

## МОДЕЛЮВАННЯ АСИНХРОННИХ РЕЖИМІВ СИНХРОННОГО ДВИГУНА З КОНДЕНСАТОРАМИ В КОЛІ ОБМОТКИ ЗБУДЖЕННЯ

*Розглядається проблема розрахунку асинхронних режимів синхронних двигунів з конденсаторами в обмотці збудження. Задача розв'язується як крайова для нелінійної системи диференціальних рівнянь електричної рівноваги, в яких потокозчеплення контурів обчислюються шляхом розрахунку магнітного поля двигуна на основі теорії магнітних кіл.*

*Рассматривается проблема расчета асинхронных режимов синхронных двигателей с конденсаторами в обмотке возбуждения. Задача решается как крайевая для нелинейной системы дифференциальных уравнений электрического равновесия, в которых потокозчепления вычисляются путем расчета магнитного поля на основе теории магнитных цепей.*

### ВСТУП

Синхронні двигуни (СД) явнополюсної конструкції великої потужності знаходять широке застосування для електроприводів в гірничій, деревообробній та металургійній промисловості, де вони мають переваги в порівнянні з асинхронними. Основною проблемою їх роботи в цих приводах є важкі умови пуску, для яких характерним є підвищений пусковий момент [1], а основним способом пуску СД є асинхронний пуск як найпростіший. Однак кратність пускового моменту при цьому здебільшого недостатня, тому використовують різні засоби, спрямовані на підвищення пускового моменту.

### СУТЬ ПРОБЛЕМИ

Проблему надійного пуску зазвичай вирішують за рахунок завищення встановленої потужності привідного двигуна або, де це можливо здійснити, використовують додатковий асинхронний двигун невеликої потужності [1]. Пошук інших, більш простих шляхів вирішення поставленої проблеми призвів до розроблення способів підвищення пускового моменту за рахунок використання обмотки збудження [2, 4, 6], яка зазвичай на час пуску закорочується на активний опір. Як відомо, обмотка збудження має значну індуктивність, і струм, який в ній протікає в пусковому режимі, має індуктивний характер, а тому не може створити суттєвого додаткового рушійного моменту.

В останні роки запропоновано використовувати конденсатори замість активного опору в обмотці збудження [2, 6]. Це призводить до підвищення пускового моменту за рахунок струму обмотки збудження. Наявність конденсаторів в обмотці збудження може зумовлювати появу резонансних явищ, що призводить до появи перенапруг, які можуть бути небезпечними для обмотки збудження. Дослідження процесів, що мають місце в СД з пусковими конденсаторами в обмотці збудження, і явищ, якими вони супроводжуються, з використанням заступних схем, потребують експериментальної перевірки отриманих результатів. Оскільки експерименти на СД великої потужності надто коштовні, а інколи їх неможливо здійснити зовсім, проблема розвитку і розроблення надійних і ефективних математичних моделей, які забезпечують високу достовірність результатів математичного експерименту, має важливе практичне значення і є актуальною.

Метою статті є розроблення математичної моделі й алгоритму розрахунку асинхронних режимів СД з конденсаторами в обмотці збудження.

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Об'єктом дослідження є явнополюсний СД, який має на статорі трифазну обмотку, а на роторі обмотку збудження і демпферну (пускову). В розробленій математичній моделі процеси розглядаються в координатних осях  $d, q$ , які обертаються разом з ротором, причому пускова обмотка представлена реальними контурами, які утворені її стержнями. Однак надалі з метою скорочення викладення матеріалу представлимо її двома ортогональними контурами  $D$  і  $Q$ .

Система диференціальних рівнянь (ДР) електричної рівноваги контурів СД з конденсаторами в контурі обмотки збудження, яка описує динамічний режим роботи, має вигляд

$$\frac{d\vec{\Psi}_{dq}}{dt} = (1-s)\Omega_{dq}\vec{\Psi}_{dq} - R_{dq}\vec{i}_{dq} + \vec{U}_{dq}, \quad (1)$$

де

$$\Omega_{dq} = \text{diag} \left( \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & \omega \\ \hline -\omega & 0 \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \right);$$

$$\Psi_{dq} = (\Psi_d, \Psi_q, \Psi_D, \Psi_Q, \Psi_f)^T;$$

$i_{dq} = (i_d, i_q, i_D, i_Q, i_f)^T$ ;  $u_{dq} = (u_d, u_q, 0, 0, u_C)^T$ ; – вектори потокозчеплень, струмів та напруг контурів статора ( $d, q$ ) та ротора ( $D, Q, f$ );  $s$  – ковзання (верхній індекс "т" означає "транспонування");  $R_{dq} = \text{diag}(r, r, r_D, r_Q, r_f)$  – діагональна матриця активних опорів контурів.

Компоненти вектора  $\vec{u}_{dq}$  визначаються за формулами

$$u_d = \sqrt{2}U \sin \theta, \quad u_q = \sqrt{2}U \cos \theta, \quad u_C = \frac{1}{C} \int i_f dt,$$

де  $U$  – діюче значення фазної напруги статора;  $\theta$  – кут вибігу ротора;  $C$  – ємність конденсаторів.

Внаслідок явнополюсної конструкції ротора ковзання  $s$  впродовж оберту ротора в усталеному режимі коливається відносно деякого середнього значення, а тому кут  $\theta$  змінюється за законом, відмінним від лінійного. Однак для більшості задач коливанням ковзання  $s$  можна знехтувати. За такої умови кут  $\theta$  змінюється за законом

$$\theta = -\omega_0(1-s)t.$$

Повна система ДР електричної рівноваги в асинхронному режимі СД за умови замикання обмотки збудження на конденсатори складається з рівнянь (1)

та рівняння

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{i_f}{C}. \quad (2)$$

Запишемо систему рівнянь (1), (2) одним векторним  $m = 6$ -го порядку вигляду

$$\frac{d\vec{y}(\vec{x}, t)}{dt} = \vec{z}(\vec{y}, \vec{x}, t), \quad (3)$$

де

$$\vec{y} = (\vec{\psi}_{dq}, u_C)^T; \quad \vec{x} = (\vec{i}_{dq}, u_C)^T; \quad \vec{z} = (z_1, \dots, z_m)^T;$$

$$z_1 = \omega\psi_q - r i_d - u_d; \quad z_2 = -\omega\psi_d - r i_q + u_q;$$

$$z_3 = -r_D i_D; \quad z_4 = -r_Q i_Q; \quad z_5 = -r_f i_f + u_C; \quad z_6 = i_f / C.$$

#### МЕТОД ТА АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ

При постійному ковзанні  $s$  кут  $\theta$  змінюється з періодом  $2\pi/s$ , тобто асинхронний режим є періодичним, а всі координати змінюються з часовим періодом  $T = 2\pi/(\omega_0 s)$ . Отже розв'язком системи рівнянь (3) є періодичні залежності компонент вектора  $\vec{x}(t) = \vec{x}(t+T)$ , а задача розрахунку усталеного асинхронного режиму полягає в розв'язуванні крайової задачі для системи ДР (3) з періодичними крайовими умовами. Для її розв'язання використаємо розроблений на основі застосування кубічних сплайнів проєкційний метод [5], який дає змогу розрахувати усталений асинхронний режим. Його суть стосовно поставленої задачі полягає в наступному.

Задаючись на періоді  $T$  сукупністю  $N+1$  вузлів, апроксимуємо кожне ДР системи (3) системою  $N$  алгебричних рівнянь шляхом апроксимації координат режиму кубічними сплайнами. У результаті отримаємо алгебричний аналог системи ДР (3) у вигляді дискретного нелінійного векторного рівняння

$$H\vec{Y} = \vec{Z}, \quad (4)$$

в якому  $H$  – квадратна матриця розміру  $mN$  переходу від неперервної зміни координат до їх вузлових значень за умови апроксимації змінних кубічними сплайнами, елементи якої визначаються виключно сіткою вузлів [5];

$\vec{Y} = (\vec{y}_1, \dots, \vec{y}_N)^T$ ,  $\vec{Z} = (\vec{z}_1, \dots, \vec{z}_N)^T$  – вектори, складені зі значень векторів  $\vec{y}, \vec{z}$  в  $N$  вузлах періоду.

Розв'язком дискретного рівняння (4) є вектор  $\vec{X} = (\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_N)^T$ , який складається зі значень вектора  $\vec{x}$  в  $N$  вузлах періоду, що дає змогу побудувати періодичні залежності всіх координат.

Внаслідок насичення магнітопроводу залежності поточкозчеплень контурів від струмів нелінійні, отже система (4) нелінійна, і розв'язати її можна лише ітераційним методом, зокрема, Ньютона. Однак при цьому отримаємо сукупність координат усталеного асинхронного режиму з ковзанням  $s$ , які відповідають одному значенню ємності  $C$  конденсаторів в контурі обмотки збудження. Крім того, існує відома проблема збіжності ітераційного процесу.

На практиці важливою є проблема дослідження впливу величини ємності  $C$  на поведінку двигуна при незмінному ковзанні або зміні ковзання при незмінному значенні ємності  $C$ . Така задача розв'язується за наступними алгоритмом.

Представимо вектор  $\vec{Z}$  у вигляді суми  $\vec{Z} = \vec{F} + \vec{U}$ , де  $\vec{F} = (\vec{f}_1, \dots, \vec{f}_N)^T$ ,  $\vec{U} = (\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_N)^T$ , а  $\vec{u}_j = (\sqrt{2}U \sin \theta_j, \sqrt{2}U \cos \theta_j, 0, \dots, 0)^T$  та помножимо вектор  $\vec{U}$  на параметр  $\varepsilon$ . В результаті отримаємо

$$H\vec{Y} = \vec{F} + \varepsilon\vec{U}. \quad (5)$$

Диференціюємо (5) по параметру  $\varepsilon$ . При цьому врахуємо, що  $\vec{Y} = \vec{Y}(\vec{X}, \varepsilon)$ ,  $\vec{F} = \vec{F}(\vec{Y}, \vec{X}, \varepsilon)$ . У результаті отримаємо

$$W \frac{\partial \vec{X}}{\partial \varepsilon} = \vec{U}, \quad (6)$$

де  $W = \left( H - \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{Y}} \right) \frac{\partial \vec{Y}}{\partial \vec{X}} - \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{X}}$  – матриця Якобі, в якій

$\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{Y}}$ ,  $\frac{\partial \vec{Y}}{\partial \vec{X}}$ ,  $\frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{X}}$  – блочно-діагональні матриці, а кожний блок – це квадратні матриці:

$$\left. \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{y}} \right|_j = \text{diag} \left( \begin{array}{cc|cc|cc} 0 & \omega & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right),$$

$$\left. \frac{\partial \vec{y}}{\partial \vec{x}} \right|_j = \begin{array}{cc} L_{dqj} & 0 \\ 0 & 1 \end{array},$$

де  $L_{dqj} = \left. \frac{\partial \vec{\psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \right|_j$  – повна матриця диференціальних

індуктивностей, елементами якої є власні та взаємні індуктивності приведені до осей  $x, y$  контурів СД;

$$\left. \frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{x}} \right|_j = \begin{array}{cccccc} -r & & & & & \\ & -r & & & & \\ & & -r_D & & & \\ & & & -r_Q & & \\ & & & & -r_f & -1 \\ & & & & 1/C & \end{array}$$

Значення вектора  $\vec{X}$  при заданих значеннях напруги, ковзання і ємності конденсаторів знаходимо шляхом інтегрування системи ДР (6) по  $\varepsilon$  від  $\varepsilon = 0$  до  $\varepsilon = 1$  [8], яке уточнюємо ітераційним методом Ньютона.

На основі рівняння (5) можна дослідити вплив на асинхронний режим роботи будь-якої координати  $\xi$  (в тому числі й ємності конденсатора або ковзання). Для цього необхідно продиференціювати її по  $\xi$ . В результаті отримаємо ДР вигляду

$$W \frac{d\vec{X}}{d\xi} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial \xi}. \quad (7)$$

У разі  $\xi = C$  вектор  $\frac{\partial \vec{F}}{\partial \xi}$  складається з  $N$  векторів

$\frac{\partial \vec{f}}{\partial C} = (0, \dots, 0, -i_{fj}/C^2)^T$ , а у разі  $\xi = s$  – з векторів

$\frac{\partial \vec{f}}{\partial s} = (-\omega\psi_{qj}, \omega\psi_{dj}, 0, \dots, 0)^T$ , ( $j = 1, \dots, N$ ).

Під час розрахунку на кожному крокові інтегрування чи ітераційного уточнення, елементи матриці  $L_{dqj}$  диференціальних індуктивностей СМ визначаються на

основі математичної моделі СД, розробленої в [7].

На рис. 1 наведені залежності середнього значення електромагнітного моменту та діючого значення струму статора (у відносних одиницях) від ковзання двигуна СДНЗ-2-19-49-24 ( $P = 1600$  кВт,  $U = 6$  кВ,  $I = 180$  А;  $i_f = 230$  А;  $n = 250$  об/хв) при ємності конденсатора  $C = 15$  мкФ в колі обмотки збудження.

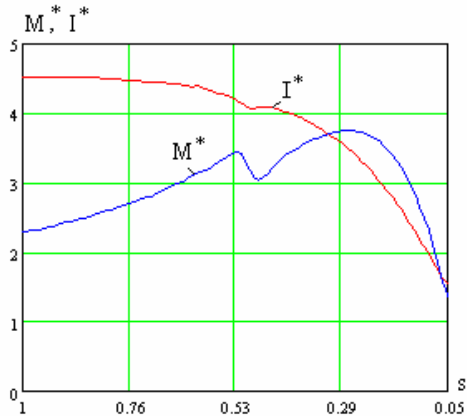


Рис. 1. Залежності електромагнітного моменту  $M^*$  та струму статора  $I^*$  від ковзання при величині ємності конденсаторів в колі обмотки збудження  $C = 15$  мкФ

Кожній вузловій точці (значенню ковзання  $s$ ) відповідають періодичні залежності координат (вектора  $\vec{x} = (\vec{i}_{dq}, u_C)^T$ ). На рис. 2 наведені періодичні криві зміни миттєвого значення струму  $i_f$  обмотки збудження для чотирьох значень ковзання.

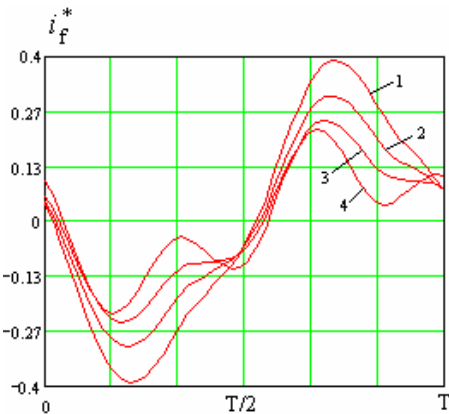


Рис. 2. Періодичні залежності миттєвого значення струму  $i_f^*$  обмотки збудження для різних значень ковзання:  $s = 1,0$  (1),  $s = 0,9$  (2),  $s = 0,8$  (3),  $s = 0,7$  (4)

## ВИСНОВКИ

Розроблений метод і алгоритм математичного моделювання дає змогу не тільки розрахувати усталені асинхронні режими СД, але й дослідити вплив зміни ковзання або величини увімкненої в обмотку збудження ємності конденсаторів на періодичні залежності струмів та електромагнітного моменту. Задача розв'язується як крайова для нелінійної системи диференціальних рівнянь електричної рівноваги, які описують динамічні режими роботи двигуна. При цьому використовується математична модель СД високого рівня адекватності.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бородай В.А. Оценка динамики привода горных машин с тяжёлым пуском // Горная электромеханика и автоматика. – 2003. – Вып. 70. – С. 19-21.
2. Велин Н.В. Статический возбудитель синхронного двигателя с глухо подключенным конденсатором // Электротехника. – 1973. – № 12. – С. 35-36.
3. Глебов И.А., Шулаков Н.В., Крутяков Е.А. Проблемы пуска сверхмощных синхронных машин. – Л.: Наука. Ленингр. отд., 1988. – 197 с.
4. Кириченко В.И., Бородай В.А., Яланський А.А. Улучшение пусковых свойств крупных синхронных машин // Вісник Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля. – 2003. – №6[64] – С. 38-40.
5. Малир В.С. Основные положения сплайн-метода расчета периодических режимов работы электрических цепей // Электроника и связь. – 1998. – Вып. 5. – С. 11-14.
6. Пивняк Г.Г., Кириченко В.И., Бородай В.А. О новом направлении усовершенствования крупных синхронных электродвигателей // Технічна електродинаміка. Темат. вип. "ПСЕ". – 2002, ч. 2. – С. 62-65.
7. Фильц Р.В., Лябук Н.Н. Математическое моделирование явнopolusных синхронных машин. – Львов: Світ, 1991. – 176 с.
8. Яковлев М.Н. К решению систем нелинейных уравнений методом дифференцирования по параметру // ЖВМ и МФ, Т.4. – 1964. – № 1. – С. 146-149.

**Bibliography (transliterated):** 1. Borodaj V.A. Ocenka dinamiki privoda gornyh mashin s tyazhelim puskom // Gornaya `elektromehaniка i avtomatika. - 2003. - Vyp. 70. - S. 19-21. 2. Velin N.V. Sticheskiy vozбудitel' синхронного dvigatelya s глухо podklyuchennym конденсатором // `Elektrotehnika. - 1973. - № 12. - S. 35-36. 3. Glebov I.A., Shulakov N.V., Krutyakov E.A. Problemy paska sverhmoshnyh синхронных mashin. - L.: Nauka. Leningr. отд., 1988. - 197 s. 4. Kirichenko V.I., Borodaj V.A., Yalanskiy A.A. Uluchshenie puskovyh svoystv крупных синхронных mashin // Visnik Shidnoukr. nac. un-tu im. V. Dalya. - 2003. - №6[64] - S. 38-40. 5. Malyar V.S. Osnovnye polozeniya splajn-metoda rascheta periodicheskikh rezhimov raboty `elektricheskikh cepej // `Elektronika i svyaz'. - 1998. - Vyp. 5. - S. 11-14. 6. Pivnyak G.G., Kirichenko V.I., Borodaj V.A. O novom napravlenii usovershenstvovaniya крупных синхронных `elektrodvigatelej // Tehnichna elektrodinamika. Temat. vip. "PSE". - 2002, ch. 2. - C. 62-65. 7. Fil'c R.V., Lyabuk N.N. Matematicheskoe modelirovanie yavnopolyusnyh синхронных mashin. - L'vov: Svit, 1991. - 176 s. 8. Yakovlev M.N. K resheniyu sistem nelinejnyh uravnenij metodom differencirovaniya po parametru // ZhVM i MF, T.4. - 1964. - № 1. - S. 146-149.

Надійшла 30.05.2012

Малир Василь Сафронівч., д.т.н., проф.  
кафедра теоретичної та загальної електротехніки  
тел. (032) 258-21-19, e-mail: svmalyar@polynet.lviv.ua

Малир Андрій Васильович, д.т.н., доц.  
кафедра електроприводу і автоматизації  
промислових установок  
тел. (032) 258-26-20, e-mail: svmalyar@lp.edu.ua

Добушовська Ірина Андріївна  
кафедра теоретичної та загальної електротехніки  
тел. (032) 258-21-52  
Національний університет "Львівська політехніка"  
79013, Україна, Львів, вул. С.Бандери, 12

Malyar V.S., Malyar A.V., Dobushovska I.A.  
**Simulation of asynchronous modes of synchronous motors with capacitors in the excitation circuit.**

A problem of calculating asynchronous modes of synchronous motors with capacitors in the excitation circuit is considered. The problem is solved as a boundary one for a non-linear system of differential equations of electric balance with flux linkages estimation by means of the motor magnetic field calculation based on the magnetic circuit theory.

**Key words** – synchronous motor, starting characteristics, excitation winding, capacitors, electromagnetic torque.