

## ТОНКИЙ КРУГОВОЙ ВИТОК С РАЗРЕЗОМ НАД ТОНКОСТЕННЫМ ЛИСТОМ МЕТАЛЛА

*У рамках статті проведено аналіз електромагнітних процесів, що збуджуються полем плоского "незамкнутого" кругового витка, розташованого над тонкостінним немагнітним листом металу. Отримано основні залежності для розрахунку просторово-часового розподілу вихрових струмів в розглянутій індукторній системі. За отриманими аналітичним співвідношенням проведені числові оцінки і побудовані об'ємні епюри амплітудно-просторового розподілу густини індукваного струму.*

*В рамках статті проведено аналіз електромагнітних процесів, возбуждаемых полем плоского "незамкнутого" кругового витка, расположенного над тонкостенным немагнитным листом металла. Получены основные зависимости для расчёта пространственно-временного распределения вихревых токов в рассматриваемой индукторной системе. По полученным аналитическим соотношениям проведены численные оценки и построены объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности индуцированного тока.*

### ВВЕДЕНИЕ

**Постановка проблемы.** Для обработки металлов силами возбуждаемого магнитного поля широко применяются плоские одновитковые соленоиды [1-3].

Для существенного упрощения решения поставленной задачи по исследованию электромагнитных процессов, соленоиды представляются замкнутыми круговыми контурами. Это позволяет ввести условие аксиальной симметрии [4-6].

В реальных условиях виток не может быть замкнутым круговым контуром, поскольку он является элементом цепи, последовательно включаемым с источником мощности. То есть, виток – "незамкнут", он имеет разрез и функция, описывающая азимутальное распределение возбуждающего тока, терпит разрыв второго рода. Поэтому в дальнейшем одинаково справедливы термины "виток с разрезом" или "виток с разрывом". Аксиальная симметрия нарушается тем больше, чем больше расстояние между электрическими выводами к источнику мощности. Следовательно, широко применяемые симметричные модели расчёта реальных систем "виток – проводящий объект", основанные на их аксиальной симметрии, являются не совсем адекватными протекающим в них электромагнитным процессам.

### Анализ основных достижений и публикаций.

Возбуждение вихревых токов в тонкостенных металлах, в отличие от случая массивных и достаточно хороших проводников, происходит в условиях интенсивного проникновения действующих электромагнитных полей. Т.е. проводник "прозрачен" для действующих полей. Исследование этих процессов для магнитно-импульсной обработки металлов (МИОМ) – задача, безусловно, весьма актуальная и практически значимая [7, 8].

Наиболее актуальными вопросами в МИОМ являются вопросы связанные с индукторными системами – инструментами магнитно-импульсного воздействия. Такие индукторные системы, как "одновитковый индуктор – проводящая среда", представляют собой типичные конструкции инструментов, например, как для раздачи и обжиму трубчатых заготовок, так и для плоской штамповки. Поскольку нарушение аксиальной симметрии формы источника поля – ин-

дуктора ведёт к искажению силового воздействия на обрабатываемый объект, то такое допущение ведёт к неадекватной формулировке задач проектирования инструментов. Последний фактор объясняет многие неудачные применения электромагнитных полей для решения насущных технологических проблем [9]. Отметим, что в научной периодике описаны приближённые методы решения подобных задач прикладной электродинамики, например, [10]. Их достоинства и недостатки в сравнении с классическими подходами – предмет отдельной дискуссии. Что же касается рассматриваемых в данной работе вопросов, то в этих публикациях отсутствует необходимый для практики МИОМ анализ и выводы по изменению показателей действенности инструментов при нарушении аксиальной симметрии в их конструктивном исполнении.

**Цель настоящей работы** – расчёт пространственно-временного распределения вихревых токов, возбуждаемых полем плоского "незамкнутого" кругового витка, расположенного над тонкостенным немагнитным листом металла.

### РАСЧЁТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Расчётная модель представлена на рис. 1, где  $\vec{e}_r, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z$  – направляющие орты координат в выбранной цилиндрической системе координат.

Примем следующие допущения.

- Бесконечно протяжённый в поперечных направлениях лист толщиной –  $d$  выполнен из немагнитного металла с удельной электропроводностью –  $\gamma$ .
- Виток индуктора расположен над поверхностью пластины на расстоянии –  $h$ , его радиус –  $R$ , поперечные размеры настолько малы, что влияние металла витка на электромагнитные процессы несущественно, и, математически, расположение возбуждающего тока индуктора можно описать произведением дельта-функций Дирака  $\sim \delta(z-h)\delta(r-R)$ .

• В местах соединения витка (соответствующие токопроводы перпендикулярны к его плоскости) и источника мощности имеет место "разрыв" по азимуту, описываемый функцией

$$f(\varphi) = \eta(\varphi - \varphi_0) - \eta(\varphi - (2\pi - \varphi_0)), \quad (1)$$

где  $\eta(\varphi)$  – ступенчатая функция Хевисайда,  $2\varphi_0$  – ве-

личина "разрыва" в витке, выраженная в терминах азимутального угла.

- По витку протекает азимутальный ток с плотностью  $-j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z)$ ,  

$$j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z) = j(t) \cdot \delta(r - R) \cdot \delta(z - h) \cdot f(\varphi), \quad (2)$$

где  $j(t)$  – амплитудно-временная зависимость,  $t$  – время.  
 Временные характеристики возбуждающего тока таковы, что  $\omega \cdot \tau \ll 1$ , где  $\omega$  – характерная циклическая частота сигнала,  $\tau = \mu_0 \cdot \gamma \cdot d^2$  – характерное время диффузии в металлический лист [2, 11-14].

**Примечание.** Необходимо подчеркнуть, что допущение о форме возбуждающего тока с азимутальным разрывом первого рода исключает влияние токоподводов к витку, но не противоречит требованию непрерывности линий тока  $-\text{div } j_{\varphi i}(t, r, \varphi, z) = 0$ , формально следующему из системы уравнений Максвелла, записанной для нулевых начальных условий в [15]. Принятая модель расчёта предполагает их замкнутость в элементах разрядного контура (рис.1), частью которого является и виток, а не в пространстве между местами его подсоединения к источнику за счёт априори пренебрежимо малых токов смещения.

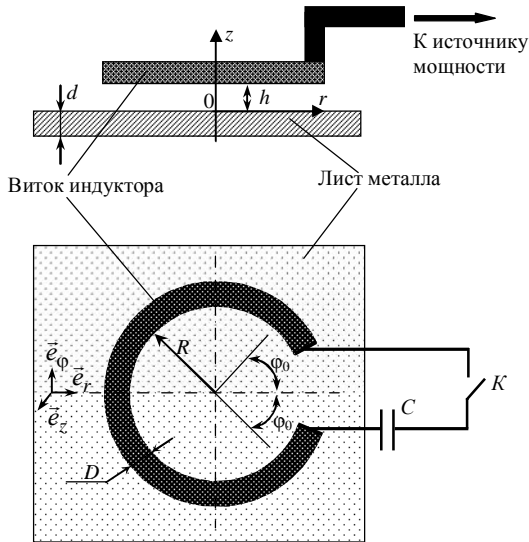


Рис. 1. Плоский "незамкнутый" виток над тонкостенным листом металла

Не останавливаясь на математических операциях по интегрированию уравнений Максвелла, запишем аналитическую пространственно-временную зависимость для линейной плотности азимутальной составляющей тока, индуцированного в тонкостенном листе металлом полем "разомкнутого" витка индуктора, полученную в [15].

$$J_{\varphi}^{(2)}(t, r, \varphi) = -\frac{\tau \cdot R}{(8d^2)} \cdot \frac{dj(t)}{dt} \times \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} F_n(\varphi_0) \cdot [J_{n+1}(\lambda R) - J_{n-1}(\lambda R)] \times [J_{n+1}(\lambda r) - J_{n-1}(\lambda r)] \cdot e^{-\lambda h} \frac{(1 - e^{-\lambda d})}{\lambda} \cos(n\varphi) d\lambda, \quad (3)$$

$$\text{где } F_n(\varphi_0) = \begin{cases} \left( -\frac{2 \cdot \sin(n \cdot \varphi_0)}{\pi \cdot n} \right), & n \neq 0, \\ \left( 1 - \frac{\varphi_0}{\pi} \right), & n = 0, \end{cases}$$

$J_n(\lambda r)$  – функция Бесселя  $n$ -ого порядка,  $\lambda$  – параметр преобразования.

Достоверность выражения (3) можно установить предельным переходом к зависимости, которая может быть получена из формул авторской работы для поля аксиально-симметричного витка над тонкостенным проводящим листом.

Так, для "замкнутого" витка с  $\varphi_0 \approx 0$  зависимость (3) принимает вид:

$$J_{\varphi}^{(2)}(t, r, \varphi) = -\frac{\tau \cdot R}{(2d^2)} \cdot \frac{dj(t)}{dt} \times \int_0^{\infty} J_1(\lambda \cdot R) \cdot J_1(\lambda \cdot r) \cdot e^{-\lambda h} \cdot \frac{(1 - e^{-\lambda d})}{\lambda} d\lambda. \quad (4)$$

Результат (4) с точностью до обозначений совпадает с выражением для азимутальной компоненты вихревого тока, возбуждаемой тонким (ширина стремится к нулю) аксиально-симметричным витком [5, 7-9, 14].

Следует обязательно подчеркнуть, что временная зависимость индуцированного тока, так же, как и в случае витка без разреза, остаётся равной первой производной от возбуждающего тока индуктора.

#### ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Зависимость (4) преобразуем к виду, удобному для проведения численных оценок.

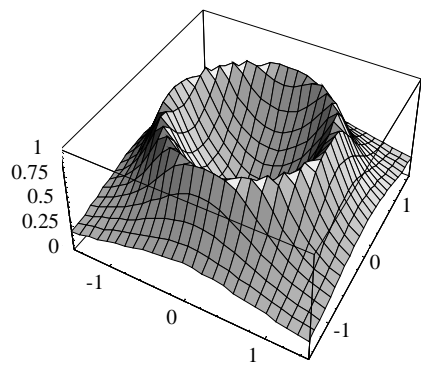
Введём новую переменную интегрирования  $x = \lambda R$ ,  $\lambda = x/R$ ,  $d\lambda = 1/R$ ,  $x \in [0, \infty]$ .

Результат после необходимых преобразований запишем в виде относительной безразмерной величины –

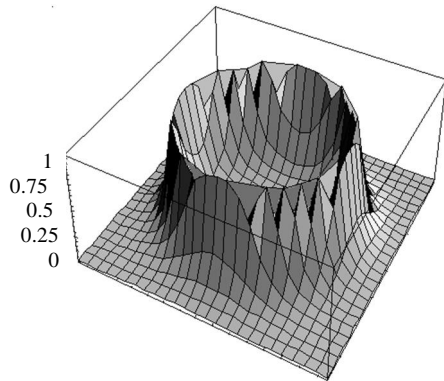
$$J_{\text{отн}} = -\frac{J_{\varphi}^{(2)}(t, r, \varphi)}{\left( \frac{\tau \cdot R}{2d^2} \right) \cdot \frac{dj(t)}{dt}} \times \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} F_n(\varphi_0) [J_{n+1}(x) - J_{n-1}(x)] e^{-x \frac{h}{R}} \frac{(1 - e^{-x \frac{d}{R}})}{x} \times [J_{n+1}(x \frac{r}{R}) - J_{n-1}(x \frac{r}{R})] \cos(n\varphi) dx. \quad (5)$$

Для выполнения конкретных оценок примем те же исходные данные, что и ранее:  $R=0.025$  м,  $h=0.0025$  м,  $d=0.001$  м.

Результаты настоящих вычислений оформлены в виде объёмных эпюр, рис. 2-4, где  $\Theta$  – угол "разрыва" в витке в относительных единицах. Здесь же для сравнения приведены аналоги, полученные ранее для идеально проводящей среды. Графические зависимости даны в относительных единицах с нормировкой на амплитуду индуцированного тока в аксиально-симметричной системе. "Провалы" на эпюрах соответствуют "разрывам" в витке.

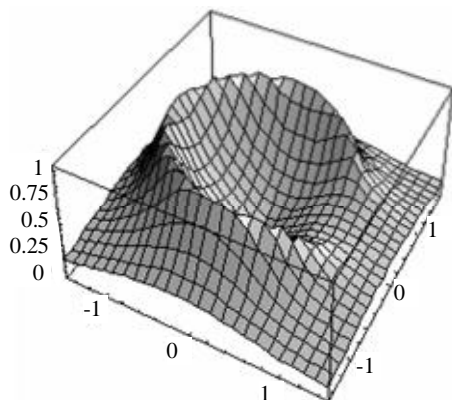


а

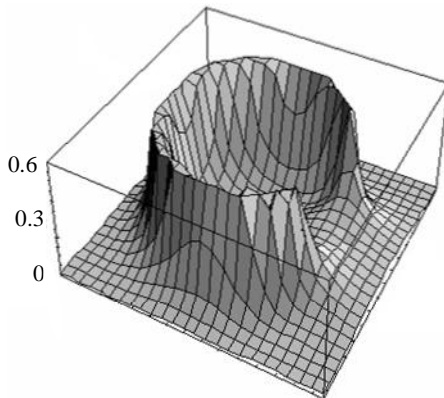


б

Рис. 2. Объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности тока, индуцированного аксиально-симметричным витком (без "разрыва") в металле тонкостенного листа (а) и на поверхности идеального проводника (б)

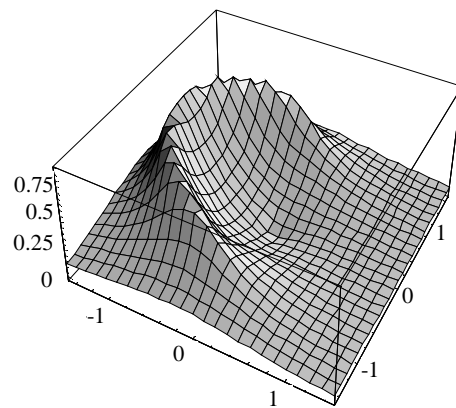


а

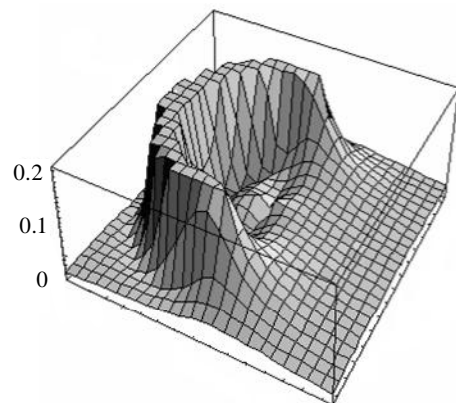


б

Рис. 3. Объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности тока, индуцированного витком с "разрывом",  $\Theta=0.2$  в металле тонкостенного листа (а) и на поверхности идеального проводника (б)



а



б

Рис. 4. Объёмные эпюры амплитудно-пространственного распределения плотности тока, индуцированного витком с "разрывом",  $\Theta=0.5$  в металле тонкостенного листа (а) и на поверхности идеального проводника (б)

## ВЫВОДЫ

Проведенные вычисления приводят к следующим выводам.

- Проникновение действующего поля сквозь металл тонкостенного листа в конечном итоге приводит к "растеканию" индуцированного тока в поперечном направлении от области непосредственно под витком индуктора. Справедливость данного утверждения достаточно ярко иллюстрируется результатами расчёта для двух крайне противоположных идеализаций: "абсолютно прозрачный" проводник (а) и "абсолютно не прозрачный" (идеальный) проводник.

- При увеличении ширины "разреза" в случае тонкостенного листового металла амплитуда индуцированного тока непосредственно под витком индуктора падает существенно меньше, чем в случае идеального проводника.

- Физически, данный факт можно объяснить тем, что с ростом электропроводности индуцированный ток всё более концентрируется под витком, и нарушение его аксиальной симметрии отражается на амплитуде вихревых токов более значимо, чем в случае низкой электропроводности, когда снижение этой амплитуды уже имело место за счёт диффузионных процессов и сопровождающего "растекания" тока в поперечных направлениях.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Элементы теории и численного расчёта электромагнитных процессов в проводящих средах / А.Д. Подольцев, И.Н. Кучерявая – К: ИЭ НАНУ, 1999. – 362 с.
2. Шнеерсон Г. А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверх сильных токов / Г. А. Шнеерсон. – [2-е изд.] – М.: – Энергоатомиздат, 1992. – 200 с.
3. Магнитно-импульсное притяжение листовых металлов – перспективное направление в развитии электромагнитной штамповки: XI Міжнародна науково-технічна конференція ["Проблеми сучасної електротехніки - 2010"]. (Київ 1-3 червня, 2010.) / Ю.В. Батыгин, А.В. Гнатов. – К.: Технічна електродинаміка, Тематичний випуск, 2010. – Ч.1. – С. 175-180.
4. Батыгин Ю.В. Силы, действующие на тонкостенный проводник, в проникающем поле плоского одновиткового соленоида / Ю.В. Батыгин, А.Ю. Бондаренко А.Ю. // Технічна електродинаміка. – К.: 2010. – № 1. – С. 9-14.
5. Туренко А.Н. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Том 3. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями: монография / А.Н. Туренко, Ю.В. Батыгин, А.В. Гнатов. – Харьков: ХНАДУ, 2009. – 240 с.
6. Батыгин Ю.В. Вихревые токи в тонких металлических листах при магнитно-импульсной обработке металлов / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, А.Ю. Бондаренко // Электричество. – М.: 2009. – № 9. – С. 61-65.
7. Батыгин Ю.В. Особенности токов, индуцированных низкочастотным полем одновиткового соленоида в плоских листовых металлах / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Е.А. Чаплыгин // Электротехника і електромеханіка. – 2005. – №3. – С. 69-73.
8. Батыгин Ю.В. Вихревые токи в плоских листовых металлических заготовках / Ю.В. Батыгин, Е.А. Чаплыгин // Электротехника і електромеханіка. – 2006. – № 5. – С. 54-59.
9. Батыгин Ю.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий (научное издание). Том 1. Издание второе, переработанное и дополненное. Под общей редакцией д.т.н., профессора Батыгина Ю.В. / Ю.В. Батыгин., В.И. Лавинский, Л.Т. Хименко. Харьков: Изд. "МОСТ-Торнадо". 2003. – 288 с.
10. Васецкий Ю.М. Приближённая модель для расчёта переменного магнитного поля произвольного контура с учётом вихревых токов в проводящем полупространстве / Ю.М. Васецкий, Л.В. Городжа И.Л. Мазуренко – К.: Технічна електродинаміка, Тематичний випуск [Моделювання електронних, енергетичних та технологічних систем]. – 1999. – Ч. 1. – С. 83-99.
11. Мэтьюз Дж. Математические методы физики / Дж. Мэтьюз, Р. Уокер. Пер. с англ. канд. физ.-мат наук В.П. Крайнова. М: Атомиздат, 1972. – 399 с.
12. Гнатов А.В. Расчет электромагнитных процессов в индукционной индукторной системе с массивным экраном конечной толщины / А.В. Гнатов // Электротехніка і електромеханіка. – 2009. – № 5. – С. 59-62.
13. Батыгин Ю.В. Цилиндрический виток конечной ширины с разрезом над идеально проводящим массивным проводником / Ю.В. Батыгин, А.В. Гнатов, Д.О. Смирнов // Электротехніка і електромеханіка. – 2011. – № 2. – С. 56-60.
14. Гнатов А.В. Прогрессивные технологии. Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями: монография / А.В. Гнатов, Ю.В. Батыгин, А.Н. Туренко. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 238 с.
15. Гнатов А.В. Электромагнитные процессы в индукторной системе с тонким круговым витком с разрезом над тонкостенным листом металла / А.В. Гнатов // Электротехніка і електромеханіка. – 2012. – № 5. – С. 51-55.

- Bibliography (transliterated):** 1. Podol'cev A.D., Kucheryavaya I.N. `Elementy teorii i chislennogo rascheta `elektromagnitnyh processov v provodyaschih sredah / A.D. Podol'cev, I.N. Kucheryavaya - K: I'E NANU, 1999. - 362 s. 2. Shneerson G. A. Polya i perehodnye processy v apparature sverh sil'nyh tokov / G. A. Shneerson. - [2-e izd.] - M.: - `Energoatomizdat, 1992. - 200 s. 3. Magnitno-impul'snoe prityazhenie listovyh metallov - perspektivnoe napravlenie v razvitii `elektromagnitnoj shtampovki: XI Mizhnarodna naukovo-tehnichna konferenciya ["Problemi suchasnoy elktrotehniki - 2010"]. (Kii'v 1-3 chervnya, 2010.) / Yu.V. Batygin, A.V. Gnatov. - K.: Tehnichna elektrodinamika, Tematichnij vipusk, 2010. - Ch.1. - S. 175-180. 4. Batygin Yu.V. Sily, dejstvuyuschie na tonkostennyj provodnik, v pronikayuschem pole ploskogo odnovitkovogo solenoida / Yu.V. Batygin, A.Yu. Bondarenko A.Yu. // Tehnichna elektrodinamika. - K.: 2010. - № 1. - C. 9-14. 5. Turenko A.N. Impul'snye magnitnye polya dlya progressivnyh metallov impul'snymi magnitnymi polyami: monografiya / A.N. Turenko, Yu.V. Batygin, A.V. Gnatov. - K.: HNADU, 2009. - 240s. 6. Batygin Yu.V. Vihrevye toki v tonkih metallicheskih listah pri magnitno-impul'snoj obrabotke metallov / Yu.V. Batygin, V.I. Lavinskij, A.Yu. Bondarenko // `Elektrichestvo. - M.: 2009. - № 9. - S. 61-65. 7. Batygin Yu.V. Osobennosti tokov, inducirovannyh nizkочастотnym polem odnovitkovogo solenoida v ploskih listovyh metallah / Yu.V. Batygin, V.I. Lavinskij, E.A. Chaplygin // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2005. - №3. - S. 69-73. 8. Batygin Yu.V. Vihrevye toki v ploskih listovyh metallicheskih zagotovkah / Yu.V. Batygin, E.A. Chaplygin // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2006. - № 5. - S. 54-59. 9. Batygin Yu.V. Impul'snye magnitnye polya dlya progressivnyh tehnologij (nauchnoe izdanie). Tom 1. Izdanie drugoe, pererabotannoe i dopolnennoe. Pod obshej redakciyey d.t.n., professora Batygina Yu.V. / Yu.V. Batygin., V.I. Lavinskij, L.T. Himenko. Har'kov: Izd. "MOST-Tornado". 2003. - 288 s. 10. Vaseckij Yu.M. Priblizhennaya model' dlya rascheta peremennogo magnitnogo polya proizvol'nogo kontura s uchedom vihrevykh tokov v provodyaschem poluprostranstve / Yu.M. Vaseckij, L.V. Gorodzha I.L. Mazurenko - K.: Tehnichna elektrodinamika, Tematichnij vipusk [Modelyuvannya elektronnih, energetichnih ta tehnologichnih sistem]. -1999. - Ch. 1. - S. 83-99. 11. M'et'yuz Dzh. Matematicheskie metody fiziki / Dzh. M'et'yuz, R. Uoker. Per. s angl. kand. fiz.-mat nauk V.P. Krajnova. M: Atomizdat, 1972. - 399 s. 12. Gnatov A.V. Raschet `elektromagnitnyh processov v indukcionnoj induktornoj sisteme s massivnym `ekranom konechnoj tolschiny / A.V. Gnatov // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2009. - № 5. - S. 59-62. 13. Batygin Yu.V. Cilindricheskij vitok konechnoj shiriny s razrezom nad ideal'no provodyaschim massivnym provodnikom / Yu.V. Batygin, A.V. Gnatov, D.O. Smirnov // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2011. - № 2. - S. 56-60. 14. Gnatov A.V. Progressivnye tehnologii. Teoriya i `eksperiment prityazheniya tonkostennyh metallov impul'snymi magnitnymi polyami: monografiya / A.V. Gnatov, Yu.V. Batygin, A.N. Turenko. - LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. - 238 s. 15. Gnatov A.V. `Elektromagnitnye processy v induktornoj sisteme s tonkim krugovym vitkom s razrezom nad tonkostennym listom metalla / A.V. Gnatov // Elektrotehnika i elektromehanika. - 2012. - №5.-S.51-55.

Поступила 03.02.2012

Гнатов Андрей Викторович, к.т.н., доц.

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет  
кафедра автомобильной электроники  
61002, Харьков, ул. Петровского 25  
тел. (057) 7003852, e-mail: kalifus@yandex.ru

Gnatov A.V.

### **A thin circular turn with a cut above a thin-walled sheet metal.**

Analysis of electromagnetic processes excited by the field of an open flat circular coil placed above a thin-walled sheet metal has been carried out in this article The basic relations for time-space distribution calculation of eddy currents in the considered inductor system have been derived. The obtained analytical relations have allowed making numerical evaluations and plotting three-dimensional amplitude-space distribution diagrams of induced current density in the thin-walled sheet metal.

**Key words – magnetic pulse metal working, inductor system, electromagnetic processes, thin-walled sheet workpiece, eddy-currents.**