень их проявления – углеродным скелетом. Как правило, по мере увеличения числа атомов углерода свойства соединений увеличиваются или уменьшаются с определенной закономерностью. Однако в ряде случаев указанные закономерности не соблюдаются.

В нашем случае электромагнитные свойства дробных обмоток (совокупность пар: порядок гармоники ν; величина коэффициента распределения $k_{D\nu}$) закономерно изменяются по мере увеличения знаменателя дробности $d$. Степень проявления этих свойств (количество $N_Z$ коэффициентов на диапазон и уровень значения коэффициентов $k_{D\nu}$) определяется числом пазов на фазную зону $Q$.

Отличительной чертой гомологии обмоток множества $\boldsymbol{W}_{\mathbf{dmkz}}$ является тот факт, что закономерность изменения электромагнитных свойств по мере перехода от обмотки-основания к произвольным обмоткам гомологического ряда однозначно определяется аналитически – формулой (7).

С большой долей вероятности можно предположить, что проявление гомологии при переходе от двухполюсных обмоток к многополюсным упорядоченным преобразованием их структуры является фундаментальным свойством произвольных многофазных обмоток. Если полагать, что в полном множестве $\boldsymbol{W}_{\mathbf{m}}$ многофазных обмоток существуют типы двухполюсных обмоток, отличающихся от обмоток с целыми числами пазов на полюс и фазу, то в пределах этого множества может быть сформировано бесконечное число гомологических рядов многополюсных обмоток, построенных на базе других типов основных двухполюсных обмоток-оснований.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рихтер Р. Обмотки якорей машин переменного и постоянного токов. – М.: ОНТИ, 1933. – 364 с.
2. Лившиц-Гарик М. Обмотки машин переменного тока. – М.: Госэнергоиздат, 1959. – 766 с.
3. Жерве Г.К. Обмотки электрических машин переменного тока. – Л.: Энергоатомиздат, 1989. – 400 с.
4. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. Т.1. – М.: Издательский дом МЭИ, 2006. – 652 с.
5. Вольдек А.И., Попов В.В. Электрические машины. Машины переменного тока. Учебник для вузов. – СПб:Питер, 2008. – 350 с.
6. Сорокер Т.Г., Мордвинов Ю.В. Составление схем и расчет обмоточных коэффициентов симметричных петлевых обмоток многофазного переменного тока // Вестник электропромышленности. – 1955. – № 2. – С. 16-21.
7. Захаров М.К. О некоторых особенностях пространственного распределения магнитодвижущих сил симметричных обмоток переменного тока // Научные записки Одесского политехнического института. – Т.25. – 1960. – С. 38-47.
8. Дегтев В.Г., Радимов И.Н. Анализ намагничивающих сил обмоток переменного тока// Респ. межвед. науч.-техн. сб. "Электромашиностроение и электрооборудование". – Киев: Техника, 1975. – №20. – С.122- 128.

**Bibliography (transliterated):** *1.* Rihter R. Obmotki yakorej mashin peremennogo i postoyannogo tokov. - M.: ONTI, 1933. - 364 s. *2.* Livshic-Garik M. Obmotki mashin peremennogo toka. - M.: Gos`energoizdat, 1959. - 766 s. *3.* Zherve G.K. Obmotki `elektricheskih mashin peremennogo toka. - L.: `Energoatomizdat, 1989. - 400 s. *4.* Ivanov-Smolenskij A.V. `Elektricheskie mashiny. T.1. - M.: Izdatel'skij dom M`EI, 2006. - 652 s. *5.* Vol'dek A.I., Popov V.V. `Elektricheskie mashiny. Mashiny peremennogo toka. Uchebnik dlya vuzov. - SPb:Piter, 2008. - 350 s. *6.* Soroker T.G., Mordvinov Yu.V. Sostavlenie shem i raschet obmotochnyh ko`efficientov simmetrichnyh petlevyh obmotok mnogofaznogo peremennogo toka // Vestnik `elektropromyshlennosti. - 1955. - № 2. - S. 16-21. *7.* Zaharov M.K. O nekotoryh osobennostyah prostranstvennogo raspredeleniya magnitodvizhuschih sil simmetrichnyh obmotok peremennogo toka // Nauchnye zapiski Odesskogo politehnicheskogo instituta. - T.25. - 1960. - S. 38-47. *8.* Degtev V.G., Radimov I.N. Analiz namagnichivayuschih sil obmotok peremennogo toka// Resp. mezhved. nauch.-tehn. sb. "`Elektromashinostroenie i `elektrooborudovanie". - Kiev: Tehnika, 1975. - №20. - S.122- 128.

*Поступила 12.12.2012*

*Дьогтєв Володимир Григорійович, д.т.н., проф.,*
Одеський національний політехнічний університет
65058, Одеса, пр. Шевченка, 1
(063)9779569
e-mail:kem.deg@gmail.ru

*Degtev W.G.*

**Fractional windings harmonic analysis.**

Investigation results for multiphase windings of a united variety that includes windings with fractional and integer number of slots per pole and phase are given. An algorithm of the specified windings distribution coefficients calculation by random orders harmonics is introduced. An analytic ratio of the windings harmonic composition correspondence allowing representing the structure of the united variety as a set of homologous chains is determined.

*Key words* – **fractional windings, distribution factor, winding factor, homologous chains, symmetric components method, universal algorithm.**