

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОАМОРТИЗАТОРА ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Розроблена імітаційна модель електромеханічного перетворювача-амортизатора з лінійним кроковим двигуном, що дозволяє визначати миттєві значення його параметрів при різних режимах руху транспортного засобу. Задача розглядається на прикладі легкового автомобіля.

Разработана имитационная модель электромеханического преобразователя-амортизатора с линейным шаговым двигателем, что позволяет определять мгновенные значения его параметров при различных режимах движения транспортного средства. Задача рассматривается на примере легкового автомобиля.

ВВЕДЕНИЕ

Повышение показателей эффективности транспортных средств не возможно без совершенствования конструкции, использования новых устройств и систем. Определение их параметров и характеристик целесообразно осуществлять с помощью современных математических моделей. В настоящее время на транспортных средствах начинают внедрять электрические устройства в частности электроамортизаторы, которые имеют отличительные признаки по сравнению с известными. Для получения интересующей информации требуются исследования, которые возможно выполнить теоретически путем моделирования процессов электромагнитной и механической систем. Этим вопросам при использовании такого вида устройств на транспортных средствах уделено не достаточно внимания.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ДОСТИЖЕНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Для моделирования электромеханических преобразователей различных типов в настоящее время используются различные подходы. Первый из них – моделирование на основе уравнений обобщенного электромеханического преобразователя (ЭМП) энергии [1]. При создании таких моделей принимаются допущения о линейности магнитной системы, равномерности (гладкости) воздушного зазора. Эти допущения позволяют создавать модели систем с относительно слабыми нелинейностями. Учет локальных насыщений, таких как насыщения элементов магнитопровода, сложная геометрия магнитной системы, торцевые зоны магнитного поля, которые свойственны современным используемым ЭМП, при таком подходе невозможен. Поэтому широко используемые в настоящее время модели, созданные на этом принципе, имеют значительные погрешности. Однако главным достоинством их является возможность реализовать программно-ориентированные модели, позволяющие проводить расчеты динамических процессов достаточно оперативно, а с использованием современной техники в реальном масштабе времен. Это позволяет внедрять их в алгоритмы управления микропроцессорными системами автоматизированных приводов и устройств различных типов, в частности в подвесках автомобилей.

Вторым подходом является составления "цепно-полевой" модели ЭМП [2, 3]. При таком подходе авторами предлагается определять параметры ЭМП по результатам расчета магнитного поля. Обычно для этого предлагается использование численных методов, таких как метод конечных элементов. Полученные таким образом параметры магнитного поля (потокосцепления, собственные и взаимные индуктивно-

сти) идентифицируют математическую модель. Эти модели значительно точнее описывают процессы в ЭМП, однако машинное время для расчетов значительно увеличивается. Порядок таких моделей можно оценить в виде системы, в которой используется десятки, сотни тысяч нелинейных алгебраических уравнений, которые в свою очередь идентифицируют параметры 1 - 6 (для асинхронного двигателя нескольких десятков [3]) дифференциальных уравнений.

ЦЕЛЬ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Разработать усовершенствованную математическую модель ЭМП транспортного средства (на примере для легкового автомобиля) на базе линейного двигателя, требующую минимальных ресурсов, затрат времени и провести имитационное моделирование нестационарных процессов, протекающих в нем при работе.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭМП

Предлагаемый подход позволит создать математическую модель ЭМП, порядок которой будет значительно ниже порядка модели предложенной в работах [2, 3], но при этом будут учитываться локальные насыщения и нелинейности ЭМП.

Выберем основные энергетические параметры ЭМП-амортизатора, которые представлены в табл. 1 и на рис. 1, 2. Здесь показаны: q_1, q_2, q_3 – электрические заряды, двигающиеся в фазах 1, 2 и 3, соответственно; γ – координата ротора; i_1, i_2, i_3 – токи в фазах 1, 2 и 3, соответственно; v – скорость ротора; ψ_A, ψ_B, ψ_C – потокосцепления фаз; J – момент инерции ротора; e_1, e_2, e_3 – напряжения, приложенные к фазам 1, 2 и 3, соответственно; F_C – сила сопротивления перемещения ротора ЭМП.

Таблица 1

Основные параметры ЭМП-амортизатора

Тип координаты	Электрическая	Электрическая	Электрическая	Механическая
k	1	2	3	4
q_k	q_1	q_2	q_3	x
q_k	i_1	i_2	i_3	v
p_k	ψ_A	ψ_B	ψ_C	$m_{np}v$
$-f_k$	0	0	0	0
Q_k	e_1	e_2	e_3	F_C

Уравнение Лагранжа для электромеханической системы имеет следующий вид:

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} \right) + Q_k = 0, \quad (1)$$

где L – силовая функция Лагранжа, F – релеева функция, описывающая потери в системе.

Рассмотрим построение математической модели

ЭМП-амортизатора в случае линейного ЭМП-амортизатора.

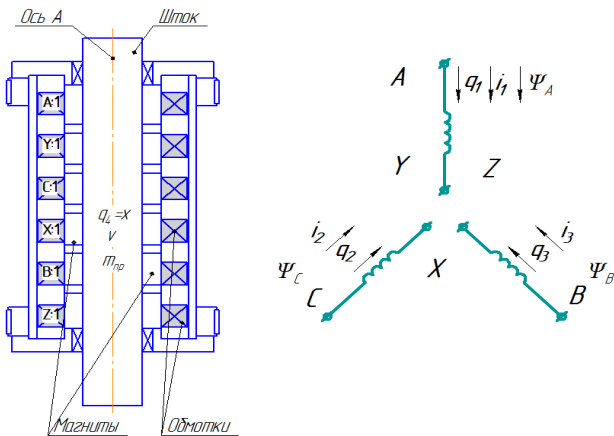


Рис. 1. Схема монтажа и включения элементов линейного ЭМП-амортизатора

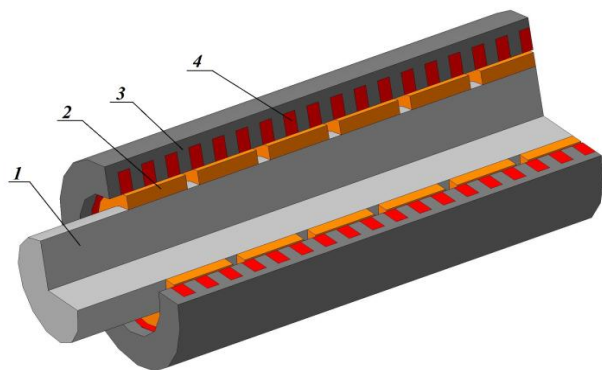


Рис. 2. 3D-модель конструкции ЭМП-амортизатора:
1 – ротор, 2 – постоянные магниты, 3 – корпус, 4 – катушки фаз

Найдем консервативный лагранжиан, который определяется выражением:

$$L = \frac{1}{2} \cdot m_{np} v^2 + \int_0^i \Psi(i, x) di. \quad (2)$$

Определим релееву функцию рассеяния (потерь) в системе F , зависящую от скорости:

$$F = \frac{1}{2} r i_1^2 + \frac{1}{2} r i_2^2 + \frac{1}{2} r i_3^2 + \frac{1}{2} \alpha v^2, \quad (3)$$

где α – коэффициент трения во всех механизмах привода ЭМП.

После подстановки в уравнение Лагранжа найденных зависимостей получим после преобразований следующие уравнения динамической системы ЭМП-амортизатора и систему уравнений электрического баланса:

$$\begin{cases} e_1 - \frac{d\Psi'_A}{dt} - r_1 i_1 = 0 \\ e_2 - \frac{d\Psi'_B}{dt} - r_2 i_2 = 0 \\ e_3 - \frac{d\Psi'_C}{dt} - r_3 i_3 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$F_e - m_{np} \frac{dv}{dt} - \alpha v + F_C = 0, \quad (5)$$

где

$$\Psi'_A = \left(\Psi_A + \frac{\partial \left(\int_0^{i_2} \Psi_B(i_1, i_2, i_3, x) di_2 + \int_0^{i_3} \Psi_C(i_1, i_2, i_3, x) di_3 \right)}{\partial i_1} \right);$$

$$\Psi'_B = \left(\Psi_B + \frac{\partial \left(\int_0^{i_1} \Psi_A(i_1, i_2, i_3, x) di_1 + \int_0^{i_3} \Psi_C(i_1, i_2, i_3, x) di_3 \right)}{\partial i_2} \right);$$

$$\Psi'_C = \left(\Psi_C + \frac{\partial \left(\int_0^{i_1} \Psi_A(i_1, i_2, i_3, x) di_1 + \int_0^{i_2} \Psi_B(i_1, i_2, i_3, x) di_2 \right)}{\partial i_3} \right);$$

F_e – электромагнитная сила трехфазного ЭМП-амортизатора, определяемая выражением:

$$F_e = - \frac{\partial \int_0^{i_1} \Psi_A(i_1, i_2, i_3, x) di_1}{\partial x} + \frac{\partial \int_0^{i_2} \Psi_B(i_1, i_2, i_3, x) di_2}{\partial x} + \frac{\partial \int_0^{i_3} \Psi_C(i_1, i_2, i_3, x) di_3}{\partial x}.$$

Решим модель (5) относительно производных токов (обобщенных скоростей) и получим для тока i_1 :

$$\frac{di_1}{dt} = \begin{bmatrix} \left[e_1 - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial x} \cdot v - r_1 i_1 \right] & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \\ \left[e_2 - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial x} \cdot v - r_2 i_2 \right] & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \\ \left[e_3 - \frac{\partial \Psi'_C}{\partial x} \cdot v - r_3 i_3 \right] & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} & \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \\ \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} & \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \\ \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2} & \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} \end{bmatrix}$$

Для остальных токов – i_2, i_3 выражения аналогичны.

Введём следующие обозначения: D – знаменатель в формуле (6), а D_A, D_B, D_C – числители в этой же формуле для соответствующих токов. Тогда математическая модель ЭМП-амортизатора имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{di_1}{dt} = \frac{D_A}{D}; \frac{di_2}{dt} = \frac{D_B}{D}; \frac{di_3}{dt} = \frac{D_C}{D}; \\ F_e - \alpha v - F_C = m_{np} \frac{dv}{dt}; \\ v = \frac{dx}{dt}. \end{cases} \quad (7)$$

где F_C – приведенная сила сопротивления механизмов подвески.

Для идентификации параметров (7) необходимо установить зависимости между потокоцеплениями фаз Ψ_A , Ψ_B и Ψ_C с одной стороны, обобщенными координатами и их производными с другой стороны. Для чего необходимо провести комплекс цифровых экспериментов и определить эти зависимости.

Для определения значений потокоцеплений предлагается проводить расчет магнитного поля ЭМП-амортизатора в двумерной постановке с использованием метода конечных элементов для плоскопараллельной задачи. По результатам анализа магнитного поля можно определить значения потокоцеплений фаз трехфазного ЭМП-амортизатора и значение электромагнитной силы. На рис. 3 представлена расчетная область магнитного поля в аксиально-симметричной постановке задачи, а на рис. 4 ее конечно-элементная сетка.

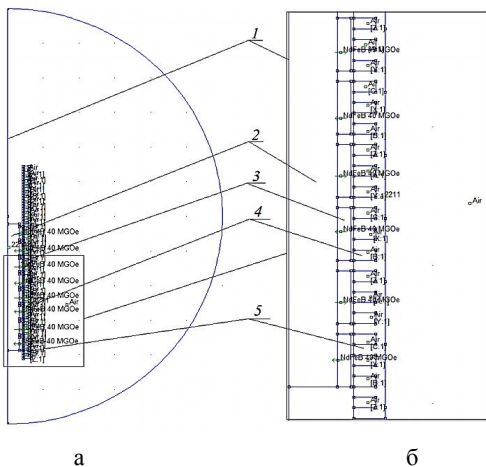


Рис. 3. Расчетная область FEM-модели ЭМП-амортизатора при расчете магнитного поля: а – полная расчетная область; б – увеличенный фрагмент расчетной области; 1 – ось симметрии; 2 – ротор; 3 – постоянные магниты; 4 – обмотки; 5 – статор

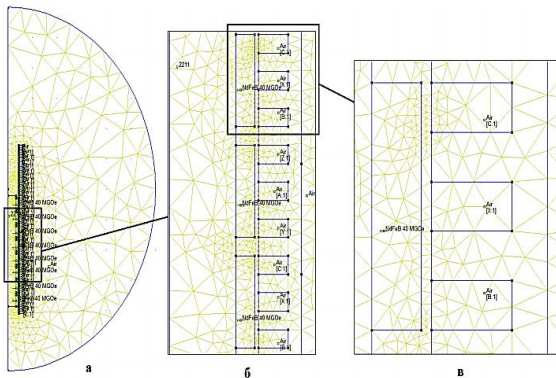
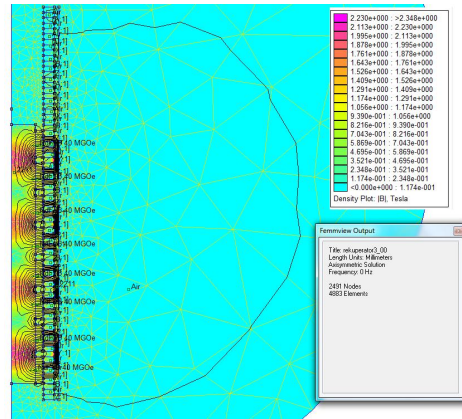


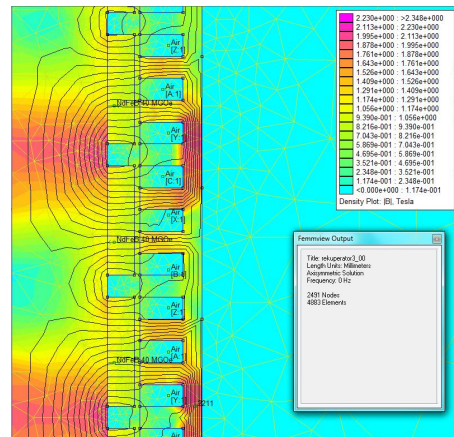
Рис. 4. Конечно-элементная сетка расчетной области FEM-модели ЭМП-амортизатора: а – полная расчетная область; б – распределение сетки по зубцам; в – распределение в зубцовой зоне

На каждом шаге решения задачи производился автоматический расчет электромагнитного поля линейного ЭМП (см. рис. 5), определялась величина тяговой силы и потокоцепления для текущих значений тока и зазора. Величина силы измерялась путем интегрирования по контуру якоря ЭМП, а значение потокоцепления – по поперечному сечению его обмоток. Для расчета магнитного поля предлагается использовать программ-

ный комплекс femm [4]. Результаты одного из расчетов магнитного поля приведены на рис. 5.



а



б

Рис. 5. Результаты расчета магнитного поля (а) и фрагмент картины магнитного поля в зубцовой зоне (б)

Для получения непрерывных зависимостей потокоцеплений (8) и электромагнитной силы (9) результаты цифрового моделирования необходимо аппроксимировать функциями вида:

$$\begin{aligned} \Psi_A(i_1, i_2, i_3, x) = & w \sum_{l=1}^m \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n a a_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right] \times \\ & \times \cos(\omega l x) + \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n a b_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right] \\ & \times \sin(\omega l x) + w \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^n a c_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k; \\ \Psi_B(i_1, i_2, i_3, x) = & w \sum_{l=1}^m \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n b a_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right] \times \\ & \times \cos(\omega l x) + \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n b b_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right] \times \\ & \times \sin(\omega l x) + w \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^n b c_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k; \\ \Psi_C(i_1, i_2, i_3, x) = & w \sum_{l=1}^m \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n c a_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right] \times \\ & \times \cos(\omega l x) + \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n c b_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right] \times \\ & \times \sin(\omega l x) + w \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^n c c_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k; \end{aligned} \quad (8)$$

$$F_e(i_1, i_2, i_3, x) = \sum_{l=1}^m \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n ma_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right] \times \cos(\omega l x) + \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n mb_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right] \times \sin(\omega l x) + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n mc_{ijk} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k, \quad (9)$$

где aa_{ijk} , ab_{ijk} , ac_{ijk} , ba_{ijk} , bb_{ijk} , bc_{ijk} , ca_{ijk} , cb_{ijk} , cc_{ijk} – коэффициенты полинома для фазы А, В и С, соответственно, определенные с использованием полиномов Чебышева на множестве равноудаленных точек; w – количество витков обмотки одной фазы; ω – угловая частота первой гармоники потока; l – номер гармоники; ma_{ijk} , mb_{ijk} , mc_{ijk} – коэффициенты полинома, определенные по методу Чебышева.

В уравнениях системы (8) необходимо интегрировать и дифференцировать функции потокосцепления по токам фаз и перемещению ротора. Используемая для аппроксимации регрессионная модель позволяет проводить аналитические дифференцирования и интегрирования потокосцеплений как по токам, так и по перемещению. При этом все производные и значения аппроксимирующей функции в начале и конце периода одинаковы.

При интегрировании системы дифференциальных уравнений (7) на каждом шаге интегрирования необходимо определение как минимум один раз значения выражений (8 и 9), их производные и интегралы, что требует значительных затрат машинного времени. Поэтому предлагается понизить порядок математической модели без упрощения определяющих факторов. Для этого в уравнениях (7) раскроем скобки и представим их в следующем виде:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{Aa(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} e_1 + \frac{Ba(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} e_2 + \\ &+ \frac{Ca(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} e_3 + \frac{Ka(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} \omega + \frac{Laa(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} i_1 R_1 + \\ &+ \frac{Lab(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} i_2 R_2 + \frac{Lac(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} i_3 R_3; \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{Ab(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} e_1 + \frac{Bb(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} e_2 + \\ &+ \frac{Cb(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} e_3 + \frac{Kb(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} \omega + \frac{Lba(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} i_1 R_1 + \\ &+ \frac{Lbb(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} i_2 R_2 + \frac{Lbc(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} i_3 R_3; \\ \frac{di_3}{dt} &= \frac{Ac(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} e_1 + \frac{Bc(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} e_2 + \\ &+ \frac{Cc(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} e_3 + \frac{Kc(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} \omega + \frac{Lca(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} i_1 R_1 + \\ &+ \frac{Lcb(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} i_2 R_2 + \frac{Lcc(i_1, i_2, i_3, x)}{D(i_1, i_2, i_3, x)} i_3 R_3; \\ F_e(i_1, i_2, i_3, x) - \alpha v - F_C &= m_{np} \frac{dv}{dt}; \quad v = \frac{dv}{dt}. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} Aa(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2}; & Ba(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3}; \\ Ca(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2}; & Ab(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3}; \\ Bb(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1}; & Cb(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3}; \\ Ac(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2} - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1}; & Bc(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Cc(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1}; \\ Ka(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial x} + \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial x} + \frac{\partial \Psi'_B}{\partial x} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} - \\ &- \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial x} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial x} - \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial x} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3}; \\ Kb(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial x} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} + \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial x} + \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial x} - \\ &- \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial x} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial x} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial x}; \\ Kc(i_1, i_2, i_3, x) &= \frac{\partial \Psi'_A}{\partial x} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} + \frac{\partial \Psi'_B}{\partial x} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2} + \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial x} - \\ &- \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial x} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial x} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial x} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1}; \end{aligned}$$

$$Laa(i_1, i_2, i_3, x) = \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2} - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3};$$

$$Lab(i_1, i_2, i_3, x) = \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2};$$

$$Lac(i_1, i_2, i_3, x) = \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3};$$

$$Lba(i_1, i_2, i_3, x) = \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1};$$

$$Lbb(i_1, i_2, i_3, x) = \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3};$$

$$Lbc(i_1, i_2, i_3, x) = \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1};$$

$$Lca(i_1, i_2, i_3, x) = \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} - \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2};$$

$$Lcb(i_1, i_2, i_3, x) = \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2} - \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2};$$

$$Lcc(i_1, i_2, i_3, x) = \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2};$$

$$D(i_1, i_2, i_3, x) = \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} + \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} + \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_1} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_2} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_3} - \frac{\partial \Psi'_A}{\partial i_1} \frac{\partial \Psi'_B}{\partial i_3} \frac{\partial \Psi'_C}{\partial i_2};$$

Для понижения порядка модели (10) повторно аппроксимируем выражения:

$$\begin{aligned} f_{u1,1} &= \frac{Aa}{D}, f_{u1,2} = \frac{Ba}{D}, f_{u1,3} = \frac{Ca}{D}, \\ f_{u2,1} &= \frac{Ab}{D}, f_{u2,2} = \frac{Bb}{D}, f_{u2,3} = \frac{Cb}{D}, \\ f_{u3,1} &= \frac{Ac}{D}, f_{u3,2} = \frac{Bc}{D}, f_{u3,3} = \frac{Cc}{D}, \\ f_{r1,1} &= \frac{Laa}{D}, f_{r1,2} = \frac{Lab}{D}, f_{r1,3} = \frac{Lac}{D}, \\ f_{r2,1} &= \frac{Lba}{D}, f_{r2,2} = \frac{Lbb}{D}, f_{r2,3} = \frac{Lbc}{D}, \\ f_{r3,1} &= \frac{Lca}{D}, f_{r3,2} = \frac{Lcb}{D}, f_{r3,3} = \frac{Lcc}{D}, \\ f_{\omega 1} &= \frac{Ka}{D}, f_{\omega 2} = \frac{Kb}{D}, f_{\omega 3} = \frac{Kc}{D}, \end{aligned} \quad (11)$$

полиномами аналогичными по структуре полиномам, применяемым для аппроксимации потокосцеплений и электромагнитной силы, следующими выражениями:

$$f_u = \sum_{l=1}^m \left[\left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n a_{f_{u_{ijk}}} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right) \times \cos(\omega l x) + \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n b_{f_{u_{ijk}}} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right) \right] \quad (12)$$

$$\times \sin(\omega l x) + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n c_{f_{u_{ijk}}} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k;$$

$$f_r = \sum_{l=1}^m \left[\left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n a_{r_{ijk}} (i_1 M + Z)^i (i_1 M + Z)^j (i_2 M + Z)^k \right) \times \cos(\omega l x) + \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n b_{r_{ijk}} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right) \right] \quad (13)$$

$$\times \sin(\omega l x) + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n c_{r_{ijk}} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k;$$

$$f_\omega = \sum_{l=1}^m \left[\left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n a_{\omega_{ijk}} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right) \times \cos(\omega l x) + \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n b_{\omega_{ijk}} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k \right) \right] \quad (14)$$

$$\times \sin(\omega l x) + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n c_{\omega_{ijk}} (i_1 M + Z)^i (i_2 M + Z)^j (i_3 M + Z)^k.$$

Для получения коэффициентов в полиномах (12) – (14) проведем комплекс цифровых экспериментов по определению значения выражений (11) при тех же значениях токов и перемещениях, что и при расчетах магнитного поля. Дискретные значения результатов эксперимента аппроксимируем полиномами Чебышева на множестве равноудаленных точек.

В результате математическая модель трехфазного ЭМП-амортизатора в окончательном виде представляет собой систему дифференциальных уравнений (15), коэффициенты которой определены выражениями (9), (12) – (14):

$$\begin{cases} \frac{di_1}{dt} = \sum_{k=1}^3 f_{u_{1,k}} e_k + \sum_{k=1}^3 f_{r_{1,k}} i_k R_k + f_{\omega_1} v; \\ \frac{di_2}{dt} = \sum_{k=1}^3 f_{u_{2,k}} e_k + \sum_{k=1}^3 f_{r_{2,k}} i_k R_k + f_{\omega_2} v; \\ \frac{di_3}{dt} = \sum_{k=1}^3 f_{u_{3,k}} e_k + \sum_{k=1}^3 f_{r_{3,k}} i_k R_k + f_{\omega_3} v; \\ \frac{dv}{dt} = \frac{F_e(i_1, i_2, i_3, x) - \alpha v - F_C(t)}{m_{np}}; \quad \frac{dx}{dt} = v. \end{cases} \quad (15)$$

На рис. 6 представлены результаты моделирования ЭМП-амортизатора в режиме генератора при постоянной скорости движения ротора.

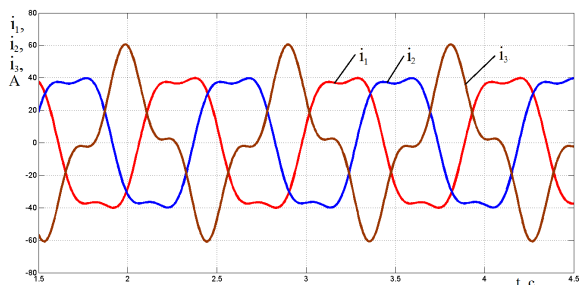


Рис. 6. Результаты моделирования ЭМП-амортизатора

Время моделирования составило 3,2 мин. на компьютере Intel Core 2 DUO, 2,2ГГц, 4Gb ОЗУ. Формы токов фаз имеют несинусоидальный вид, так как фазы находятся в относительной магнитной не симметрии, а также значительное влияние оказывает зубчатость статора и насыщение магнитной системы.

ВЫВОДЫ

Разработанная математическая модель ЭМП-амортизатора транспортного средства позволяет исследовать динамические процессы и получить его рабочие свойства с учетом различного насыщения участков магнитопровода, геометрических особенностей магнитной системы и торцевого рассеяния магнитного поля.

Предложенная методика понижения порядка математической модели без упрощения ее определяющих факторов и использование аналитических непрерывных зависимостей, описывающих параметры математической модели, позволяет значительно снизить затраты расчетного времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уайт Д. Электромеханическое преобразование энергии / Д.Уайт, Г. Вудсон – М.: Издательство "Энергия", 1964. – 528 с.
2. Рымша В.В. Усовершенствованная цепно-полевая модель вентиляно-реактивного двигателя / В.В. Рымша, И.Н. Радимов, М.В. Гулый, П.А. Кравченко // Электротехника і електромеханіка. – 2010. – № 5. – С. 24-26.
3. Колпахчан П.Г. Адаптивное управление асинхронным тяговым приводом магистральных электровозов. – Ростов н/Д.: "Иzv. вузов. Сев.-Кавк. регион", 2006. – 131с.
4. Режим доступа: <http://femm.berlios.de>.

Bibliography (transliterated): 1. Uajt D. `Elektromechanicheskoe preobrazovanie `energii / D.Uajt, G. Vudson - M.: Izdatel'stvo "Energiya", 1964. - 528 s. 2. Rymsha V.V. Usovershenstvovannaya cepno-polevaya model' ventil'no-reaktivnogo dvigatelya / V.V. Rymsha, I.N. Radimov, M.V. Gulyj, P.A. Kravchenko // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2010. - № 5. - S. 24-26. 3. Kolpahchan P.G. Adaptivnoe upravlenie asinhronnym tyagovym privodom magistral'nyh `elektrovozov. - Rostov n/D.: "Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region", 2006. - 131s. 4. Rezhim dostupa: <http://femm.berlios.de>.

Поступила 18.10.2012

Сергиенко Антон Николаевич,
Сергиенко Николай Егорович, к.т.н., доц.
Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
кафедра "Автомобиле- и тракторостроения"
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
тел. (057) 707-60-66, e-mail: antonsergienkomax@rambler.ru

Любарский Борис Григорьевич, к.т.н., доц.
Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
кафедра "Электрического транспорта и тепловозостроения"
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
тел. (057) 707-63-67, e-mail: lboris19111972@mail.ru

Sergienko A.N., Ljubarskiy B.G., Sergienko N.E.
A mathematical model of an electromechanical transducer for electric vehicle shock absorber.

A simulation model of an electromechanical transducer-absorber with a linear stepper motor is developed, which allows determining instantaneous values of the absorber parameters in different vehicle motion regimes. The problem is studied by the example of a car.

Key words – model, electromechanical transducer, shock absorber, suspension, vehicle.