

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ И ИЗМЕРЕНИЕ ВНЕШНИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ. ЧАСТЬ 1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ.

Проведено аналіз можливості використання явищ надпровідності для вимірювання зовнішніх магнітних полів електротехнічних пристроїв (електричних машин, трансформаторів та ін.).

Проведен анализ возможности использования явления сверхпроводимости для измерения внешних магнитных полей электротехнических устройств (электрических машин, трансформаторов и др.).

Проблема электромагнитной совместимости с ростом энерговооруженности в процессе развития цивилизации становится все более актуальной. Понятие электромагнитной совместимости может относиться к совместимости и взаимному влиянию рядом установленного электрооборудования или электрооборудования и измерительных приборов (особенно в таких пространственно ограниченных объектах, как морские суда, летательные аппараты и др.), к воздействию внешних электромагнитных полей на средства радиосвязи и управления, но может относиться и к экологической проблеме, связанной с влиянием внешних магнитных полей на человека.

В связи с этим возникает необходимость во все более точном измерении внешних магнитных полей различного рода технических объектов, в первую очередь энергетического электрооборудования (электрические машины, трансформаторы распределительные устройства и др.). Точность измерений в значительной мере зависит от электромагнитной обстановки в месте измерений, то есть от уровня промышленных электромагнитных помех, который может превышать по величине само измеряемое внешнее магнитное поле электрооборудования. При измерении постоянных внешних магнитных полей электрооборудования возникает необходимость "отстроиться" от магнитного поля Земли (МПЗ), (например, скомпенсировать противополопом в объеме измерений), которое достигает на поверхности Земли максимальных значений [1]: 0,7 эрстед ($1\text{Э} = 10^3/4\pi \text{ А/м}$) – вертикальная компонента на полюсе, 0,4 эрстед – горизонтальная компонента на экваторе.

На спутниках магнитное поле Земли используют для первичной ориентации в пространстве, а для межпланетных космических аппаратов внешнее по отношению к ним магнитное поле практически отсутствует. Напряженность магнитного поля в космическом пространстве приближенно оценивается величиной $5 \cdot 10^{-5}\text{Э}$ (индукция – $5 \cdot 10^{-5} \text{ Гс}$). Имеется в виду Солнечная система. Для сравнения: в межгалактическом пространстве магнитное поле имеет величину порядка 10^{-9} Гс ($1\text{Гс} = 10^{-4} \text{ Тл}$), а вблизи плоскости Галактики – 10^{-6} Гс [2]. Таким образом, для приборов и человека, находящихся на космических аппаратах, источником внешних магнитных полей являются устройства и блоки самого космического аппарата и ограничительные жесткие требования по величине этих полей предъявляются уже на расстоянии одного – двух десятков сантиметров от поверхности этих блоков.

Что касается фоновых внешних магнитных полей

на промышленных предприятиях и в крупных городах, то можно сослаться на работу [3], где приводятся результаты измерений постоянного магнитного поля в городской квартире на расстоянии 100 м от трамвайной линии и 1 км от линии электропоезда в ночное и дневное время [0,004 Гс (0,4 мкТл) и 0,025 Гс (2,5 мкТл) соответственно]. В то же время всплески магнитного поля на удаленных от электро- и автотранспорта улицах достигали 0,1 Гс (10 мкТл). На территории промышленных предприятий такие фоновые поля в десятки раз больше. Такого же уровня могут быть и измеряемые вблизи от маломагнитного электрооборудования внешние магнитные поля. Поэтому точность измерений внешнего магнитного поля в таких условиях существенным образом зависит от того, насколько возможно нейтрализовать (исключить, компенсировать) влияние промышленных помех.

С этой целью могут быть использованы необычные свойства явления сверхпроводимости, в частности квантовый характер этого явления. Первый вопрос, который при этом возникает, не будет ли само измеряемое поле или поле промышленных помех препятствовать сверхпроводящему переходу при понижении температуры до критической.

Качественную оценку измеряемых внешних магнитных полей электрооборудования проведем по эмпирическим формулам, приведенным в [4], где магнитный момент (Ам^2) электрооборудования определялся в зависимости от мощности $M = C \cdot P$. Наибольший коэффициент пропорциональности $C = 0,7$ у двухполюсных асинхронных двигателей (мощность до $P = 100 \text{ кВт}$). В научно-техническом центре магнетизма технических объектов (НТЦ МТО) НАН Украины (г. Харьков) измерительная система контурных обмоток [5] имеет радиус $R_{\text{и}} \approx 2 \text{ м}$ и позволяет измерять магнитные моменты объектов ($0,5 - 1000 \text{ Ам}^2$ с габаритами до $(2 \times 2 \times 3) \text{ м}^3$ [6, 7]. Для малогабаритных и маломощных объектов радиус измерений $R_{\text{и}}$ может быть и меньше, учитывая то, что для большинства объектов измерения на расстоянии 2-3 габаритов поле определяется в основном дипольной составляющей. Свойством легко изменять расстояние измерений $R_{\text{и}}$ обладает измерительная система четырех точечных датчиков, расположенных равномерно по окружности $R_{\text{и}}$. Две системы таких датчиков описаны в [8]. Исходя из сказанного оценим величину измеряемого поля на расстояниях $R_{\text{и}} = 0,5 \text{ м}$, $R_{\text{и}} = 1 \text{ м}$, $R_{\text{и}} = 2 \text{ м}$ для объекта мощностью $P = 100 \text{ кВт}$.

$$H_{u0,5} = \frac{M}{2\pi R_u^3} = \frac{0,7 \cdot P}{2\pi R_u^3} = \frac{0,7 \cdot 100}{2\pi \cdot 0,5^3} \approx 89 \frac{\text{А}}{\text{м}} (1,12 \text{ Э});$$

$$B_{u0,5} = \mu_0 H_{u0,5} = 112 \text{ мкТл} (1,12 \text{ Гс});$$

$$H_{u1} = \frac{0,7 \cdot P}{2\pi R_u^3} = \frac{0,7 \cdot 100}{2\pi \cdot 1^3} \approx 11,14 \frac{\text{А}}{\text{м}} (0,14 \text{ Э});$$

$$B_{u1} = \mu_0 H_{u1} = 14 \text{ мкТл} (0,14 \text{ Гс});$$

$$H_{u2} = \frac{0,7 \cdot P}{2\pi R_u^3} = \frac{0,7 \cdot 100}{2\pi \cdot 2^3} \approx 1,39 \frac{\text{А}}{\text{м}} (17,5 \text{ мЭ});$$

$$B_{u2} = \mu_0 H_{u2} = 1,75 \text{ мкТл} (17,5 \text{ мГс}).$$

Для объекта мощностью 100 кВт расстояние $R_u = 0,5$ м не реально, так как расстояние R_u должно равняться (2-3) габаритных размера измеряемого объекта. Таким образом, величина измеряемых внешних магнитных полей находится на уровне промышленных помех и МПЗ.

Основные свойства низкотемпературных сверхпроводников изложены в Приложении. Как следует из табл. П1 максимальная критическая напряженность магнитного поля таких сверхпроводящих материалов лежит в пределах $50 \div 1400$ Эрстед (индукция 5-140 мТл). Например, ванадий имеет критические температуру и поле $T_k = 5,3$ К, $B_k = 1370$ Гс; свинец – $T_k = 7,2$ К, $B_k = 803$ Гс (80,3 мТл). Таким образом, принципиальных препятствий к использованию сверхпроводящих проводников для обмоток измерительных элементов внешних магнитных полей электрооборудования не существует. Кроме того, недалеко то время, когда промышленность начнет выпускать проводники из высокотемпературных сверхпроводящих материалов (ВТСП), и для охлаждения и перевода в сверхпроводящее состояние потребуются не гелиевые температуры, а температура жидкого азота ($\sim 77^\circ\text{K}$), что сделает сверхпроводящие установки в целом значительно дешевле. Согласно [9] промышленность России и других стран уже освоили опытно-промышленное производство обмоточных материалов на базе сверхпроводников семейства висмутовых купритов ($T_k = 110$ °К), которые могут работать в поперечном магнитном поле до 0,3 Тл при температуре 77,3 °К. Вместе с тем активно ведутся исследования по новому, как считают перспективному, классу ВТСП на основе арсенида железа [10].

Для целей измерения внешних магнитных полей могут быть использованы наблюдаемые в сверхпроводниках эффекты Мейснера (выталкивание магнитного поля из сверхпроводника) и Оннеса (захват, "замораживание" магнитного потока в сверхпроводящем кольце). Эффект Джозефсона (туннельный переход) используется для измерения очень малых магнитных полей и такие приборы (датчики магнитного поля) существуют. В частности, в [11, 12] описан принцип действия двухконтактного СКВИДа (название определяет группу приборов, измеряющих очень малые магнитные поля, напряжения и др.), основанный на использовании двух Джозефсоновских переходов, который позволяет измерять магнитные поля до 10^{-11} Гс [11].

Эффект Мейснера может быть использован в сосредоточенных (точечных) датчиках магнитного поля

[8]. Для этого может быть применено устройство Мейснера, рис. 1. [13].

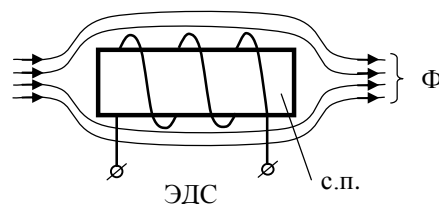


Рис. 1

Вокруг цилиндра из сверхпроводящего материала намотана обмотка. Если температура сверхпроводящего сердечника меньше критической T_k , то магнитный поток не может пройти через него (и, следовательно, сквозь катушку), т.к. идеальный диамагнетизм сверхпроводников первого рода приводит к тому, что магнитное поле Ленца, создаваемое сверхпроводящими электронами, циркулирующими в тонком поверхностном слое сверхпроводника (без потерь энергии), в точности равно и противоположно по направлению магнитному полю, приложенному извне. Если поднять температуру сверхпроводника выше критического значения, то через сердечник и, следовательно, через катушку обычным образом пройдет магнитный поток. При каждом переходе через критическую температуру, как при нагревании, так и при охлаждении сверхпроводящего вещества сердечника, в катушке генерируется импульс напряжения (переход в сверхпроводящее состояние происходит скачком). Импульс напряжения вызывается (в соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея и правила Ленца) внезапным изменением магнитного потока, сцепленного с катушкой, при переходе через критическую температуру. Установка температуры вещества сверхпроводящего сердечника выше или ниже критического значения T_k равнозначна включению или выключению магнитного потока, проходящего через катушку. Если этот механизм переключения (нагревание и охлаждение) срабатывает достаточно быстро, то в катушке наводится переменное напряжение с амплитудой, пропорциональной составляющей внешнего магнитного поля в направлении оси катушки [13]. Для целей измерения внешних магнитных полей (электрооборудования, технических объектов) возможность применения таких быстрых переключений сомнительна. Следует ориентироваться на единичные переключения (сверхпроводящее – нормальное состояние и наоборот).

Поскольку сверхпроводимость исчезает при малой критической напряженности магнитного поля H_k , этот метод пригоден для измерения только слабых магнитных полей $H < H_k$ (см. Приложение, табл. П1).

Эффект Оннеса может быть использован для работки, как сосредоточенных обмоток (точечных датчиков) [8], так и контурных обмоток [5]. Если проволока, изогнутая в форме замкнутого контура, помещена в магнитное поле, то часть магнитного потока будет проходить сквозь контур (сцеплена с контуром). Если затем охладить проволоку до температуры соответствующей состоянию сверхпроводимости ($T < T_k$) и уда-

лечь контур от источника магнитного поля (или наоборот удалить источник магнитного поля), то через контур будет проходить тот же самый магнитный поток, который был сцеплен с контуром. Иначе говоря, магнитный поток "захватывается" контуром, находящимся в сверхпроводящем состоянии, поскольку при удалении магнитного поля, в контуре наводятся сверхпроводящие токи, создающие такое же магнитное поле, какое было сцеплено с контуром. Для наглядности приведем рис. 2, взятый из работы [14].

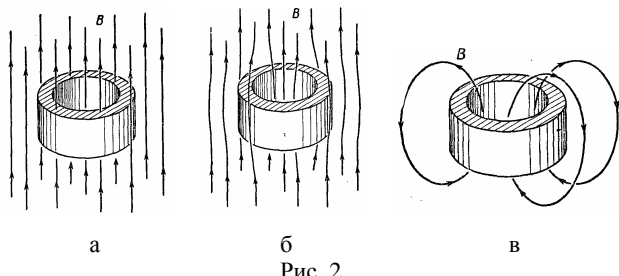


Рис. 2

На рис. 2,а кольцо находится в нормальном состоянии, и магнитное поле проходит и сквозь тело кольца. На рис. 2,б кольцо охлаждено до сверхпроводящего состояния и магнитное поле вытолкнуто из тела сверхпроводника в соответствии с эффектом Мейснера. На рис. 2,в убрали источник магнитного поля, но часть потока, сцепленная с кольцом на рис. 2,б, превратилась теперь в собственный поток сверхпроводящего кольца, по поверхности которого протекает теперь сверхпроводящий ток, создающий этот поток. Кольцо на рис. 2 имеет прямоугольное поперечное сечение только для наглядности, оно может быть круглого сечения, квадратного и др.

Такого рода сверхпроводящие кольца, включенные на измерение (точнее расположенные для измерения) дипольных магнитных моментов, могут использоваться в качестве контурных измерительных систем [5] (измеряемый объект внутри ИС) для измерения постоянных, остаточных и индуцированных полей. Если два кольца расположены по дипольной схеме, то после измерения захваченных каждым из колец потоков, результат определяется как сумма показаний. Малого размера сверхпроводящие кольца могут использоваться в качестве точечных датчиков, включенных по помехозащитной схеме четырех датчиков [8] (расположенных по вышеуказанной схеме), однако в этом случае величина измеряемого потока будет очень малой.

Захваченный сверхпроводящими кольцами поток (и соответствующее поле B) может быть измерен как до, так и после удаления измеряемого объекта. Причем, измерение захваченного потока, возможно, производить в каждом отдельном кольце. После измерения, захваченных каждым из колец потоков, результат определяется по схеме их расположения в измерительном устройстве.

Возможен способ измерения захваченного потока (и поля B) с помощью измерения тока в кольце или ЭДС (при переводе сверхпроводящих колец в нормальное состояние – нагреванием выше температуры T_k). Для этого может использоваться плотно приле-

гающая к кольцу измеряющая ЭДС обмотка.

Если измерительные элементы точечных или контурных измерительных систем выполняются из сверхпроводников второго рода (к которым относятся и ВТСП), то следует учитывать, что сверхпроводящий переход в них происходит при втором критическом поле H_{k2} (B_{k2}), которое в несколько раз больше первого критического поля. При этом незначительная часть магнитного потока (соответствующая полю $H_{k1} < H < H_{k2}$) будет проникать в сверхпроводящие элементы ИС и до перехода в нормальное состояние. Это касается в первую очередь точечных датчиков (элементов Мейснера). На точность измерений контурными ИС это обстоятельство повлиять не может, так как площадь, занимаемая сверхпроводящим материалом обмоток, ничтожна по сравнению с площадью, соответствующей измеряемому магнитному потоку.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В табл. П1, взятой из работы [15], приведены приближенные значения критической температуры T_k и критического поля H_{k0} для чистых веществ-сверхпроводников.

Таблица П1

Элемент	$T_k, ^\circ\text{K}$	$H_{k0}, \text{Э}$	Элемент	$T_k, ^\circ\text{K}$	$H_{k0}, \text{Э}$
Алюминий	1,19	99	Протактиний	1,3	-
Ванадий	5,3	1370	Ртуть- α	4,15	411
Вольфрам	0,012	1070	Ртуть- β	3,95	340
Галлий	1,09	51	Рений	1,7	198
Индий	3,40	293	Рутений	0,5	66
Иридий	0,14	20	Свинец	7,2	803
Кадмий	0,55	30	Тантал	4,39	830
Лантан- α	4,8	-	Технеций	7,8	1410
Лантан- β	5,9	1600	Торий	1,37	162
Молибден	0,92	-	Титан	0,39	100
Ниобий	9,2	1944	Таллий	2,39	171
Осмий	0,65	65	Уран	0,2	-
Олово- α	3,72	309	Цинк	0,9	53
Олово- β	5,3	-	Цирконий	0,55	47

Примечание: 1Э соответствует индукции 10^{-4} Тл.

Магнитное поле не проникает в сверхпроводник. Однако, с увеличением магнитного поля, сверхпроводимость разрушается, (напряженность критического поля обозначается H_k). Критическое поле зависит от температуры и при температуре, равной критической T_k , обращается в нуль (рис. П1). Эта зависимость описывается формулой:

$$H_k(T) = H_{k0} \left[1 - \left(\frac{T}{T_k} \right)^2 \right].$$

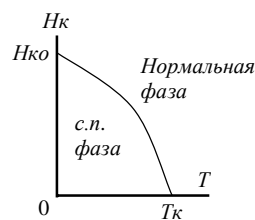


Рис. П1

Исчезновение сопротивления является не единственной особенностью сверхпроводников.

Примерно 20 лет после открытия явления сверхпроводимости (1911 г. Комерлинг-Оннес) считалось, что сверхпроводник – это металл с нулевым сопротивлением $\rho=0$ (идеальный проводник). В 1933 г. Мейснер и Оксенфельд установили, что магнитное поле не проникает в толщу сверхпроводника всегда, независимо от того, когда материал переводится в сверхпроводящее состояние (охлаждается до $T \leq T_k$) – до внесения в магнитное поле или после. В первом случае и идеальный проводник, и сверхпроводник будут вести себя одинаково: на поверхности возникает индуцированный ток, создающий магнитный поток, направленный встречно и равный внешнему полю в соответствии с правилом Ленца, и магнитное поле в образец не проникает. Во втором случае магнитное поле в идеальный проводник проникло до его охлаждения, и оно останется в нем после охлаждения до температуры, ниже критической. При охлаждении сверхпроводника до температуры $T < T_k$ магнитный поток выталкивается из него (эффект Мейснера). В сверхпроводнике при $T < T_k$ всегда $B=0$, что соответствует нулевой магнитной проницаемости (идеальный диамагнетик). Сверхпроводящий ток (и поле) сосредоточен в малом поверхностном слое сверхпроводника, порядка нескольких сот ангстрем ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$), что соответствует нескольким сотням межатомных расстояний (напомним, что период кристаллической решетки примерно 10^{-10} м).

Внешнее магнитное поле, вызывающее сверхпроводящий ток, никакой работы над заряженными частицами не совершает. Электрическое поле, которое в обычных металлах совершает работу и тем самым может поддерживать постоянство электрического тока, в данном случае отсутствует. Эффект Мейснера и отсутствие сопротивления тесно связаны между собой.

Если кольцо из сверхпроводящего материала поместить в магнитное поле и затем перевести его в сверхпроводящее состояние, т.е. понизить температуру до $T < T_k$, после чего выключить источник магнитного поля, то в кольце, в соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея, индуктируется ток, который уже не затухает. Этот ток будет препятствовать уменьшению магнитного потока, сцепленного с кольцом, а затем будет поддерживать магнитный поток на прежнем уровне. Другими словами в сверхпроводящем кольце оказался "замороженным" магнитный поток, а по кольцу протекает незатухающий сверхпроводящий ток (эффект Оннеса). Такой ток может существовать в кольце годами, практически не затухая. При этом, "замороженный" в кольце магнитный поток не может принимать произвольные значения. Экспериментально установлено, что магнитный поток в полой сверхпроводящем цилиндре может принимать только значения, кратные величине $\Phi_0 = h/2e = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Вб}$ (квант магнитного потока) [11, 15], где h – постоянная Планка, e – заряд электрона. В этом случае наблюдаются квантовые эффекты на макроскопическом уровне.

Возвращаясь к рассмотрению сверхпроводящего кольца, с незатухающим полем отметим, что ток в кольце (как и связанный с ним поток) может изме-

няться только квантовым образом. Для всего электронного коллектива, движущегося в кольце, возникает гигантская боровская орбита. Хотя движение электронов по кольцу является движением с ускорением, излучения электромагнитной энергии не наблюдается по той же причине, что и в случае электрона, движущегося вокруг атомного ядра по разрешенной постулатами Бора орбите. Но с помощью сверхпроводящего кольца мы наблюдаем гигантский квантовый эффект; кванты макроскопических величин – тока и потока. Если использовать боровское условие квантования момента количества движения (импульса $p = mV$) $mVr = N\hbar$ применительно к электронам, движущимся в кольце, то под r следует понимать радиус кольца, в котором циркулирует сверхпроводящий ток (m – масса, V – скорость, N – целое число, $\hbar = h/2\pi$). Это условие равнозначно тому, что на разрешенной боровской орбите (на окружности сверхпроводящего кольца в данном случае) должно уместиться целое число волн Де Бройля $2\pi r = N\lambda_D = Nh/mV$ (длина волны Де Бройля $\lambda_D = h/mV$). Энергия n электронов, движущихся по кольцу со скоростью V , равна $W = nmV^2/2 = npV/2$. Энергия тока I в кольце, создающего поток $\Phi = LI$, где L – индуктивность кольца, равна $W = LI^2/2 = \Phi I/2$. Сила тока, создаваемого в кольце n электронами, движущимися со скоростью V , равна $I = nVe/2\pi r$, тогда энергия $W = \Phi nVe/4\pi r$. Из сравнения двух формул энергии получаем импульс: $p = mV = \Phi e/2\pi r$. Подставляя в условие квантования, определяем поток $\Phi = Nn/e = N\Phi_0$, где Φ_0 – Лондоновский квант магнитного потока, предсказанный Ф. Лондоном в 1950 г. Однако, он не учел, что заряженные частицы (куперовские пары) имеют заряд $2e$. Тогда квант потока равен: $\Phi_0 = h/2e$.

Решающую роль в понимании явления сверхпроводимости сыграло открытие в 1950 г. изотопического эффекта. Оказалось, что критическая температура сверхпроводящего перехода T_k зависит от атомной массы изотопа, которая является характеристикой решетки кристалла и может влиять на ее свойства (частота решеточных колебаний обратно пропорциональна корню квадратному от массы ионов).

Возбужденное состояние кристаллической решетки (причина – движущийся в кристалле электрон) описывается с помощью звуковых квантов (квазичастиц) – фононов. Следовательно, сверхпроводимость обусловлена взаимодействием электронов с решеткой кристаллов (электрон-фононное взаимодействие). В 1956 г. Л. Купер рассмотрел задачу о двух дополнительных электронах, добавленных к полному набору электронов, характеризующему металл при $T = 0 \text{ }^\circ\text{K}$ (все электронные уровни заполнены вплоть до максимальной энергии (энергии Ферми E_F)). Он доказал, что при некоторых условиях (равные и противоположные импульсы и спины) эти электроны могут образовать связанное состояние даже при сколь угодно слабом притяжении между ними (куперовские пары). Притяжение между двумя отрицательно заряженными электронами можно трактовать следующим образом.

При взаимодействии одного из электронов с колеблющейся кристаллической решеткой, последняя экранирует его отрицательный заряд положительными зарядами своих ионов, в результате чего он как бы становится положительно заряженным и может притягивать к себе другой электрон. Электроны образующие куперовскую пару, должны иметь противоположно направленные спины (при которых притяжение будет сильнее). Как показал Купер, своего партнера по паре электрон выбирает не из числа ближайших соседей, а среди более отдаленных электронов. Куперовская пара имеет размеры $2 \times (10^{-4} \div 10^{-3})$ см, что значительно превышает среднее расстояние между атомами в кристаллической решетке ($10^{-8} \div 10^{-7}$) см. Своего рода "дальнодействие" взаимодействия электронов в паре. Все электроны, участвующие в образовании куперовских пар, связаны между собой. Причем другие электроны (ниже уровня Ферми) не только не участвуют в образовании куперовских пар, но и "не мешают" этому процессу. В результате энергия отрыва электрона от куперовской пары во много раз больше энергии связи одной пары, поскольку перевод электрона с каким-то конкретным значением импульса P_i из связанного состояния в одноэлектронное, удаляет из системы куперовских пар не одну, а много большее число пар, которые могли бы образоваться с участием этого импульса. Отсюда и следует наличие энергетической щели, препятствующей разрушению состояния сверхпроводимости. С микроскопической точки зрения при $T < T_c$ в системе, обладающей свойством сверхпроводимости, образуется макроскопическое большое число сильно связанных между собой куперовских пар электронов, имеющих равные и противоположно направленные импульсы, суммарный спин $J = 0$ и суммарный заряд $2e$, т.е. представляющих собой своеобразные заряженные частицы Бозе-Эйнштейна (подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна), которые должны проявлять свойство бозеконденсации и сверхтекучести [16]. А сверхтекучесть заряженной "жидкости" и есть сверхпроводимость. Такое понимание процесса сверхпроводимости было достигнуто к 1957 г., когда вышла работа Бардина, Купера, Шриффера с изложением микроскопической теории сверхпроводимости (теории БКШ). Еще раньше была предложена теория Лондонов, объясняющая явление сверхпроводимости на феноменологическом уровне (1935 г.).

Согласно теории Лондонов электроны в сверхпроводнике можно рассматривать как совокупность двух электронных коллективов: сверхпроводящих и нормальных электронов. Плотность сверхпроводящих электронов n_s должна уменьшаться с повышением температуры и обращаться в нуль при $T = T_c$. При $T = 0$ величина n_s должна равняться плотности всех свободных электронов металла. Это формулировка так называемой двухжидкостной модели сверхпроводимости. В стационарных условиях, когда электрического поля нет, нормальные электроны покоятся.

Предложенные Лондонами уравнения дали описание поведения сверхпроводящей компоненты электронной жидкости в постоянном и переменном электромагнитном поле. С их помощью удалось описать

многие аспекты поведения сверхпроводников, в частности эффект Мейснера.

Получим эти уравнения [17] в системе единиц СИ. Предположим, что внутри сверхпроводника возникло электрическое поле \vec{E} . Сверхпроводящие электроны будут ускоряться (не передавая своего импульса p кристаллической решетке) согласно уравнению движения (второй закон Ньютона):

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = e\vec{E} \quad \text{или} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} \quad (\text{П1})$$

Плотность тока n_s сверхпроводящих электронов, движущихся со скоростью V , равна:

$$\vec{J} = n_s e \vec{V} = n_s e \frac{\vec{p}}{m}.$$

Подставляя в (П1), получим:

$$\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = e^2 \frac{n_s}{m} \vec{E}.$$

Взяв ротор от обеих частей этого равенства, и используя закон электромагнитной индукции Фарадея

$$\left(\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right), \quad \text{находим:} \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\text{rot} \vec{J} + \frac{e^2 n_s}{m} \vec{B} \right) = 0.$$

Отсюда следует, что в любой среде, которая проводит электрический ток без диссипации, выражение в скобках не зависит от времени. А поскольку в начальный момент времени, т.е. до возбуждения тока в сверхпроводнике $J = 0$, $B = 0$, то в любой момент времени, должно быть (уравнение Лондонов)

$$\text{rot} \vec{J} = -\frac{n_s e^2}{m} \vec{B}. \quad (\text{П2})$$

Так как $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$, где \vec{A} – векторный потенциал, то из (П2) следует, что

$$\text{rot} \left(\vec{J} + \frac{e^2 n_s}{m} \vec{A} \right) = 0.$$

Одним из решений этого уравнения является равенство:

$$\vec{J} = -\frac{n_s e^2}{m} \vec{A}. \quad (\text{П3})$$

Эта формула связывает сверхпроводящий ток с векторным потенциалом электромагнитного поля. Из первого уравнения Максвелла

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad \text{или} \quad \text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

следует (с учетом равенства $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$ и калибровки $\text{div} \vec{A} = 0$):

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{B} &= \text{rot} \text{rot} \vec{A} = \text{grad} \text{div} \vec{A} - \text{div} \text{grad} \vec{A} = \\ &= -\text{div} \text{grad} \vec{A} = -\nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \vec{J} \end{aligned} \quad (\text{П4})$$

Подставим (П3) в (П4) и получим

$$\nabla^2 \vec{A} = \mu_0 \frac{n_s e^2}{m} \vec{A} = \lambda^{-2} \vec{A}, \quad (\text{П5})$$

где $\lambda = \sqrt{m / (n_s \mu_0 e^2)}$ – лондоновская глубина проникновения поля.

Взяв ротор от обеих частей равенства (П5), получим уравнение

$$\nabla^2 \bar{B} = \lambda^{-2} \bar{B}.$$

Если граница сверхпроводника плоская, то это уравнение принимает вид:

$$\frac{d^2 \bar{B}}{dZ^2} = \lambda^{-2} \bar{B},$$

решение которого $B(Z) = B_0 e^{-\frac{Z}{\lambda}}$, где $B_0 = B(0)$, ось Z направлена вглубь сверхпроводника.

Распределение тока в пространстве найдем из первого уравнения Максвелла:

$$\bar{J} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot} \bar{B}; \quad J = \frac{B_0}{\mu_0 \lambda} e^{-\frac{Z}{\lambda}}.$$

Следовательно, магнитное поле и электрический ток распределены в приповерхностном слое сверхпроводника, толщина которого $\lambda = \sqrt{m / (\mu_0 n_s e^2)}$.

Приведем здесь таблицу значений лондоновской глубины проникновения (при $T=0$ К) для некоторых сверхпроводников, взятую из работы [11].

Таблица П2

Элемент	Al	Cd	Hg	In	Nb	Pb	Sn	Tl
$\lambda(0)$, НМ	50	130	38-45	64	47	39	51	92

Ввиду малости этой величины, токи в сверхпроводниках, размеры которых гораздо больше, чем глубина проникновения λ_0 , можно считать поверхностными. Именно они ответственны за эффект Мейснера-Оксенфельда. Создаваемое ими поле в области сверхпроводника равно и противоположно внешнему магнитному полю (вызвавшему эти токи). Однако, теория Лондонов, как локальная теория, применима при условии $H \ll H_c$, т.е. вдали от критического поля [16].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яновский Б.М. Земной магнетизм. Ч.1 – Л.: Изд. Ленинградского университета, 1964. – 591 с.
2. Фортвов В.Е. Экстремальные состояния вещества на Земле и в космосе // УФН. – 2009. – № 6. – С. 653-687.
3. Реутов Ю.Я., Литвиненко А.А. Многоконтурные ортогональные магнитные системы для создания однородных полей в объеме помещений // Электричество. – 1987. – № 10. – С. 23.
4. Заутнер Ф.Л., Пилюгина О.Ю., Розов В.Ю. Вероятностный метод прогнозирования электромагнитных полей электрооборудования в низкочастотном диапазоне // Техническая электродинамика. – 1994. – № 1. – С. 3-6.
5. Боев В.М. Экспериментальное определение распределения полей рассеяния электрооборудования в окружающем пространстве // ИВУЗ. – Энергетика. – 1981. – № 6. – С. 32-37.
6. Розов В.Ю., Ерисов А.В., Волохов С.А. Стенд для измерения магнитных моментов изделий // Труды междунар. научн.-техн. конф. "Метрология в электронике-97". – Харьков: ГНПО "Метрология", 1997. – Т.1 – С. 167-169.
7. Луников В.С. и др. Улучшение однородности магнитного поля в рабочей области магнитоизмерительного стенда. – Электротехника и электромеханика. – 2005. – № 4. – С. 51-53.
8. Дегтярев В.В. Точечный магнитометрический метод определения дипольных магнитных моментов источников внешнего магнитного поля // Техническая электродинамика. – 1998. – № 3 – С. 19-24.
9. Дорофеев В.В. и др. Проблемы создания и применения в электрических сетях устройств, использующих явление сверхпроводимости // Электричество. – 2005. – № 7. – С. 22-25.

10. Изюмов Ю.А., Курмаев Э.З. Новый класс высокотемпературных сверхпроводников в FeAs-системах // УФН. – 2008. – № 12. – С. 1307.
11. Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. – М.: Наука, 1982. – 240 с.
12. Афанасьев Ю.В., Студенцов Н.В., Щелкин А.П. Магнитометрические преобразователи, приборы, установки. – Л.: Энергия, 1972. – 272 с.
13. Бэрк Г. Справочное пособие по магнитным явлениям. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 384 с.
14. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т.9. Квантовая механика. – М.: Мир, 1978.
15. Кресин В.З. Сверхпроводимость и сверхтекучесть. – М.: Наука, 1978. – 190 с.
16. Гинзбург В.Л. Сверхпроводимость: позавчера, вчера, сегодня, завтра // УФН. – 2000. – № 6. – С. 619-629.
17. Федорченко А.М. Теоретическая физика. Классическая электродинамика. – К: Вища школа, 1988. – 280 с.

Bibliography (transliterated): 1. Yanovskij B.M. Zemnoj magnetizm. Ch.1 - L.: Izd. Leningradskogo universiteta, 1964. - 591 s. 2. Fortov V.E. `Ekstremal'nye sostoyaniya veschestva na Zemle i v kosmose // UFN. - 2009. - № 6. - S. 653-687. 3. Reutov Yu.Ya., Litvinenko A.A. Mnogokonturnye ortogonal'nye magnitnye sistemy dlya sozdaniya odnorodnyh poлей v ob'eme pomeshchenij // `Elektrichestvo. - 1987. - № 10. - S. 23. 4. Zautner F.L., Pilyugina O.Yu., Rozov V.Yu. Veroyatnostnyj metod prognozirovaniya `elektromagnitnyh poлей `elektrooborudovaniya v nizkочастotnom diapazone // Tehnicheskaya `elektrodinamika. - 1994. - № 1. - S. 3-6. 5. Boev V.M. `Eksperimental'noe opredelenie raspredeleniya poлей rasseyaniya `elektrooborudovaniya v okruzhayuschem prostranstve // IVUZ. - `Energetika. - 1981. - № 6. - S. 32-37. 6. Rozov V.Yu., Erisov A.V., Volohov S.A. Stend dlya izmereniya magnitnyh momentov izdelij // Trudy mezhdunar. nauchn.-tehn. konf. "Metrologiya v `elektronike-97". - Har'kov: GNPO "Metrologiya", 1997. - T.1 - S. 167-169. 7. Lupikov V.S. i dr. Uluchshenie odnorodnosti magnitnogo poля v rabochej oblasti magnitoizmeritel'nogo stenda. - Elektrotehnika i elektromekhanika. - 2005. - № 4. - S. 51-53. 8. Degtyarev V.V. Tochechnyj magnitometricheskij metod opredeleniya dipol'nyh magnitnyh momentov istochnikov vneshnego magnitnogo poля // Tehnicheskaya `elektrodinamika. - 1998. - № 3 - S. 19-24. 9. Dorofeev V.V. i dr. Problemy sozdaniya i primeneniya v `elektricheskikh setyah ustrojstv, ispol'zuyushih yavlenie sverhprovodimosti // `Elektrichestvo. - 2005. - № 7. - S. 22-25. 10. Izyumov Yu.A., Kurmaev `E.Z. Novyj klass vysokotemperaturnyh sverhprovodnikov v FeAs-sistemah // UFN. - 2008. - № 12. - S. 1307. 11. Shmidt V.V. Vvedenie v fiziku sverhprovodnikov. - M.: Nauka, 1982. - 240 s. 12. Afanas'ev Yu.V., Studencov N.V., Schelkin A.P. Magnitometricheskie preobrazovateli, pribory, ustanovki. - L.: `Energiya, 1972. - 272 s. 13. B'erk G. Spravochnoe posobie po magnitnym yavleniyam. - M.: `Energoatomizdat, 1991. - 384 s. 14. Fejnman R., Lejton R., S'ends M. Fejnmanovskie lekcii po fizike. T.9. Kvantovaya mehanika. - M.: Mir, 1978. 15. Kresin V.Z. Sverhprovodimost' i sverhtekuchest'. - M.: Nauka, 1978. - 190 s. 16. Ginzburg V.L. Sverhprovodimost': pozavchera, vchera, segodnya, zavtra // UFN. - 2000. - № 6. - S. 619-629. 17. Fedorchenko A.M. Teoreticheskaya fizika. Klassicheskaya `elektrodinamika. - K: Vischa shkola, 1988. - 280 s.

Поступила 18.04.2012

Боев Вячеслав Михайлович, д.т.н., проф.
Национальный технический университет
"Харьковский политехнический институт"
кафедра "Теоретические основы электротехники"
61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
тел. (057) 7076961.

Boev V.M.

Superconductivity and measurement of external magnetic fields of electrical equipment. Part 1. General questions.

A feasibility analysis of superconductivity application to measuring external magnetic fields of electrical engineering device (electric machines, transformers and others) is conducted.

Key words – superconductivity, external magnetic fields, engineering device.